

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ В АСТРОНОМИИ И АСТРОФИЗИКЕ

Д. А. Кононов

Институт астрономии РАН

Эта лекция ориентирована преимущественно на студентов и имеет своей целью знакомство начинающих астрономов с обратными задачами наблюдательной астрономии и астрофизики. В лекции я расскажу, в чем заключается понятие обратной задачи, каковы особенности решения подобных задач, какие интересные и важные для науки результаты получаются в итоге. Также я приведу ряд иллюстративных примеров из различных областей астрономии и астрофизики.

INVERSE PROBLEMS IN ASTRONOMY AND ASTROPHYSICS

D. A. Kononov

Institute of Astronomy, Russian Academy of Sciences

This review is intended to provide students with basic knowledge about inverse problems arising in observational astronomy and astrophysics. I am going to explain what inverse problems are, what difficulties we face when solving these problems, and what outstanding results we can obtain. In addition I am going to present a number of the most illustrative examples from various areas of astronomy and astrophysics.

Введение

Обратными мы называем задачи, связанные с выяснением свойств объектов или причин явлений по их наблюдаемым следствиям. При этом обратные задачи возникают далеко не только в научно-технической сфере. В качестве иллюстративного примера обратной задачи, так сказать «из жизни», можно вспомнить, как сомелье по вкусу, цвету и запаху вина выясняет регион его происхождения, погодные условия в момент созревания винограда и даже растительное окружение, соседствовавшее с виноградниками.

В качестве примера научно-технической обратной задачи можно привести деконволюцию изображений (очистку изображения от влияния передаточной функции прибора), томографию в медицине, восстановление радиокарт в радиоастрономии, решение кривых блеска в фотометрии двойных звезд, доплеровскую томографию, применяемую для исследования газовых потоков в тесных двойных звездах.

С математической точки зрения обратную задачу можно определить следующим образом. Рассмотрим операторное уравнение вида

$$Ax = y,$$

где A — линейный оператор, действующий из гильбертова* пространства X в гильбертово пространство Y ; x — искомое решение («объект»); y — заданная правая часть уравнения («изображение»). Решение обратной задачи есть отыскание неизвестного x при известном виде оператора A и известных (наблюдаемых) значениях y .

Решение обратных задач сопряжено с определенными трудностями, которые связаны с тем, что большинство таких практических задач являются некорректными. Для прояснения понятия корректности и некорректности задачи обратимся к критерию, предложенному французским математиком Ж. Адамаром. Согласно Адамару корректно поставленной считается задача, для которой выполняются следующие три условия:

- решение существует для любого $y \in Y$;
- решение единственно;
- решение устойчиво, т. е. малым изменениям y соответствуют малые изменения x .

В наблюдательной астрономии нарушаются преимущественно второе и третье условия. Так, например, при восстановлении радиокарт мы сталкиваемся с тем, что количество данных (размерность вектора y) значительно меньше размерности вектора искомого решения (x). Это немедленно нарушает второе условие Адамара: в пределах неизвестных, «отсутствующих» данных итоговое решение можно варьировать как угодно, т. е. оно уже не является единственным. Нарушение третьего условия связано с тем, что в реальных наблюдательных данных практически всегда присутствует шум, который в определенных случаях может сделать решение задачи очень неустойчивым.

* Гильбертовым пространством называется обобщение евклидова пространства на бесконечномерный случай.

Большое разнообразие обратных задач, а также трудности, связанные с их решением, породили развитие не только ряда отдельных математических методов, но и целого направления в математике. Целью данной лекции и является знакомство слушателя с некоторыми самыми иллюстративными примерами астрономических и астрофизических задач и методов их решения. Поскольку автор лекции занимается решением обратных задач, связанных с восстановлением астрономических изображений (доплеровская томография), основной акцент в лекции будет сделан именно на этих задачах. Однако будет уделено внимание и более широкому кругу задач.

Исторический обзор

Как это ни странно, но с того момента, как люди начали решать первые астрономические обратные задачи, прошло значительно больше времени, чем можно себе представить. В работе [1] приведен иллюстративный пример одной из таких древних обратных задач. Речь идет о том, как древние греки, практически не имея под руками никакой сколь-нибудь серьезной математики, смогли по двумерным изображениям восстановить трехмерную форму объекта, т. е., говоря современным языком, решили томографическую задачу. А именно, наблюдая лунные затмения, они установили, что Земля имеет сферическую форму. Греки подметили, что лунные затмения наступают только в момент полнолуний и когда Солнце и Луна находятся в диаметрально противоположных точках небесной сферы. Из этого они сделали вывод, что затмения наступают, когда Земля заслоняет собой Луну от Солнца. Далее, они подметили, что в какой бы точке небесной сферы ни происходило затмение, земная тень всегда имеет круглую форму. Поскольку такую форму тени при любых углах проецирования может иметь только сфера, греки и сделали вывод, что Земля — это сферический объект.

Значительно позже, наблюдая одномерное движение Марса вдоль эклиптики, Кеплер смог восстановить двумерную форму его орбиты, а заодно, распространив полученные выводы на другие наблюдаемые в то время планеты, построил эмпирическую модель Солнечной системы, в которой планеты двигались по эллипсам, имеющим в одном из своих фокусов Солнце.

Приведенные выше примеры в строгом математическом смысле трудно назвать решением обратной задачи, поскольку они основаны не на обращении какого-либо уравнения, а на проверке заранее из-

вестных гипотез. Однако стоит отметить, что многие современные астрономические обратные задачи, имеющие строгую математическую постановку, основаны на некоторых гипотезах, пусть и значительно более сложных в математическом плане. В этом смысле можно сказать, что и древние греки, и Кеплер занимались обратными задачами, только они искали ответ не путем решения некоего математического уравнения, а путем перебора некоторых заранее известных решений.

Бурное развитие математических основ обратных задач началось в конце XIX — начале XX в. и связано с активными исследованиями в области функционального анализа, Фурье-анализа, теории операторов и интегральных уравнений. Ввиду сложности и обширности общих математических аспектов теории обратных задач, а также контекста лекции далее в этом разделе мы сосредоточим внимание на историческом обзоре наиболее значимых, с точки зрения автора, практических примеров и достижений. Тем более что одними из первых ученых, кто начал решать практические обратные задачи, были именно астрономы.

Так, например, одним из ныне часто используемых в обратных задачах преобразований является преобразование Радона [2] — интегральное преобразование, родственное преобразованию Фурье, которое, в частности, представляет собой основу для томографии. Впервые обращение этого преобразования в рамках решения практической задачи было выполнено именно в астрономии. Выполнил его выдающийся советский и армянский астроном В. А. Амбарцумян [3], решая задачу Эддингтона о восстановлении пространственных компонентов скоростей звезд по наблюдаемым лучевым. Стоит отметить, что при должном внимании упомянутая работа В. А. Амбарцумяна могла сыграть существенную роль не только в фундаментальной науке, но и в сугубо прикладных областях знания. Именно поэтому Алан Кормак, один из двух изобретателей медицинского томографа, получивший за свое изобретение Нобелевскую премию в 1964 г., упоминая работу Амбарцумяна в одной из своих статей, сказал, что если бы на нее обратили должное внимание, томограф мог бы появиться значительно раньше.

Всплеск активности в астрономических обратных задачах произошел в связи с появлением радиоастрономии. Технические особенности радиоастрономических наблюдений породили целый ряд методов восстановления изображений, среди которых многие затем эффективно переключались в другие области астрономии. В частности,

среди радиотелескопов присутствуют инструменты с так называемой веерной диаграммой направленности. Эти инструменты наблюдают не весь объект целиком, а «сканируют» его вдоль определенных направлений, и для получения двумерного изображения объекта необходимо использовать некий метод синтеза отдельных «сканов». Такой метод был предложен в 1967 г. Брэйсуэлом и Риддлом [4]. Их работа, среди прочего, интересна тем, что по сути предложенное решение есть также очередной способ обращения упомянутого выше преобразования Радона.

Следующим толчком к развитию эффективных методов восстановления изображений в радиоастрономии послужила острая проблема повышения пространственного разрешения, которая возникает ввиду значительно больших, в сравнении с оптикой, длин волн. Для иллюстрации всей глубины проблемы достаточно упомянуть, что для получения углового разрешения в $1''$ на длине волны 21 см потребовалось бы построить телескоп с диаметром зеркала ~ 50 км. В связи с этим для решения проблемы разрешения в радиоастрономии начал широко использоваться апертурный синтез (интерферометрия), который с необходимостью приводит к обратной задаче восстановления изображений по крайне разреженным данным. Здесь можно отметить работы Хегбома и Стира [5, 6], посвященные ныне широко используемому методу чистки (CLEAN), а также работы Нараяна и Нитьянанды [7], посвященные методу максимальной энтропии, который также пользуется большой популярностью в наши дни, и не только в радиоастрономии.

С развитием наблюдательных инструментов и теоретических методов возросла активность в исследовании более тусклых и далеких объектов, в частности, взаимодействующих двойных звезд. Предположения о том, что в этих объектах существуют сложные газодинамические структуры, были высказаны еще в первой половине XX в. (см., например, [8]). Наблюдательное исследование подобных объектов сопряжено с немалыми трудностями, поскольку зачастую приходится анализировать быстропеременные и, если так можно выразиться, одномерные данные — кривые блеска и спектры, чтобы сделать заключение о трехмерной картине течения. В подавляющем большинстве случаев для взаимодействующих двойных звезд никакой речи о прямых наблюдениях картины течения быть не может ввиду малости их размеров или удаленности от Солнца. В контексте обсуждения достижений в решении данного типа задач необходимо отметить работы, выполненные в Московском государственном уни-

верситете (см., например, [9]). Также в наблюдательных исследованиях взаимодействующих двойных звезд начиная с 1985—1988 гг., удалось добиться значительного прогресса в связи с изобретением таких методов исследования, как затменное картирование и доплеровская томография [10, 11]. Оба метода путем решения обратных задач позволяют восстановить двумерную картину течения. Изначально эти методы были созданы для исследования катаклизмических переменных звезд, но в настоящее время находят применение и в отношении других «родственных» им двойных.

До сих пор мы говорили преимущественно об обратных задачах, так или иначе связанных с восстановлением изображений астрономических объектов. Однако спектр астрономических обратных задач, поставленных и решенных к сегодняшнему дню, несравненно шире. К сожалению, уместить их все в формат лекции не представляется возможным. Для ознакомления с некоторыми из неупомянутых задач можно обратиться к уже процитированной работе [1].

Современные результаты

При обсуждении современных достижений в решении астрономических обратных задач, связанных с восстановлением изображений, картированием астрономических объектов, необходимо отметить, что эти достижения теперь относятся скорее не к разработке новых математических методов, а к введению в строй новых, более совершенных инструментов и более эффективному использованию имеющегося математического аппарата (см., например, [12]).

Ввиду ограниченного объема лекции не представляется возможным перечислить все новые (полученные в последние два десятилетия) результаты. Поэтому в данном разделе я остановлюсь на самых, по моему мнению, иллюстративных достижениях. Без преувеличения, среди результатов, достойных упоминания, можно назвать те, которые получены с помощью инструмента ALMA (Atacama Large Millimeter/Submillimeter Array). Введение в строй ALMA, который представляет собой антенную решетку и работает на принципе апертурного синтеза, среди прочего позволило получить беспрецедентные изображения протопланетных дисков вокруг молодых звезд. В частности, одним из наиболее иллюстративных примеров достижений ALMA является картирование протопланетного диска вокруг звезды HL Tau (<https://www.eso.org/public/news/eso1436/\#2>, [13, 14]). Результаты этих работ позволили увидеть не только сам

диск, но и структуры в нем (кольца и пустоты), которые, как предполагают авторы, связаны с рождением планет, а также оценить параметры магнитного поля и его взаимодействие с веществом в системе звезда—диск.

Также среди достижений радиоастрономии я бы отметил запуск космического аппарата «Радиоастрон» и его достижения в качестве плеча интерферометра со сверхдлинной базой. Столь беспрецедентная длина базы позволяет получать беспрецедентное пространственное разрешение (см., например, [15, 16]).

Говоря об инструментах и достижениях в картировании всевозможных астрономических объектов, также можно отметить работы, выполненные с инструментом VLTI, который представляет собой инфракрасный интерферометр. Спектр задач решаемых с помощью этого инструмента, простирается от исследования молодых звезд и экстрасолнечных планет до пространственно разрешенных изображений активных галактических ядер и микролинзированных изображений (см., например, <https://www.eso.org/sci/facilities/paranal/telescopes/vlti/science.html>, [17, 18]). В контексте обсуждения инструмента VLTI, кстати, интересно отметить, что, ввиду очень слабого заполнения UV-плоскости, при восстановлении структуры некоторых объектов используются нестандартные методы восстановления изображений. А именно, для восстановления применяется комбинация прямого и обратного методов, т. е. наблюдаемые на интерферометре величины (функции видности) моделируются на основании некоторых предположений об объекте исследования и сравниваются с полученными реальными функциями видности.

Конечно, когда речь идет об обратных задачах, связанных с восстановлением изображений, я не могу обойти вниманием доплеровскую томографию. Нужно признать, что в настоящее время исследование объектов, для которых изначально была придумана доплеровская томография, значительно уступает по популярности тем же протопланетным дискам и исследованиям галактик, упомянутым выше. Однако в самой этой области до сих пор остается масса нерешенных интереснейших физических вопросов, а доплеровская томография — даже с использованием инструментов средних размеров — позволяет получить изображения структуры течения в объектах, прямые наблюдения которых не под силу даже самым большим и совершенным инструментам. В частности, в лекции я упомяну последние достижения в исследовании самых внутренних областей ак-

крейционных дисков в катаклизмических переменных звездах, а также представлю результаты совместной с коллегами из УрФУ работы, в которой впервые получено изображение структуры течения в массивной взаимодействующей двойной системе UU Cas.

Помимо самых иллюстративных примеров, каждому из которых мы уделим определенное внимание, в данном разделе я приведу дайджест результатов работ по затенному картированию катаклизмических переменных звезд, пятенному картированию и еще некоторым методам.

Заключение

Лекция посвящена обратным задачам, которые весьма распространены в наблюдательной астрономии. Представлен исторический обзор развития некоторых методов решения астрономических обратных задач и некоторые современные достижения интерферометрии и картирования. Ввиду личных научных интересов автора основной акцент сделан на задачах, связанных с получением и восстановлением изображений астрономических объектов. Лекция может быть полезна студентам младших и средних курсов для ознакомления с определенными классами задач, решаемыми в современной астрономии.

Библиографические ссылки

1. *Lucy L. B.* Astronomical Inverse Problems // Reviews in Modern Astronomy / ed. by G. Klare : Reviews in Modern Astronomy. — 1994. — Vol. 7. — P. 31—50.
2. *Radon J.* Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten // Berichte über die Verhandlungen der Königlich-Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig. — 1917. — Vol. 69. — P. 262—277.
3. *Ambarzumian V.* On the derivation of the frequently function, of space velocities of the stars from the observed radial velocities // Mon. Not. R. Astron. Soc. — 1936. — Vol. 96. — P. 172.
4. *Bracewell R. N., Riddle A. C.* Inversion of Fan-Beam Scans in Radio Astronomy // Astrophys. J. — 1967. — Vol. 150. — P. 427.
5. *Högbom J. A.* Aperture Synthesis with a Non-Regular Distribution of Interferometer Baselines // Astron. and Astrophys. Suppl. Ser. — 1974. — Vol. 15. — P. 417.

6. *Steer D. G., Dewdney P. E., Ito M. R.* Enhancements to the deconvolution algorithm 'CLEAN' // *Astron. Astrophys.* — 1984. — Vol. 137. — P. 159–165.
7. *Narayan R., Nityananda R.* Maximum entropy image restoration in astronomy // *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* — 1986. — Vol. 24. — P. 127–170.
8. *Struve O.* The Spectrum of β Lyrae. // *Astrophys. J.* — 1941. — Vol. 93. — P. 104.
9. *Goncharskii A. V., Cherepashchuk A. M., Iagola A. G.* Numerical methods of solving inverse problems of astrophysics // *Moscow Izdatel Nauka.* — 1978.
10. *Horne K.* Images of accretion discs. I — The eclipse mapping method // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* — 1985. — Vol. 213. — P. 129–141.
11. *Marsh T. R., Horne K.* Images of accretion discs. II - Doppler tomography // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* — 1988. — Vol. 235. — P. 269–286.
12. *Cai X., Pratley L., McEwen J. D.* Online radio interferometric imaging: assimilating and discarding visibilities on arrival // *ArXiv e-prints.* — 2017. 1712.04462.
13. *ALMA Partnership, Brogan C. L., Pérez L. M. et al.* The 2014 ALMA Long Baseline Campaign: First Results from High Angular Resolution Observations toward the HL Tau Region // *Astrophys. J. Lett.* — 2015. — Vol. 808. — P. L3. 1503.02649.
14. *Hasegawa Y., Okuzumi S., Flock M., Turner N. J.* Magnetically Induced Disk Winds and Transport in the HL Tau Disk // *Astrophys. J.* — 2017. — Vol. 845. — P. 31. 1706.09565.
15. *Gomez J. L., Lobanov A., Kovalev Y. et al.* RadioAstron Polarization KSP: Probing the innermost regions of blazar jets at tens of microarcseconds resolution // 42nd COSPAR Scientific Assembly : COSPAR Meeting. — 2018. — Vol. 42. — P. E1.8–3–18.
16. *Savolainen T.* RadioAstron imaging of nearby radio galaxies // 42nd COSPAR Scientific Assembly : COSPAR Meeting. — 2018. — Vol. 42. — P. E1.8–4–18.
17. *Gravity Collaboration, Sanchez-Bermudez J., Weigelt G. et al.* GRAVITY chromatic imaging of η Car's core. Milliarcsecond resolution imaging of the wind-wind collision zone (Br γ , He I) // *Astron. Astrophys.* — 2018. — Vol. 618. — P. A125.
18. *Dong S., Mérand A., Delplancke-Ströbele F. et al.* First Resolution of Microlensed Images // *ArXiv e-prints.* — 2018. 1809.08243.