

Панова А.А., Токманцев В.И.  
96alena1995@mail.ru

## ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ СКАЧКА ТЕМПЕРАТУРЫ ДЛЯ СИЛЬНО НЕРАВНОВЕСНОГО РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА

*Аннотация.* В работе рассмотрена задача расчета осесимметричных полей скорости и температуры между коаксиальными цилиндрами в произвольном режиме течения при достаточно сильных возмущениях равновесия.

*Ключевые слова:* Функция распределения, метод дискретных скоростей, коаксиальные цилиндры, температура.

*Abstract.* This paper, we consider a plane axisymmetric test problem of calculating axisymmetric velocity and temperature fields between coaxial cylinders in an arbitrary flow regime with sufficiently strong equilibrium perturbations.

*Keywords:* Distribution function, discrete velocity method, coaxial cylinders, temperature.

### Введение

В настоящее время интерес к кинетическим явлениям в газах усилился в связи с развитием новых инновационных технологий флюидных микросистем. Такие системы находят промышленное применение в мониторинге окружающей среды, электронике, аэрокосмической технике и других. В микросистемах уменьшение характерных размеров в сочетании с возможным снижением давления приводит к увеличению разреженности, что проявляется в нарушении локального термодинамического равновесия вблизи стенок и появлении нелинейных явлений в тонком слое Кнудсена у стенки, приводящих к скачкам скорости и температуры.

Описание процессов переноса импульса и энергии между коаксиальными цилиндрами в произвольном режиме течения является одной из классических задач кинетической теории газов [1-3]. Однако большинство аналитических методов решения задачи ограничены линейным приближением по возмущениям, а численные методы прямого статистического моделирования вблизи континуального режима становятся малоэффективными и недостаточно точными. Для описания потоков газа в режиме «течения со скольжением», который характеризуется числами Кнудсена  $Kn$  от  $10^{-3}$  до  $10^{-1}$ , могут быть использованы стандартные уравнения сплошной среды Навье-Стокса и Фурье с граничными условиями скольжения скорости и скачка температуры. Для расчета

течений газа при числах Кнудсена больше  $10^{-1}$  необходимо использовать кинетические методы.

В работе рассмотрена задача расчета осесимметричных полей скорости и температуры между коаксиальными цилиндрами в произвольном режиме течения при достаточно сильных возмущениях равновесия.

### Образцы и методика эксперимента

Рассмотрим разреженный газ, находящийся в кольцевом зазоре между двумя коаксиальными бесконечными цилиндрами. В общем случае температуры и/или скорости вращения цилиндров различны, что приводит к отличию функций распределения по скоростям для частиц газа, вылетающих с поверхности цилиндров. В предельных случаях  $Kn \rightarrow 0$ , когда применима теория континуума Навье-Стокса, и  $Kn \rightarrow \infty$ , когда режим течения свободномолекулярный, задача имеет известные точные решения [1].

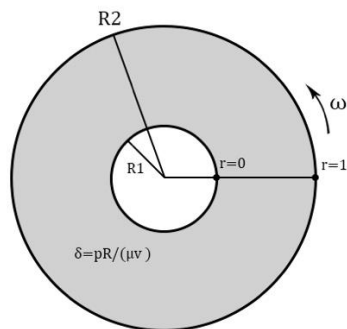


Рисунок 1 – Схема течения

В общем случае при произвольной разреженности газа в результате движения частиц и столкновений между ними в зазоре формируется неравновесная функция распределения, разрывная по направлениям скоростей частиц из-за «эффекта затенения» внутренним цилиндром потока частиц от внешнего цилиндра. Знание функции распределения позволяет не только рассчитать поля температуры и/или азимутальной макроскопической скорости в зазоре, но и найти граничные условия скольжения скорости и скачка температуры (разность температур газа и тела) на поверхности цилиндров, которые могут быть использованы при решении стандартных уравнений сплошной среды.

### Метод дискретных скоростей

Для описания газа при произвольной разреженности будем использовать приближенное кинетическое уравнение Больцмана в форме квазилинейной БГК-

модели (Бхатнагара-Гросса-Крука), которое в цилиндрической системе координат имеет вид:

$$\xi_r \frac{\partial f}{\partial r} - \xi_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} = \frac{p}{\mu} (f_e - f) \quad (1)$$

где  $\vec{\xi} = (\xi_r, \xi_\theta, \xi_z)$  – молекулярная скорость,  $p$  – давление,  $\mu$  – коэффициент вязкости,  $f = f_0 + \varphi$  – функция распределения скоростей,  $f_0$  – локально-равновесная функция распределения, зависящая от макроскопических параметров течения,  $\varphi$  – неизвестная функция возмущения.

Степень разреженности газа определяется безразмерным параметром

$$\delta = \frac{pR_1}{\mu v_0} \sim \frac{1}{Kn} \quad (2)$$

где  $v_0$  – наиболее вероятная скорость.

Уравнение (1) может быть решено численно методом дискретных скоростей, который аналогичен методу дискретных ординат в нейтронной физике. Основная идея метода состоит в том, чтобы выбрать набор величин молекулярных скоростей  $\xi_i$  и заменить искомую функцию  $f(r, \vec{\xi})$  на набор функций  $f_i(r)$  так, что

$$f_i(r) = f(r, \vec{\xi}_i). \quad (3)$$

Тогда все интегралы по молекулярным скоростям можно заменить на квадратуры, то есть на суммы с учётом величины выбранной скорости и «весом» данной скорости, которые определяются специальным образом в зависимости от количества величин и геометрии задачи.

### Результаты и обсуждение

На рис. 2 точками показаны расчетная (точки) и теоретическая (сплошная линия) зависимости относительного температурного скачка  $\Delta T_0/\Delta T$  на поверхности внутреннего цилиндра от параметра  $\delta$  при малом перепаде температуры между цилиндрами  $\Delta T = 0.01K$  и в отсутствие вращения  $\Delta\omega = 0$ . Видно, что в данном случае предельно слабой неравновесности расчетная и теоретическая зависимости практически совпадают.

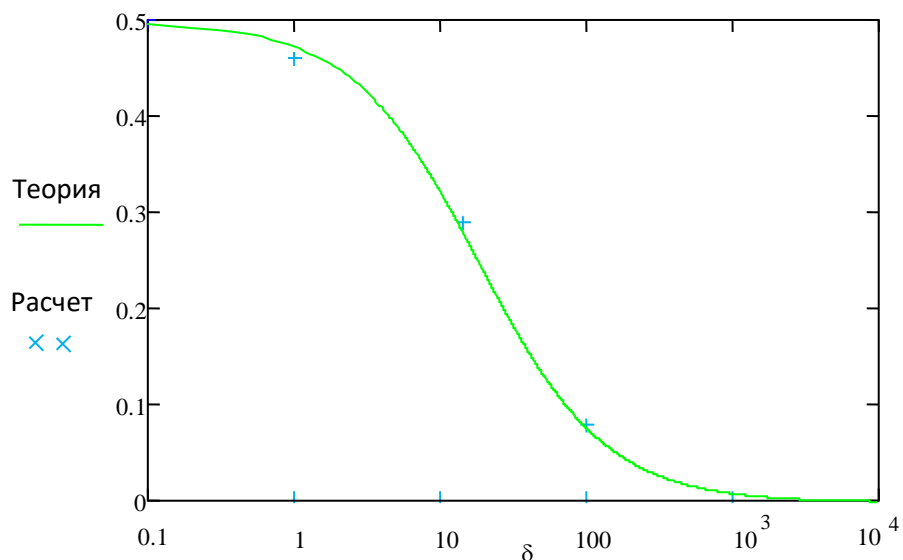


Рисунок 2 – Относительный скачок  $\Delta T_0 = 0.01K$  на внутреннем цилиндре,  $\Delta\omega = 0$ .

Зависимость приведенного температурного скачка на поверхности внутреннего цилиндра  $\Delta T_i/\Delta T_0$  от параметра  $\delta$  при больших перепадах температуры  $\Delta T = 0.1, 0.5, 1.0K$  и в отсутствие вращения  $\Delta\omega = 0$  показаны на рис.3. Отличие  $\Delta T_i/\Delta T_0$  от единицы означает отклонение от теоретической зависимости (рис.2) и отражает влияние значительной степени нарушения равновесия на решение кинетического уравнения.

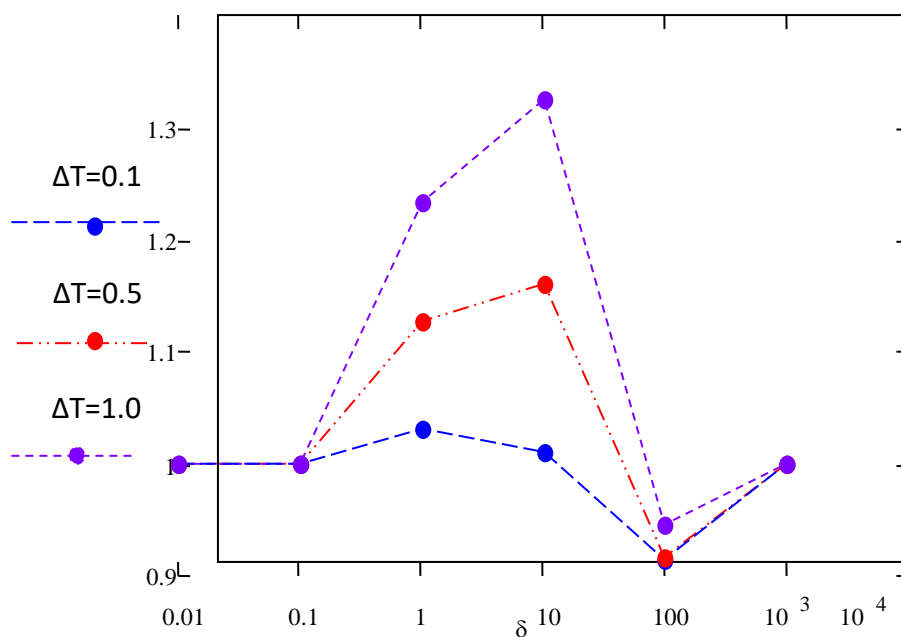


Рисунок 3 – Зависимость температурного скачка на пов.внутр. цилиндра  $\Delta T_i/\Delta T_0$  от параметра  $\delta$

Соответствующие поля температур при различных  $\delta$  показаны на рис. 4,5.

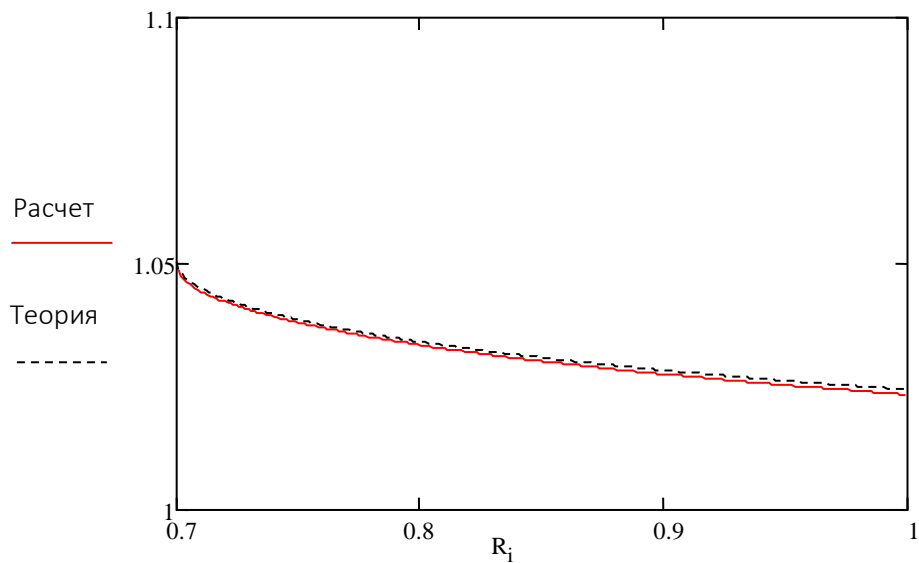


Рисунок 4 – Температура при  $\Delta T=0.1$  и  $\delta=0.1$

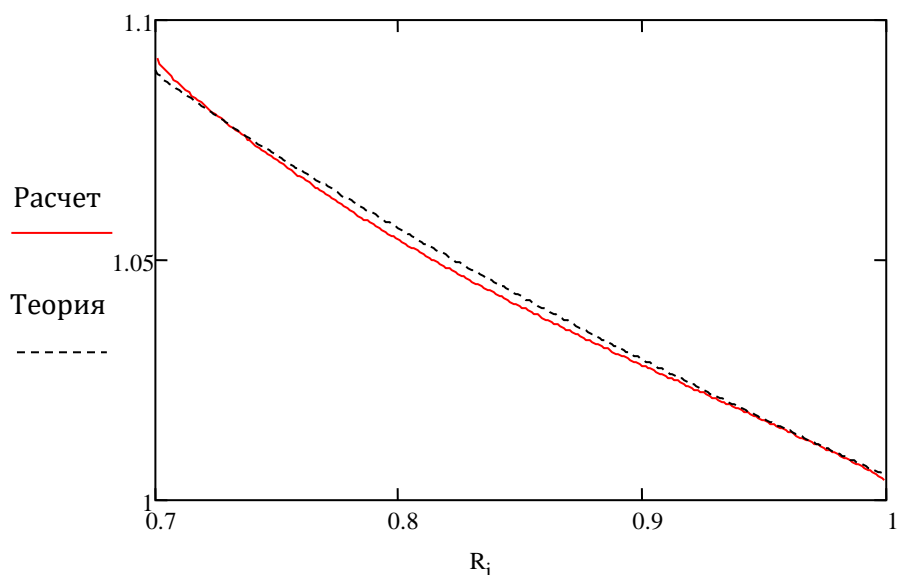


Рисунок 5 – Температура при  $\Delta T=0.1$  и  $\delta=50$

На рис.6 показаны угловые зависимости равновесной части функции распределения  $f_0$  и функции возмущения  $\varphi$  при  $\Delta T = 0.1K$  и  $\delta = 50$ .

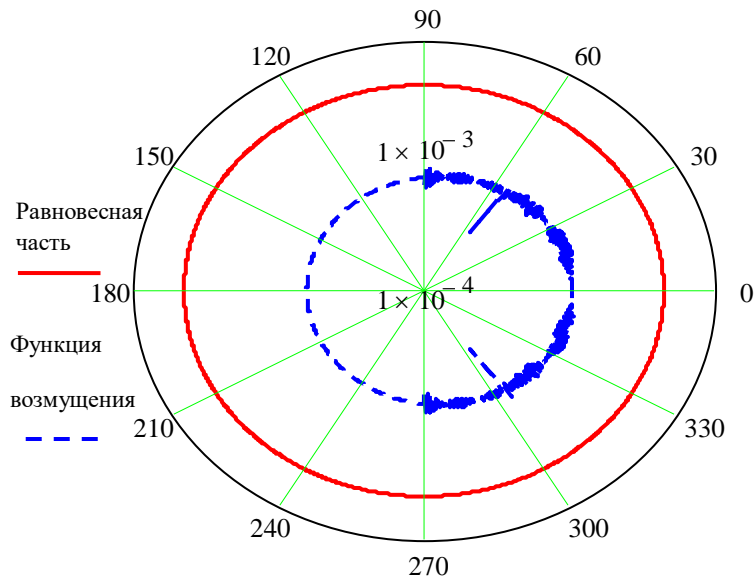


Рисунок 6 – Угловые зависимости равновесной части функции распределения  $f_0$  и функции возмущения  $\varphi$ .

### Заключение

В работе рассмотрена задача расчета осесимметричных полей скорости и температуры между коаксиальными цилиндрами в произвольном режиме течения при достаточно сильных возмущениях равновесия.

Показано, что при сильных возмущениях равновесия скачок температуры на поверхности внешнего цилиндра существенно превышает теоретическое значение, полученное для предельно малого возмущения равновесия.

Результаты могут быть использованы при расчетах флюидных микросистем.

### Библиографический список

1. Кошмаров Ю. А. Прикладная динамика разреженного газа / Ю. А. Кошмаров, Ю. А. Рыжов – Москва : Машиностроение, 1977. – 184 с.
2. Савков С. А. К вопросу о вычислении потока тепла между коаксиальными цилиндрами при произвольных числах Кнудсена / С. А. Савков, А. А. Юшканов // Журнал технической физики : ЖТФ. – 2000. – С. 9–14.
3. Выонг Ван Тьен. Теплопередача в цилиндрическом течении Куэтта разреженного газа / Выонг Ван Тьен, С. Л. Горелов // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2016. – № 6. – С. 101–107.