

УДК 662.61+621.181.7

ФАКЕЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ С ПОЗИЦИЙ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ

Торопов Е.В.¹, д.т.н., профессор кафедры промышленной теплоэнергетики (evtor@mail.ru)

Лымбина Л.Е.¹, к.т.н., доцент кафедры промышленной теплоэнергетики (evtor@mail.ru)

Ярошенко Ю.Г.², д.т.н., профессор кафедры «Теплофизика и информатика

в металлургии» (yury-y@planet-a.ru)

¹ Южно-Уральский государственный университет

(454080, Россия, Челябинск, проспект Ленина, 76)

² Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина

(620002, Россия, Екатеринбург, ул. Мира, 19)

Аннотация. Для решения задачи определения температуры факела в рабочем пространстве теплотехнических агрегатов предложено рассчитывать изменение адиабатической энтальпии методами теории вероятностей. Показано, что нормальная функция распределения топливных элементов позволяет получить интегральную функцию распределения энтальпии и адиабатической температуры по длине факела, в том числе при несимметричной функции распределения. Задача решена относительно гомогенного диффузионного газообразного факела, связанного с горением распыленного жидкого топлива. Определены условия регуляризации решений уравнений переноса, предложены аппроксимации для зависимости числа гомохронности от массообменного числа Био и сходимость суммы ряда при регуляризации решений уравнения поверхности горения по методике Бурке-Шумана. Показано, как учитывается переменность дисперсионного фактора по длине реального факела. Предложено объяснение S-образной формы температурной кривой, наблюдаемой при сжигании практически всех топлив в установках различных типов. Обобщенное рассмотрение факельных процессов с позиций теории вероятностей при различной плотности нормального распределения $\varphi(U)$ для гомогенного факела произведено с помощью интегральной нормальной функции $\Phi(U)$. Устойчивая форма $\Phi(U)$ достоверно объясняет S-образную продольную температурную функцию, наблюдаемую на практике и служащую базой для тепловой и нестационарной теории воспламенения. На основе распределения адиабатической температуры в факельном континууме, связанной с $\Phi(U)$, возможно определение фактической температуры факела в рабочем пространстве с учетом радиационных свойств всех элементов теплообменной системы. Аналогично решается задача описания продольной температуры гетерогенного факела при переменном дисперсионном факторе σ .

Ключевые слова: факел, гомогенный, теория вероятности, распределение фракций, дисперсионный фактор, интегральная функция, энтальпия, адиабатическая температура.

DOI: 10.17073/0368-0797-2017-8-662-669

Факельные процессы широко применяются во многих технологиях, включая металлургическое производство. Эффективность сжигания топлива зависит от основных положений теории и практической реализации этих положений в конкретных горелочных устройствах.

При рассмотрении температуры по длине стационарного диффузионного факела Ф.А. Вильямс [1] применяет упрощенную модель, основанную на законах сохранения и представляющую собой дифференциальное уравнение второго порядка. При этом априори принимается S-образное изменение температуры по длине факела. Принятая схема факела не обосновывается, за исключением ссылок на «ранние» тепловые теории адиабатического ламинарного факела. Аналогичный подход реализован в работах [2, 3].

Существенный вклад в описание процессов в факеле внесли советские ученые, в том числе ученые уральской школы металлургов – теплотехников: Б.И. Китаев, В.Г. Лисиенко и другие, получившие достоверные зависимости для расчета факелов в промышленных печах различного назначения [4 – 7].

Новые исследования факельных процессов на уровне практического применения связаны с численными методами решения уравнений сохранения, которые позволяют на основе методов конечных 3D объемов вычислить все характеристики факельных потоков с учетом турбулентности и многофазности приемами CFD – гидродинамики [8]. Обозначившийся в последние годы застой с широким внедрением этих разработок автор научного направления Д.Б. Сполдинг связывает с коммерциализацией [9]. Однако представляется, что высокая стоимость программ, обучения и требуемого оборудования – не единственная причина застоя. В этом сложном и важном вопросе должен быть целый спектр решений на основе подходов с разных позиций при различной доступности и точности. Ниже представлены зависимости для факельных процессов на основе представлений теории вероятностей [10].

Постановка задачи, обоснование методов решения

Предпосылками к применению методов теории вероятностей (ТВ) к факельным процессам служат три

обстоятельства. Во-первых, распределение топливных и окислительных элементов в потоке подчиняется законам ТВ; во-вторых, характеристики факельного потока также связаны с законами ТВ. И, наконец, в зону реагирования ансамбль топливных частиц при наличии частиц различного размера входит пофракционно, начиная с самых мелких и заканчивая относительно крупными частицами, что соответствует функции распределения [10].

Условием применимости математического аппарата ТВ к факельным процессам является идентификация понятия частицы реагирующего континуума – в гетерогенных факелах это частицы твердого или жидкого топлива, реагирующие в диффузионно-кинетическом режиме с газообразной средой, включающей окислитель [11 – 13]. В гомогенных факелах это микрообъемы или объемные элементы газовой смеси топлива и окислителя, причем горение протекает в микрообъемах со стехиометрическим соотношением топлива и окислителя в концентрационных пределах горения.

Также к условиям применения аппарата ТВ относятся принимаемые допущения: стационарность процессов; преобладание турбулентной диффузии и динамического давления в факельном континууме; температура в факеле изменяется только по его длине; в адиабатических условиях не учитывается радиационный и конвективный теплообмен факельного континуума с окружающей средой в агрегате. Изменение температуры, таким образом, связано с тепловыделениями при сгорании топливных компонентов. Эти тепловыделения суммируются вдоль по потоку факельного континуума. Момент вступления сечения факела в процесс горения определяется участием трех механизмов воспламенения – инициированием от горящих объемов топочной среды, тепловым самовоспламенением и цепным воспламенением от раскаленных поверхностей ограждения агрегата.

Схема решения задачи

В рамках принятых условий фракционный состав ансамбля реагирующих частиц может быть описан в соответствии с ТВ кривой Гаусса для плотности нормального распределения

$$\varphi(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-0,5\left(\frac{d-\xi}{\xi\sigma}\right)^2\right], \quad (1)$$

где $X = \frac{d-\xi}{\xi}$ – безразмерная величина топливной час-

тицы с размером в сферическом приближении d , мкм, и масштабом нормализации ξ , мкм, обычно принимаемым за центр распределения, т. е. размером средней (медианной) частицы, которая имеет максимальную частоту обнаружения в ансамбле. Дисперсия (рассеяние) σ_2 отра-

жена в формуле (1) в виде положительного квадратного корня из σ_2 , называемого дисперсионным фактором.

При выборе в качестве масштаба медианного размера частиц ξ , формула (1) будет иметь в показателе экспоненты $(d/\xi - 1)$, что позволяет всю совокупность топливных частиц поделить на две части: все частицы размером меньше медианного будут располагаться в отрицательной части оси абсцисс, все частицы большего размера – в положительной. Этот процесс соответствует в терминах ТВ нормализации, а приведение всех распределений к единой форме введением в знаменатель показателя экспоненты дисперсионного фактора σ – стандартизацией. Это позволяет с единых позиций рассматривать и подвергать сравнительному анализу различные симметричные распределения вида (1). В этом случае нормальное стандартизованное распределение при $\sigma = 1$ описывается формулой

$$\varphi(U) = \frac{\exp\left(-\frac{U^2}{2}\right)}{\sqrt{2\pi}}, \quad (2)$$

где $U = \frac{d-\xi}{\xi\sigma}$ – новый масштаб для оси абсцисс.

Все симметричные распределения, подчиняющиеся соотношению (1), могут быть найдены в справочниках по математическому анализу и ТВ, например, в работе [10] при $\sigma = 1$. При изображении распределения с другим дисперсионным фактором σ необходимо справочные данные по $\varphi(U)$ поделить на σ . На рис. 1 изображены нормальные функции распределения при $\sigma = 1$ (стандартизованные) и при $\sigma = 1,25; 0,75$.

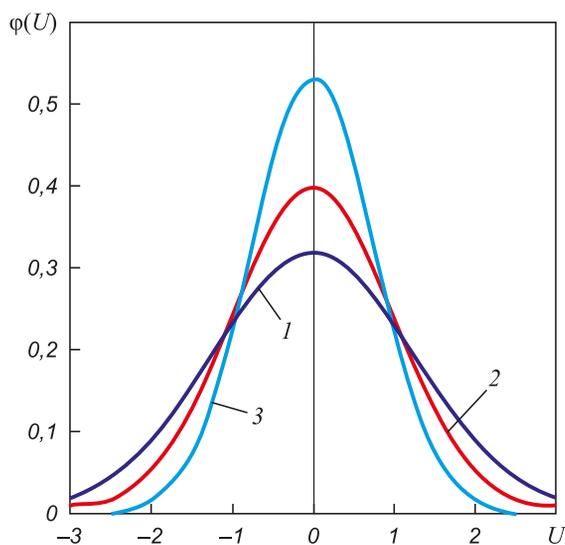


Рис. 1. Плотность нормального распределения $\varphi(U)$ при различном дисперсионном факторе σ :
1 – 1,25; 2 – 1,00; 3 – 0,75

Fig. 1. The density of normal distribution $\varphi(U)$ at various dispersive factor σ :
1 – 1.25; 2 – 1.00; 3 – 0.75

Следует отметить, что специальные функции (1) и (2) могут быть представлены ортогональным многочленом Эрмита H_k степени k .

Поскольку ортогональные многочлены являются специальными решениями линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка, то в данном случае уравнениям (1) – (3) соответствует вырожденное гипергеометрическое дифференциальное уравнение с однородными условиями однозначности в части последовательности собственных значений типа Штурма–Лиувилля. В применении к факельным процессам таким уравнением является основанное на законах сохранения уравнение энергии [1]

$$\lambda \frac{d^2 T}{dl^2} - m_m c_p \frac{dT}{dl} + q_v = q_n, \quad (3)$$

где l – координата по нормали к фронту горения, м; λ, c_p – средние значения коэффициента теплопроводности и теплоемкости факельной среды, Вт/(м·К), Дж/(кг·К); m_m – поток массы через единицу площади поперечного сечения факела в направлении l , кг/(м²·с); q_v – мощность тепловыделений в единице объема факельной среды, Вт/м³; q_n – тепловые потери единицей объема факельной среды, Вт/м³. С фиксацией теплофизических свойств факельной среды и параметров потока массы $m_m = \rho w$ основные нелинейности в уравнении (3) связываются с источниковым слагаемым q_v и потерями q_n .

В работе [1] на основе аксиоматического S -образного распределения температуры по длине факела анализируются условия воспламенения и погасания в факеле, границы скорости распространения процесса горения, концентрационные пределы и влияние этих факторов на соотношение q_v и q_n .

Результаты этого анализа инициировали целый ряд теоретических и экспериментальных исследований, в том числе разработку стационарной и нестационарной теории теплового самовоспламенения. Связь рассматриваемого решения для ансамбля топливных частиц с фундаментальными законами сохранения, согласно (1) – (3), свидетельствует о достоверности подхода к описанию факельных процессов с позиций ТВ.

В каждом сечении факела присутствуют частицы всех размеров, но процесс воспламенения начинается с мельчайших частиц, которые быстрее прогреваются, образуют горючую газообразную фазу и воспламеняются. Дальнейший процесс воспламенения, горения и повышения энтальпии и температуры факела происходит аддитивно до полного выгорания топливных компонентов. Повышение энтальпии с принятием адиабатных условий происходит от $I_{\text{физ}}$ до $I_{\text{ад}} = I_{\text{физ}} + I_{\text{хим}}$. Физическая энтальпия определяется предварительным нагревом компонентов горения, химическая энтальпия определяется теплотой сгорания топлива при заданном коэффициенте расхода воздуха. Адиабатическую эн-

тальпию $I_{\text{ад}}$ можно связать с адиабатической температурой $T_{\text{ад}}$. Например, при $c_p = \text{const}, \rho = \text{const}, T_{\text{ад}} = \frac{I_{\text{ад}}}{c_p \rho}$. При этом $I_{\text{физ}}$ не изменяется по длине факела, а $I_{\text{хим}}$ изменяется в соответствии с пофракционным выгоранием частиц топлива. Процесс роста $I_{\text{хим}}$ отражается в ТВ нормальной интегральной функцией распределения топливных частиц

$$\Phi(U) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x_{\text{кон}}} \exp\left(-\frac{U^2}{2}\right) dU = \frac{1 + \text{erf}\left(\frac{U}{\sqrt{2}}\right)}{2}. \quad (4)$$

Нормальные стандартизованные (при $\sigma = 1$) функции распределения $\Phi(U)$, как и функции ошибок $\text{erf}(z)$ приведены в справочниках, например, в [10]. На рис. 2 приведены интегральные функции $\Phi(U)$ для $\varphi(U)$ в рамках примера распределений, показанных на рис. 1. Как показывает анализ рис. 2, интегральная функция распределения $\Phi(U)$ стремится к своему максимальному значению в соответствии с дисперсионным фактором σ . Таким образом, нормализация фракционного распределения и центральное расположение оси ординат позволяют согласовать левую и правую части координатного пространства при адаптации асимметричного распределения и привести его к стандартному виду.

Гомогенный диффузионный факел. Поток газообразного топлива вытекает со скоростью w_T из отверстия топливного сопла размером $2x_0$ в поток газообразного окислителя, движущегося со скоростью $w_{\text{ок}}$ в канале смесителя размером $2S_0$. При решении задачи базовой принимается схема с прямоугольной системой координат с расположением оси z в направлении дви-

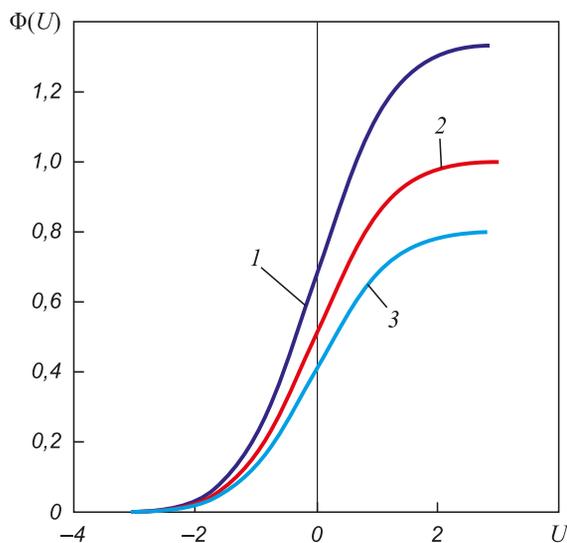


Рис. 2. Интегральная функция распределения $\Phi(U)$ при различных σ :
1 – 1,25; 2 – 1,00; 3 – 0,75

Fig. 2. Integrated function of distribution $\Phi(U)$ at various σ :
1 – 1.25; 2 – 1.00; 3 – 0.75

жения потоков топлива и окислителя при расположении оси x поперек потоков. В направлении оси y все параметры потоков неизменны, т. е. $\partial/\partial y = 0$.

Фронт горения берет начало в области среза топливного сопла и располагается в пространстве смесителя там, где диффузионные потоки компонентов горения находятся в стехиометрическом соотношении. В зависимости от соотношения расходов топлива и окислителя форма фронта горения может быть различной. Как показывает теория, подтвержденная экспериментами, фронт горения отклоняется в область компонента, находящегося в недостатке [3].

При условии равенства коэффициентов диффузии компонентов горения между собой $D_1 = D_2 = D$ и описания химической реакции горения одним уравнением вида $v_1 a_1 + v_2 a_2 = v_3 a_3$, где индексами обозначены соответственно окислитель (1), горючее (2) и продукты сгорания (3), а символом v – стехиометрические коэффициенты, создается возможность введения фактора Бурке–Шумана ψ , который удовлетворяет уравнению $L(\psi) = 0$ при $\psi = \frac{C_1}{v_1} - \frac{C_2}{v_2}$. Это позволяет исключить скорость реакции горения из системы дифференциальных уравнений и решать их относительно фактора ψ .

Уравнение для определения координат поверхности фронта горения в трехмерном пространстве имеет вид

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{D}{w} \nabla^2 \psi \quad (5)$$

и его решение методом Фурье в плоскости x, z записывается в виде

$$\psi = \psi_z \psi_x = B_1 \exp\left(-\frac{D}{w} k^2 z\right) [B_2 \sin(kx) + B_3 \cos(kx)], \quad (6)$$

где k, B_1, B_2, B_3 – константы разделения решений и условий однозначности.

Конкретный вид решения (7) зависит от выбранной системы координат и условий однозначности. При этом рационально выделить области избытка и недостатка окислителя или области недостатка и избытка топлива. Далее последовательно решаются задачи для выделенных областей в прямоугольной, цилиндрической и сферической системах координат.

Область избытка окислителя. Определив граничные условия для области недостатка топлива (избытка окислителя):

- при $z = 0$ и $0 \leq x \leq x_0$ $\psi = -C_{2,0}/v_2$;
- при $x = 0$ условие симметрии $\partial\psi/\partial x = 0$,
- получим $B_2 = 0$ и далее

$$\psi = B_1 \exp\left(-\frac{D}{w} k^2 z\right) \cos(kx). \quad (7)$$

В зависимости (6) аргумент косинуса преобразуется при замене $kx_0 = \mu$ и $x = x_0 X$: $kx = \mu X$; аргумент экспо-

ненты также приводится к безразмерному виду заменой $\frac{Dk^2 z}{w} = \mu^2 Ho$, где $Ho = \frac{Dz}{wx_0^2}$ – число гомохронности процесса.

Таким образом, уравнение (7) приводится к виду

$$\psi = B_1 \exp(-\mu^2 Ho) \cos(\mu X), \quad (8)$$

что позволяет сформулировать задачу по определению $k = \mu/x_0$ как задачу по определению собственных чисел краевой задачи Штурма–Лиувилля μ . Решение этой задачи известно из теории линейных дифференциальных уравнений в частных производных [10], поэтому ряд собственных чисел можно записать в общем виде при $jx_0 > \rho D$

$$\mu_n = 0,5\pi(2n - 1), \quad (9)$$

причем μ_n определяется при решении характеристического уравнения

$$\mu_n \left(\frac{jx_0}{\rho D} \right) = \text{ctg} \mu_n. \quad (10)$$

Трансцендентное уравнение (10) имеет бесконечный ряд решений $\mu_1 < \mu_2 < \mu_3 \dots < \mu_n$, поэтому общее решение уравнения (5) представляется суммой бесконечного ряда

$$\psi = \sum_{n=1}^{n \rightarrow \infty} B_{1n} \cos(\mu_n X) \exp(-\mu_n^2 Ho). \quad (11)$$

Аналогично (11) записывается зависимость для ψ_0 , только при экспоненциальном множителе, равном единице, так как $Ho = 0$, что характеризует эту зависимость как разложение $\psi_0 = 1,0$ в ряд Фурье по собственным числам краевой задачи

$$\psi_0 = B_{1n} \cos(\mu_n X). \quad (12)$$

Обычным методом, с учетом ортогональности функций косинуса, можно получить

$$B_{1n} = \frac{\psi_0 2 \sin \mu_n}{(\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n)}, \quad (13)$$

поэтому общее решение уравнения (5) в безразмерном виде при $\Psi = \psi/\psi_0$

$$\Psi = \sum_{n=1}^{n \rightarrow \infty} E_{1n} \cos(\mu_n X) \exp(-\mu_n^2 Ho), \quad (14)$$

где $E_{1n} = \frac{B_{1n}}{\psi_0}$.

При этом сходимость ряда (14) определяется соотношением чисел Ho и $\frac{jx_0}{\rho D} = \text{Vi}_m$, которое можно назвать числом диффузионной массивности Vi_m . При $\text{Vi}_m \rightarrow 0$,

что практически не наблюдается в технических устройствах по сжиганию топлива, $\mu_n = (n - 1)\pi$. Фактически континуум собственных чисел рассматриваемой краевой задачи можно описать зависимостью $\mu_n = (n - k)\pi$, где k – переменный фактор, $k = 0,5 \dots 1,0 = f(\text{Bi}_M)$. В крайних значениях при $\text{Bi}_M \rightarrow 0$, $k = 1,0$ и $\mu_n = (n - 1)\pi$; при $\text{Bi}_M = 100$, $k = 0,5$ и $\mu_n = 0,5(2n - 1)\pi$; промежуточные значения собственных чисел можно найти интерполяцией. В работе [1] рассмотрен только частный случай $\text{Bi}_M \rightarrow 0$.

Координата точки схождения касательных к кривым ψ расположена на расстоянии $x_1 = \frac{1}{\text{Bi}_M} = \frac{\rho D}{jx}$ от плоскости соприкосновения потоков x_0 , координата z_0 точки пересечения линий Ψ с плоскостью соприкосновения – на расстоянии z_0 от оси x

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial x}\right)_{x=x_0} = -\frac{\rho D}{jx_0} = -\frac{1}{\text{Bi}_M}. \quad (15)$$

Зависимость (15) позволяет определить форму поверхности стехиометрического горения ψ в функции формы горелочного устройства и граничных условий.

Область избытка топлива. Поскольку формально граничное условие непроницаемости стенки при $x = S_0$ имеет такое же математическое выражение, как условие симметрии в случае избытка окислителя $\partial \psi / \partial x = 0$ по причине равенства нулю плотности потока массы на стенке $j = 0$, то настоящую задачу можно свести к предыдущей простой заменой координаты x на координату $\xi_x = S_0 - x$, тогда в плоскости соприкосновения потоков $\xi_x = S_0 - x_0$.

Сохранив все выводы из предыдущей задачи, можем перечислить основные величины, влияющие на расположение фронта горения топлива:

– общее решение

$$\Psi = \sum_{n=1}^{n \rightarrow \infty} \frac{B_{1n}}{\Psi_0} \cos(\mu_n \Xi) \exp(-\mu_n^2 Ho_1); \quad (16)$$

– число гомотронности $Ho_1 = \frac{Dz}{w\xi_0^2}$;

– число массивности задачи $\text{Bi}_{M1} = \frac{j\xi_0}{\rho D}$;

– безразмерная координата по нормали к потоку $\Xi = \frac{\xi_x}{\xi_0}$;

– характеристическое уравнение $\text{ctg} \mu_n = \frac{\mu_n}{\text{Bi}_{M1}}$.

Обычные теплотехнические технологии при нагреве и плавлении материалов реализуются в условиях, соответствующих области избытка окислителя. Другая задача решается в технологиях получения горючего газообразного топлива и защитных газов.

Большое конструктивное разнообразие горелочных устройств, где сечение для прохода компонентов горе-

ния создается изменением конфигурации ограничивающих поверхностей, можно условно свести к пересечению простых геометрических фигур трех канонических форм – пластины, цилиндра и шара. Обобщенное уравнение для описания поверхности стехиометрического горения для тел трех канонических форм каналов можно представить в виде

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{D}{w} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + \frac{\gamma - 1}{\eta} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \right). \quad (17)$$

В приведенных зависимостях фактор формы $\gamma = 1$ для пластины, $\gamma = 2$ для цилиндра и $\gamma = 3$ для шара; η – координата, нормальная к продольной координате z . С присоединением условий однозначности решение в безразмерных числах подобия примет вид:

$$\Psi = \sum_{i=1}^{\infty} E_i C_i \exp(-\mu_i^2 Ho). \quad (18)$$

Параметр E_i отражает влияние на развитие фронта горения формы канала и числа $\text{Bi}_M = \frac{jx}{\rho D}$, а также свя-

занных с Bi_M посредством характеристических уравнений собственных чисел μ_i . Параметр C_i отражает влияние формы канала, числа Bi_M и безразмерной координаты рассматриваемой точки по нормали к потоку $X = x/x_0$. Расчетные формулы для определения E_i и C_i для тел канонических форм приведены в работе [11].

Анализ полученного решения. Сходимость ряда (18), а, следовательно, и число слагаемых при заданной точности расчета определяются формой канала, числом Био, заданными условиями однозначности и числом Ho .

При малых значениях $\text{Bi}_M \rightarrow 0$ форма поверхности ψ слабо зависит от диффузионных потоков поперек потока компонентов, так как при этом $\frac{1}{j} \ll \frac{x_0}{\rho D}$ – это ста-

новится возможным при больших значениях плотности потока массы вдоль координаты z . Также такой режим возможен при низких значениях ρD и при большом значении поперечного размера канала x_0 , причем плотность вещества в потоке ρ , как и коэффициент диффузии D являются физическими параметрами компонентов горения, а размер x_0 – конструктивным параметром горелки. Гипотетический предел $\text{Bi}_M \rightarrow 0$ позволяет связать относительное значение $\Psi = \psi/\psi_0$ с фактором формы канала γ и произведением $\text{Bi}_M Ho$. Эти соотношения имеют значение в самопроизвольных процессах горения газообразного топлива при низкой скорости движения компонентов горения.

В работе [3] утверждается, что число значимых для точности расчетов членов ряда в уравнении (18) зависит от значения Ho , что не вполне корректно, так как необходимо учитывать и значение числа Bi_M .

Для другой области $\text{Bi}_M \geq 100$ аналогичных простых зависимостей найти не удастся. Определенные для этой

области собственные числа краевой задачи μ_i и коэффициенты начальных условий D_i приведены в [10]. Фактически при $Bi_m \geq 100$ процесс формирования фронта горения переходит в область граничных условий первого рода [3, 11].

Обработав численные значения для функции $Ho = f(Bi)$, можно получить для плоского канала аппроксимацию

$$Ho_p = 0,309Bi_m^{0,8495} \exp(-0,362Bi_m). \quad (19)$$

Зависимость (19) свидетельствует о том, что связь между Ho_p и Bi_m – сложная, экспоненциально-степенная.

Для определения массовой доли фракции топливных элементов, которые представляются стехиометрическими микрообъемами, содержащими топливо и окислитель, необходимо переменную массу фракции k отнести к суммарной массе всех фракций от начальной при $z = 0$ до значения при $z = 1 - \delta$, где $\delta = \psi_{нар} - \psi_{вн}$ при $z = 0$. В приближении $\delta = \text{const}$ при эквидистантном развитии наружной $\psi_{нар}$ и внутренней $\psi_{вн}$ поверхностей фронта горения элементарный объем фракции $V_{фр} = l_x l_y l_z$ растет за счет увеличения l_x при $l_y = \text{const}$ и $l_z = \text{const}$. Этот постепенный рост продолжается до продольной координаты $z = 1 - \delta$. После $z = 1 - \delta$ происходит интенсивное снижение до 0 массовой доли фракции из-за уменьшения фракционного объема $V_{фр}$.

Эти данные с определением $\varphi(U)$ представлены на рис. 3, на рис. 4 изображена интегральная функция распределения $\Phi(U)$.

Безразмерная форма поверхности горения для плоского канала Ψ , согласно (18), с помощью данных [11] распространяется на каналы других форм, а уравнение (15) позволяет решить задачу по описанию Ψ для

переменных по длине z поперечных размеров канала. Применение метода суперпозиции решений позволяет найти Ψ для ограниченных каналов любых канонических, согласно [11, 14, 15], поперечных сечений.

Аналогичные результаты получаются при рассмотрении гетерогенных факелов, формирующихся из диспергированного жидкого или измельченного твердого топлива [16 – 18].

Выводы. Обобщенное рассмотрение факельных процессов с позиций теории вероятностей при различной плотности нормального распределения $\varphi(U)$ и различии фазового состава компонентов горения произведено с помощью интегральной нормальной функции $\Phi(U)$. Устойчивая форма $\Phi(U)$ достоверно объясняет S-образную продольную температурную функцию, наблюдаемую на практике и служащую базой для тепловой и нестационарной теории воспламенения.

На основе распределения адиабатической температуры в факельном континууме, связанной с $\Phi(U)$, возможно определение фактической температуры факела в рабочем пространстве с учетом радиационных свойств всех элементов теплообменной системы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Вильямс Ф.А. Теория горения. – М.: Наука, 1971. – 616 с.
2. Сполдинг Д.Б. Основы теории горения: Физика. – М.: Изд-во «Книга по Требованию», 2012. – 320 с.
3. Математическая теория горения и взрыва / Б.Я. Зельдович, Г.И. Баренблатт, В.Б. Либрович, Г.М. Махвиладзе. – М.: Наука, 1980. – 478 с.
4. Лисиенко В.Г., Лобанов В.И., Китаев Б.И. Теплофизика металлургических процессов. – М.: Металлургия, 1995. – 240 с.
5. Лисиенко, В.Г. Волков В.В., Гончаров А.Л. Математическое моделирование теплообмена в печах и агрегатах. – Киев: Наукова думка, 1984. – 232 с.

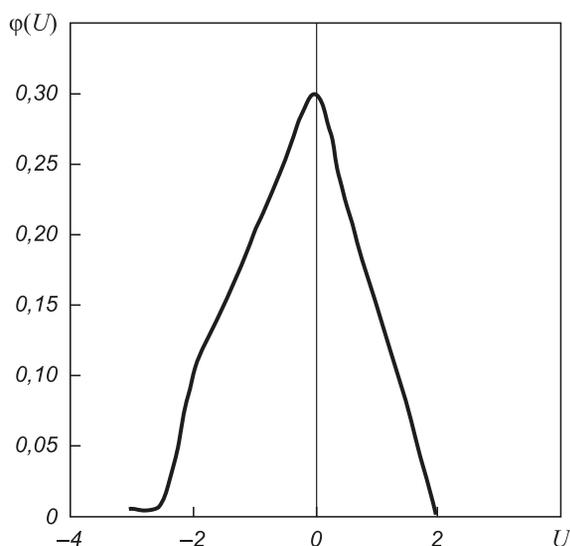


Рис. 3. Плотность нормального несимметричного распределения $\varphi(U) \equiv f(U)$ в гомогенном факеле

Fig.3. Density of normal asymmetrical distribution $\varphi(U) \equiv f(U)$ in a homogeneous flame

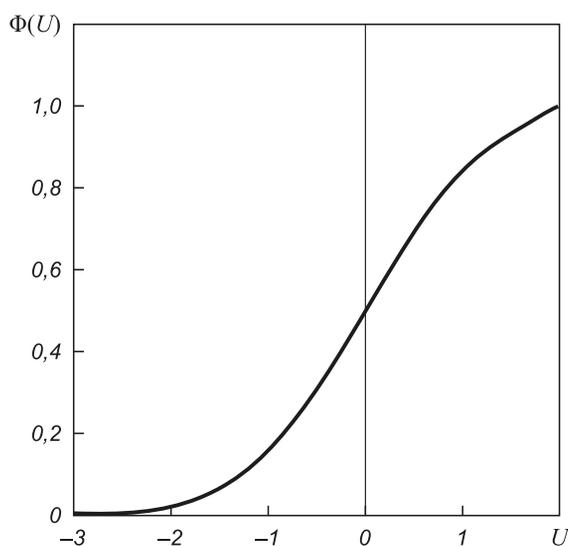


Рис. 4. Интегральная функция распределения $\Phi(U)$ в гомогенном факеле по данным рис. 3.

Fig. 4. The cumulative distribution function $\Phi(U)$ in a homogeneous flame according to the Fig. 3.

6. Лисенко В.Г., Волков В.В., Маликов Ю.К. Улучшение топливоиспользования и управления теплообменом в металлургических печах. – М.: Металлургия, 1988. – 230 с.
7. Лисенко В.Г. Щелоков Я.М., Ладыгичев М.Г. Хрестоматия энергосбережения: Справочное издание. В 2-х книгах. Кн. 2. – М.: Теплоэнергетик, 2003. – 768 с.
8. ANSYS: <http://www.ansys.com/products>.
9. Сполдинг Д.Б. Вычислительная гидродинамика (CFD): прошлое, настоящее и будущее: Проблемы газодинамики и теплообмена в энергетических установках. В 2-х томах. Т. 1. – М.: Изд. дом МЭИ, 2007. С. 9 – 13.
10. Корн, Г.А., Корн, Т.М. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – СПб.: Лань, 2003. – 831 с.
11. Торопов Е.В. Влияние формы и термической массивности тел на эффективность аккумуляционных процессов // Вестник ЮУрГУ. Серия Металлургия. 2016. Т. 16. № 2. С. 117 – 121.
12. Торопов Е.В., Осинцев К.В. Концентрация факельного континуума для зоны интенсивного горения котельного агрегата // Вестник ЮУрГУ. Серия Энергетика. 2015. Т. 15. № 3. С. 5 – 10.
13. Торопов Е.В., Осинцев К.В. Основные характеристики факельного континуума в зоне интенсивного горения котельного агрегата // Вестник ЮУрГУ. Серия Энергетика. 2016. Т. 16. № 2. С. 14 – 21.
14. Кутателадзе С.С. Теплопередача и гидродинамическое сопротивление: Справочное пособие. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 367 с.
15. Телегин А.С., Швыдкий В.С., Ярошенко Ю.Г. Тепломассоперенос: Учебник для вузов. – М.: ИКЦ «Академкнига», 2002. – 455 с.
16. Торопов Е.В., Осинцев К.В. Математическая модель определения начального участка гетерогенного факела и ее адаптация // Вестник ЮУрГУ. Серия Энергетика. 2016. Т. 16. № 3. С. 15 – 22.
17. Харрье Д.Т., Рирдон Ф.Г. Неустойчивость горения в ЖРД. – М.: Мир, 1975. – 869 с.
18. Технологическое сжигание и использование топлива / А.А. Винтовкин, М.Г. Ладыгичев, Ю.М. Голдобин, Г.П. Ясников. – М.: Теплотехник, 2005. – 288 с.

Поступила 12 апреля 2017 г.

IZVESTIYA VUZOV. CHERNAYA METALLURGIYA = IZVESTIYA. FERROUS METALLURGY. 2017. VOL. 60. No. 8, pp. 662–669.

FLAME PROCESSES FROM POSITIONS OF PROBABILITY THEORY

E.V. Toropov¹, L.E. Lymbina¹, Yu.G. Yaroshenko²

¹South Ural State University, Chelyabinsk, Russia

²Ural Federal University named after the first President of Russia
B.N. Yeltsin, Ekaterinburg, Russia

Abstract. To solve the problem of determining the flame temperature in the working space of the thermal units it is proposed to calculate the change of adiabatic enthalpy by using methods of probability theory. It is shown that the normal function of the fuel cells distribution allows to obtain the integral function of enthalpy and adiabatic temperature along the length of flame distribution, including at asymmetrical distribution function. The problem is solved regarding homogeneous diffusive gaseous flames, associated with the combustion of sprayed liquid fuel. Transfer equations solutions regularization's conditions are defined, homochronic number and Bio mass transfer number relation's approximations are proposed. For synthesis of the solution on canals of initial forms the corresponding linear connections are proposed; the limits of change of the mass transfer Bio number and the convergence of series sums in the regularization of solutions of the surface combustion equation are defined according to the method of Burke-Schumann. Flame length's dispersion factor's variability is considered. The explanation of the S-shaped temperature curve observed by the burning of nearly all fuels in installations of various types is proposed. Flame processes generally examined by probability theory with various density of normal distribution function $\varphi(U)$ for homogenic flame by normal integral function $\Phi(U)$ are described. The steady form $\Phi(U)$ significantly explains the S-shaped longitudinal temperature function observed in practice and which serves as a basis for thermal and non-stationary theory of ignition. Actual flame's temperature determination is possible on flare's continuum adiabatic temperature placement taking into account the radiative properties of all heat transfer system's elements. Likewise the task of heterogenic flame's axial temperature's description with variable dispersion factor σ can be solved.

Keywords: flame, homogeneous, probability theory, distribution of fractions, dispersion factor, integral function, enthalpy, adiabatic temperature.

DOI: 10.17073/0368-0797-2017-8-662-669

REFERENCES

1. Williams Forman A. *Combustion theory*. Addison-Wesley Publishing Company, 1965, 447 p. (Russ.ed.: Williams F.A. *Teoriya goreniya*. Moscow: Nauka, 1971, 616 p.).
2. Spalding D.B. *Some fundamentals of combustion*. London: Butterworth Scientific publications, 1955, 250 p. (Russ.ed.: Spalding D.B. *Osnovy teorii goreniya: Fizika*. Moscow: Izd-vo Kniga po Trebovaniyu, 2012, 320 p.).
3. Zel'dovich B.Ya., Barenblatt G.I., Librovich V.B., Makhviladze G.M. *Matematicheskaya teoriya goreniya i vzryva* [Mathematical theory of combustion and explosion]. Moscow: Nauka, 1980, 478 p. (In Russ.).
4. Lisienko V.G. Lobanov V.I., Kitaev B.I. *Teplofizika metallurgicheskikh protsessov* [Thermal physics of metallurgical processes]. Moscow: Metallurgiya, 1995, 240 p. (In Russ.).
5. Lisienko V.G. Volkov V.V., Goncharov A.L. *Matematicheskoe modelirovanie teploobmena v pechakh i agregatakh* [Mathematical modeling of heat transfer in furnaces and aggregates]. Kiev: Naukova dumka, 1984, 232 p. (In Russ.).
6. Lisienko V.G., Volkov V.V., Malikov Yu.K. *Uluchshenie toplivoispol'zovaniya i upravleniya teploobmenom v metallurgicheskikh pechakh* [Improving fuel consumption and management of heat transfer in metallurgical furnaces]. Moscow: Metallurgiya, 1988, 230 p. (In Russ.).
7. Lisienko V.G. Shchelokov Ya.M., Ladygichev M.G. *Khrestomatiya energosberezheniya: Spravochnoe izdanie: V 2-kh knigakh. Kniga 2* [Energy saving readings: Ref.: In 2 books. Book 2]. Moscow: Teploenergetik, 2003, 768 p. (In Russ.).
8. ANSYS: *Products*. Available at URL: <http://www.ansys.com/products>.
9. Spalding D.B. *Vychislitel'naya gidrodinamika (CFD): proshloe, nastoyashchee i budushchee: Problemy gazodinamiki i teploobmena v energeticheskikh ustanovkakh. V 2-kh tomakh. Tom 1* [Computational fluid dynamics (CFD): past, present and future: Problems of gas dynamics and heat exchange in power plants. In 2 vols. Vol. 1]. Moscow: Izdatel'skii dom MEI, 2007, pp. 9–13. (In Russ.).
10. Korn Granino A., Korn Theresa M. *Mathematical handbook for scientists and engineers. Definitions, theorems and formulas for reference and review*. 2nd ed. New York: McGraw – Hill, 2000. (Russ.ed.: Korn G.A., Korn T.M. *Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov*. St. Petersburg: Lan', 2003, 831 p.).
11. Toropov E.V. Influence of shape and thermal massiveness of the bodies on the accumulation processes efficiency. *Vestnik YuUrGU. Seriya Metallurgiya*. 2016, vol. 16, no. 2, pp. 117–121. (In Russ.).
12. Toropov E.V., Osintsev K.V. Concentration of flare continuum for the intensive burning zone in boiler unit. *Vestnik YuUrGU. Seriya Energetika*. 2015, vol. 15, no. 3, pp. 5–10. (In Russ.).

13. Toropov E.V., Osintsev K.V. Main characteristics of the flare continuum in intensive burning zone in boiler unit. *Vestnik YuUrGU. Seriya Energetika*. 2016, vol. 16, no. 2, pp. 14–21. (In Russ.).
14. Kutateladze S.S. *Teplotperedacha i gidrodinamicheskoe soprotivlenie: Spravochnoe posobie* [Heat transfer and flow resistance: Reference manual]. Moscow: Energoatomizdat, 1990, 367 p. (In Russ.).
15. Telegin A.S., Shvydkii V.S., Yaroshenko Yu.G. *Teplomassoperenos: Uchebnik dlya vuzov* [Heat and mass transfer: Textbook for universities]. Moscow: Akademkniga, 2002, 455 p. (In Russ.).
16. Toropov E.V., Osintsev K.V. Mathematical model for determining the initial zone of heterogeneous torch and its adaptation. *Vestnik YuUrGU. Seriya Energetika*. 2016, vol. 16, no. 3, pp. 15–22. (In Russ.).
17. Harrje D.T., Reardon F.H. *Liquid propellant rocket combustion instability*. Washington D.C.: NASA, 1972, 657 p. (Russ.ed.: Harrje D.T., Reardon F.H. *Neustoichivost' goreniya v ZhrD*. Moscow: Mir, 1975, 869 p.).
18. Vintovkin A.A., Ladygichev M.G., Goldobin Yu.M., Yasnikov G.P. *Tekhnologicheskoe szhiganie i ispol'zovanie topliva* [Technological combustion and use of fuel]. Moscow: Teplotekhnika, 2005, 288 p. (In Russ.).

Information about the authors:

E.V. Toropov, Dr. Sci. (Eng.), Professor of the Chair “Heat Power Engineering” (evtor@mail.ru)

L.E. Lymbina, Cand. Sci. (Eng.), Assist. Professor of the Chair “Heat Power Engineering”

Yu.G. Yaroshenko, Dr. Sci. (Eng.), Professor of the Chair “Thermal Physics and Informatics in Metallurgy” (yury-y@planet-a.ru)

Received April 12, 2017