Могильников А. О., аспирант

РАСЧЕТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ВНЕШНЕЙ ПОВЕРХНОСТИ КОНЦЕНТРАТОРА

Необходимо найти поле температур в трубе длиной l, полученной из двух коаксиальных цилиндров радиусами R_1 и R_2. Между цилиндрами течет газообразный азот с заданными массовым расходом G_{N2}, коэффициентом теплопроводности λ_{N2}, коэффициентом температуропроводности a_{N2}, удельной изобарной теплоемкостью C_{N2}, а также с температурой T_2 и скоростью u на входе в трубу. Внутри внутреннего цилиндра радиуса R_1 течет газообразное рабочее вещество с заданными массовым расходом $G_{рв}$, массой молекулы m и энергией сублимации $\Delta h_{рв}$ на одну молекулу. Внешняя поверхность внешнего цилиндра радиуса R_2 обёрнута теплоизолятором с коэффициентом теплопроводности $\lambda_{из}$, толщиной $d_{из}$ и находится в условиях свободной конвекции воздуха с постоянной температурой $T_{окр}$ вдали от трубы. Толщина стенки внешнего цилиндра – d_{cm}, а коэффициент теплопроводности – λ_{cm}. Труба расположена горизонтально. Схема задачи приведена на рис. 1.

Данная задача описывается следующими граничными условиями и дифференциальным уравнением:

$$\frac{\partial T(r,z)}{\partial z} = \frac{a_{N2}}{u}\left(\frac{\partial^2 T(r,z)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T(r,z)}{\partial r}\right),$$

$$T(r,0) = T_2, \quad -\lambda_{N_2}\left.\frac{\partial T(r,z)}{\partial r}\right|_{r=R_1} = j_E^{R_1}, \; -\lambda_{N_2}\left.\frac{\partial T(r,z)}{\partial r}\right|_{r=R_2} = \alpha\cdot\left(T(R_2,z) - T_{окр}\right),$$

где $j_E^{R_1}$ - плотность потока тепла на поверхности внутреннего цилиндра, α – коэффициент теплоотдачи азота в воздух, a_{N2} - коэффициент температуропроводности азота.

В безразмерном виде решение может быть представлено:

$$T(r,z) = \int_1^{R_2/R_1} G(r,\xi,z)d\xi + a\overline{Nu}_{R_1}\int_0^z G(r,1,z-\tau)d\tau + aNu_{R_1}\frac{T_{окр}}{T_2}\int_0^z G(r,R_2/R_1,z-\tau)d\tau,$$

$$G(r,\xi,z) = \frac{\pi^2}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\mu_n^2}{B_n}\left[Nu_{R_1}J_0\left(\mu_n\frac{R_2}{R_1}\right) - \mu_n J_1\left(\mu_n\frac{R_2}{R_1}\right)\right]^2 \cdot\xi H_n(r)H_n(\xi)\exp\left(-a\mu_n^2 z\right),$$

здесь

$$a = a_{N_2}\cdot\rho_{N_2}\cdot\pi\cdot\left(\left(R_2/R_1\right)^2 - 1\right)\cdot l\big/G_{N_2},$$

$$B_n = \mu_n^2 J_1^2(\mu_n)\left(\mu_n^2 + \left(Nu_{R_1}\right)^2\right) - \mu_n^2\left(Nu_{R_1}J_0\left(\mu_n\frac{R_2}{R_1}\right) - \mu_n J_1\left(\mu_n\frac{R_2}{R_1}\right)\right)^2,$$

$$H_n(r) = \mu_n Y_1(\mu_n)J_0(\mu_n r) - \mu_n J_1(\mu_n)Y_0(\mu_n r),$$

где μ_n - положительные корни трансцендентного уравнения:

$$\mu J_1(\mu)\left[Nu_{R_1} Y_0\left(\mu\frac{R_2}{R_1}\right) - \mu Y_1\left(\mu\frac{R_2}{R_1}\right)\right] - \mu Y_1(\mu)\left[Nu_{R_1} J_0\left(\mu\frac{R_2}{R_1}\right) - \mu J_1\left(\mu\frac{R_2}{R_1}\right)\right] = 0,$$

где $J_n(x)$ и $Y_n(x)$ - функции Бесселя первого и второго рода, соответственно.

Указанное решение зависит от следующих параметров:

1. $T_{окр}/T_2$ - отношение температуры окружающей среды и температуры набегающего потока азота;
2. R_2/R_1 - отношение радиусов внешнего и внутреннего цилиндров;
3. $\overline{Nu}_{R_1}$ - безразмерный градиент температуры между поверхностью цилиндра $r = R_1$ и азотом;
4. Nu_{R_1} - безразмерный градиент температуры между поверхностью цилиндра $r = R_2$ и азотом;
5. a - характерная длина распространения тепла в единицу времени;

При физически разумных параметрах решение $T(r,z)$ представляет собой возрастающую функцию (при фиксированном r), стремящуюся к постоянной величине. Пример результата расчета приведен на рис. 2.

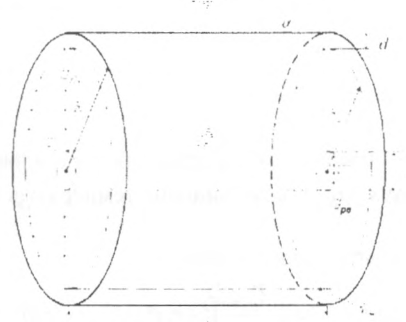
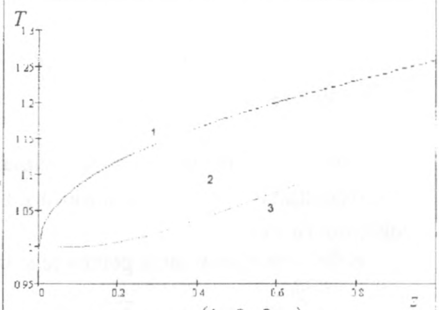


Рис. 1. Схема задачи



$1 - T(R_2/R_1, z)$, $2 - T\left(\frac{1+R_2/R_1}{2}, z\right)$, $3 - T(1, z)$.

Рис. 2. Результаты расчета

Работа выполнена под руководством Б. Т. Породнова, проф., д-ра физ.-мат. наук.