Митюшов Е.А., Рощева Т.А.
Mityushov E.A., Roshtcheva T.A.

"НОВАЯ" КИНЕМАТИКА
THE «NEW» KINEMATIC

Mityushov_E@mail.ru
ГОУ ВПО «Уральский государственный технический университет – УПИ имени первого Президента России Б.Н.Ельцина»
г. Екатеринбург

В работе предложены матричные алгоритмы кинематического описания движения геометрических объектов, которые могут быть использованы при решении некоторых задач компьютерной геометрии, таких, как разворачивание линейчатой поверхности, визуализация построения пространственных кривых и поверхностей, а также при создании лекционных демонстраций в различных естественнонаучных дисциплинах.

This paper introduced matrix algorithms of the kinematic description of movement of geometrical objects which can be used at the decision of some problems of computer geometry, such, as deployment linear surfaces, visualisation of construction of spatial curves and surfaces and also at creation of lecture demonstrations in various natural-science disciplines.

Если бы Леонарду Эйлеру (1707–1783) показали одну из основных формул кинематики твердого тела, носящую его имя и определяющую скорость точки тела при сферическом движении $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$, то он сильно бы удивился и скорей всего ее не признал.

Возникновение векторного исчисления, включающего векторную алгебру и векторный анализ, тесно связано с потребностями механики и физики. До XIX века для задания векторов использовался лишь координатный способ, и операции над векторами сводились к операциям над их координатами. Основы векторного исчисления были заложены исследованиями ирландского математика Уильяма Гамильтона (1805–1865) и немецкого математика Германа Грассмана (1809–1877). Современный вид векторному исчислению придал американский физик, механик и математик Джозайя Гиббс (1839–1903).

В учебной литературе по механике векторная форма записи окончательно закрепилась лишь во второй половине XX века. Оригинальная же форма записи формул Эйлера (а не формулы) имеет вид

$$V_x = qz - ry,\ V_y = rx - pz,\ V_z = py - qx.$$

Эти формулы были установлены в 1750 г. Эйлером в мемуаре «Découverte d'un nouveau principe de Mécanique» («Открытие **нового** принципа механики»).

Дальнейшее развитие естествознания привело к возникновению и широкому распространению новых математических средств, упрощающих работу с большими массивами чисел. В частности, к появлению теории матриц. Впервые матрица как математическое понятие появилась в работах Уильяма Гамильтона (1805–1865) и английских математиков Артура Кэли (1821–1895) и Джеймса

Сильвестра (1814–1897) в середине XIX века. Основы теории матриц созданы немецкими математиками Карлом Вейерштрассом (1815–1897) и Георгом Фробениусом (1849–1917) во второй половине XIX века – начале XX века. Понятие матрицы появилось в связи с развитием теории линейных уравнений – исторически первым разделом линейной алгебры. В XVIII и XIX веках основное содержание линейной алгебры составляли системы линейных уравнений и теория определителей.

В матричном виде формула Эйлера записывается равенством

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Если в XVIII и XIX веках основное содержание линейной алгебры составляли системы линейных уравнений и теория определителей, то в XX веке центральное положение в линейной алгебре занимают понятие векторного пространства и связанные с ним понятия линейного преобразования, линейной, билинейной и полилинейной функции. Линейные преобразования можно описывать с помощью матриц и матрицы являются тем аналитическим аппаратом, с помощью которого изучаются линейные преобразования в конечномерных линейных пространствах. Как известно, конечное перемещение твердого тела в пространстве может быть осуществлено как параллельный перенос вместе с некоторым полюсом с дальнейшим вращением вокруг оси, проходящей через этот полюс (теорема Шаля). На математическом языке это означает, что все движения твердого тела в пространстве образуют группу – группу собственных ортогональных аффинных преобразований движения, подгруппами которых являются параллельные переносы и вращения. При ортогональных аффинных преобразованиях сохраняются расстояния между точками и углы между прямыми. С учетом возможности матричных представлений соответствующих операций это позволяет расширить применение аналитических методов к решению задач теоретической механики, а также получать современные, адаптированные к существующим графическим пакетам, математические модели механического движения. Некоторые матричные алгоритмы, реализующие аналитические методы решения задач кинематики плоских механизмов, сферического и свободного движений твердого тела были предложены в работе[1]

Аналитические методы представления группы преобразований движения находят применение и в одной из современнейших областей прикладной математики – компьютерной геометрии. В этой науке рассматриваются способы представления геометрических фигур при помощи программным образом организованных массивов чисел и методы численного решения различных геометрических и графических задач. В ее основе лежат фундаментальные результаты дифференциальной, аналитической и начертательной геометрий, теории матриц, векторной и линейной алгебр, вычислительной математики. Покажем возможности использования кинематических методов, основанных на использовании матричных представлений, при решении некоторых задач компьютерной геометрии, таких, как разворачивание линейчатой поверхности и построениие пространственных кривых и поверхностей.

При решении задачи о конечном перемещении точек твердого тела при его вращении вокруг произвольной оси с единичным направляющим вектором $\vec{l}$ и проходящей через фиксированную точку M_1, показано [1], что преобразование поворота на угол φ вокруг заданной оси может быть представлено равенством

$$X' = X + \left((1-\cos\varphi)L^2 + \sin\varphi L\right)(X - X_1), \qquad (1)$$

где X', X – векторы-солбцы координат рассматриваемой точки M до и после преобразования; X_1 - вектор-столбец координат точки M_1, L – кососимметрическая вектор-матрица, определяющая положение оси вращения

$$L = \begin{pmatrix} 0 & -l_z & l_y \\ l_z & 0 & -l_x \\ -l_y & l_x & 0 \end{pmatrix}.$$

В случае малого поворота равенство (1) приобретает вид

$$\Delta X = X' - X = L(X - X_1)\Delta\varphi.$$

Это равенство может быть положено в основу аналитического описания процедуры разворачивания линейчатых поверхностей. Заметим, что задача о разворачивании линейчатой поверхности может быть сведена к рассмотрению кинематики изгибания пространственной кривой при развертывании поверхности ее содержащей.

Представим общий кинематический алгоритм нахождения кривой, в которую преобразуется заданная кривая, лежащая на развертываемой поверхности при развертывании последней.

Пусть задан кусок гладкой пространственной кривой $\vec{r}_{н} = (x(u), y(u), z(u))$, $0 \le u \le u^*$. Запишем общее уравнение линейчатой поверхности в виде

$$\vec{r}(u,v) = \vec{r}_{н}(u) + v\vec{l}(u),$$

где $\vec{l}(u)$ – единичные векторы образующих линейчатой поверхности, $\vec{r}_{н}(u)$ - направляющий вектор произвольной гладкой пространственной кривой.

Полагаем, что гауссова кривизна поверхности равна нулю, что эквивалентно условию

$$\dot{\vec{l}} \cdot \vec{n} = 0.$$

Разобьем кривую $\vec{r}_{н} = \vec{r}_{н}(u)$ на n частей и заменим ее ломаной. Представим алгоритм развертывания этой ломаной линии последовательностью поворотов вокруг осей, заданных единичными векторами $\vec{l}(u_1), \vec{l}(u_2), ..., \vec{l}(u_{n-1})$, проходящих через точки разбиения $M(u_1), M(u_2), ..., M(u_{n-1})$, на углы $\Delta\varphi_1, \Delta\varphi_2, ..., \Delta\varphi_{n-1}$ между нормалями к образовавшимся граням.

Тогда, для любой точки $M(u_k)$ разбиения заданной кривой перемещения, которые происходят в результате соответствующих поворотов, с учетом равенства (2) описываются выражениями

$$\begin{aligned}
&X^{(1)}(u_k)-X(u_k)=L(u_{k+1})\left[X(u_{k+1})-X(u_k)\right]\Delta\varphi_{k+1};\\
&X^{(2)}(u_k)-X^{(1)}(u_k)=L(u_{k+2})\left[X(u_{k+2})-X^{(1)}(u_k)\right]\Delta\varphi_{k+2};\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&X^{(n-1-k)}(u_k)-X^{(n-2-k)}(u)=L(u_{k+(n-1-k)})\left[X(u_{n-1-k})-X^{(n-2-k)}(u_k)\right]\Delta\varphi_{k+(n-1-k)}
\end{aligned} \qquad (2)$$

где верхний индекс в записи вектора $X^{(i)}(u_k)$ соответствует номеру шага процедуры развертывания.

Увеличивая количество точек разбиения, дискретное преобразование (2) опишем как непрерывный процесс. Для этого введем в рассмотрение вектор $X(t,u)$ фиксированной точки $(0\le u\le u^*)$ кривой, лежащей на развертываемой поверхности, в положении, соответствующем накопленным поворотам при движении вдоль кривой и определяемым переменным параметром t $(u\le t\le u^*)$. Тогда

$$dX(t,u)=L(t)\left[X(t,u)-X(t)\right]d\varphi(t),\; u\le t\le u^*, \qquad (3)$$

при краевом условии $X(t=u,u)=X(u)$.

Дифференциальное уравнение (3) описывает движение произвольной точки $M(u)$ кривой $X=X(u)$, лежащей на заданной развертываемой поверхности, по мере развертывания последней.

Преобразование, заданное уравнением (1), может быть использовано в качестве основы кинематического метода построения кривых и поверхностей при решении различных задач компьютерной геометрии и компьютерной графики. При этом соответствующий геометрический объект генерируется из заданного начального состояния точки или линии как функция параметра, имеющего физический смысл времени движения.

Кинематическая модель пространственной кривой задается непосредственно уравнением (1), в которое входят: матрица $X(t)$, задающая начальное положение точки, матрицы $X_1(t)$ и $L(t)$, задающие положение оси поворота, а также закон изменения угла поворота $\varphi(t)$.

Построение поверхностей основано на моделировании сложного движения: переносного – движения подвижной системы отсчета вдоль направляющей кривой и относительного, определяемого видом поверхности.

В частности, при построении каналовых поверхностей может быть задано винтовое движение подвижного ортогонального триэдра (образованного единичными векторами касательной, нормали $\vec{n}(t)$ и бинормали $\vec{b}(t)$) вдоль некоторой направляющей кривой $\vec{r}=\vec{r}(t)$.

В этом случае положение точек поверхности определяется равенством

$$\vec{r}=\vec{r}_{н}(t)+\rho(t,\varphi)\cos\varphi\,\vec{n}(t)+\rho(t,\varphi)\sin\varphi\,\vec{b}(t), \qquad (4)$$

где $\rho(t,\varphi)$ – переменный, в общем случае, радиус каналовой поверхности.

Получаемая при этом координатная сетка каналовой поверхности согласована с изгибами направляющей кривой (без перекручивания координатных линий $\varphi = const$).

Матричное представление равенства (4) имеет вид

$$X = X_{н}(s) + \rho(s,\varphi)\cos\varphi N(s) + \rho(s,\varphi)\sin\varphi T(s) N(s),$$

где $X_{н}(s)$ – вектор-столбец координат точек направляющей кривой, $N(s)$ – вектор-столбец единичного вектора нормали направляющей кривой, $T(s)$ – кососимметрическая вектор-матрица единичного вектора касательной к направляющей кривой.

Рощева Т.А., Митюшов Е.А., Берестова С.А. Аналитические алгоритмы кинематики твердого тела. Новые образовательные технологии в вузе. Сборник материалов шестой международной научно-методической конференции. УГТУ-УПИ. 2009. С.242-244.

Опалев Р.О.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДИСКУССИИ В ПРЕПОДАВАНИИ ГРАЖДАНСКОГО И АРБИТРАЖНОГО ПРОЦЕССА

THE USING DISCUSSION METHOD FOR TEACHING CIVIL AND ARBITRATION PROCEDURE

opalevrim@mail.ru

ГОУ ВПО "Уральская государственная юридическая академия»

г. Екатеринбург

В данной статье автор рассматривает практические и теоретические аспекты использования метода дискуссии для преподавания двух смежных юридических дисциплин: гражданского и арбитражного процесса.

In this article author consider practical and theoretical aspects of using discussion method for teaching two adjacent law disciplines: civil and arbitration procedure.

В педагогике под дискуссией понимается организация совместной коллективной деятельности, в ходе которой осуществляется интенсивное и продуктивное решение групповой задачи путем обмена мнениями, в котором участники отстаивают личные субъективные точки зрения по изучаемому вопросу и происходит взаимовоздействие логическими доводами на мнения, позиции и установки друг друга [1].

По описанию К.М. Левитана, семинар-дискуссия или семинар-диспут предоставляет возможность диалогического общения участников с целью коллективного обсуждения и решения какой-либо проблемы. Участники дискуссии учатся точно формулировать свои мысли, активно отстаивать собственную точку зрения, аргументировано возражать. Наиболее адекватной формой семинарского занятия зарекомендовало себя обсуждение по принципу «круглого стола» с соответствующим расположением всех участников. При этом важно научить студентов культуре общения и взаимодействия, чтобы через диалог происходило совместное развитие темы [2].