АЛГОРИТМ РАСЧЁТА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В АВТОДИННЫХ ГЕНЕРАТОРАХ

В.Я. Носков, К.А. Игнатков

Екатеринбург, Уральский федеральный университет, noskov@oko-ek.ru

THE ALGORITHM OF TRANSIENT PROCESSES CALCULATION IN THE AUTODYNE OSCILLATOR

V.Ya. Noskov, K.A. Ignatkov

В ряде задач практического использования автодинов с импульсной модуляцией необходимы данные о времени и особенностях установления автодинного отклика. Известные в литературе результаты таких исследований были получены в квазистатическом приближении [1,2]. Здесь рассмотрим процесс формирования автодинных изменений параметров автоколебаний радиоимпульсного генератора под воздействием отражённого излучения с учётом инерционности изменений амплитуды колебаний.

Для этого при решении представленной в докладе [3] системы уравнений (1) – (4) воспользуемся известным методом шагов, являющимся наиболее точным при решении задач с последействием (запаздыванием). Пользуясь изложенной в [2] методикой, запишем последовательность основных соотношений для пошагового расчета фазы $\delta(\tau)=\delta(t,\tau)$ автодинного отклика, частоты генерации ω, а также относительных изменений амплитуды $a_1(t,\tau)$ и частоты $\chi(t,\tau)$ автодина в процессе установления автодинного отклика после «включения» генератора.

Шаг 0. Данный шаг соответствует интервалу нормированного относительно величины τ времени $t_{\text{н}}^{(0)}\in(0,\,1)$ от момента включения генератора $(t_{\text{н}}^{(0)}=0)$ до прихода первого отражённого излучения $(t_{\text{н}}^{(0)}=1)$. На этом интервале имеем режим стационарных колебаний, при котором $\delta(t_{\text{н}}^{(0)})=0$, $a_1(t_{\text{н}}^{(0)})=0$, $\chi(t_{\text{н}}^{(0)})=0$, $\omega(t_{\text{н}}^{(0)})=\omega_0$, т.е. автодинный отклик отсутствует. Здесь и далее $t_{\text{н}}=t/\tau$ – текущее время внутри шага, а индексы в скобках вверху при $t_{\text{н}}$ означают его номер.

Шаг 1. В момент воздействия на генератор первого отражённого излучения, колебания которого соответствуют стационарному режиму, на интервале $t_{\text{н}}^{(1)}\in(1,\,2)$ устанавливается набег фазы $\delta(t,\tau)=\delta(t_{\text{н}}^{(1)})$:

$$\delta(t_{\text{н}}^{(1)})=\omega(t_{\text{н}}^{(0)})\,\tau=\omega_0\tau\,. \tag{1}$$

С учётом (1) дифференциальное уравнение (1) работы [3] для нормированных относительных автодинных изменений амплитуды $a_{1\text{н}}(t_{\text{н}}^{(1)})=a_1(t_{\text{н}}^{(1)})/\Gamma K_{\text{а}}$ имеет вид:

$$da_{1\text{н}}(t_{\text{н}}^{(1)})/dt_{\text{н}}^{(1)}+(1/\tau_{\text{ан}})a_{1\text{н}}(t_{\text{н}}^{(1)})=(1/\tau_{\text{ан}})\cos(\omega_0\tau-\psi_1)\,, \tag{2}$$

где $\tau_{\text{ан}}=\tau_{\text{а}}/\tau$ – нормированная относительно величины τ постоянная времени автодинного отклика. Общее решение уравнения (2) методом Эйлера в форме Коши имеет вид:

$$a_{1\text{н}}(t_{\text{н}}^{(1)})=\exp\left(-\int_0^{t_{\text{н}}^{(1)}}\frac{1}{\tau_{\text{ан}}}dt_{\text{н}}^{(1)}\right)\left[\frac{1}{\tau_{\text{ан}}}\cos(\omega_0\tau-\psi_1)\int_0^{t_{\text{н}}^{(1)}}\exp\left(\int_0^{t_{\text{н}}^{(1)}}\frac{1}{\tau_{\text{ан}}}dt_{\text{н}}^{(1)}\right)dt_{\text{н}}^{(1)}+C_1\right]. \tag{3}$$

В выражении (3) пределы интегрирования определяются нормированной продолжительностью шага (от 0 до 1). Решая уравнение (3) с учётом нулевых начальных условий: $C_1=a_1(t_{\text{н}0}^{(1)})=0$ $(t_{\text{н}}^{(1)}=0)$, получим выражения для нормированных автодинных изменений амплитуды колебаний в виде:

$$a_{1\text{н}}(t_{\text{н}}^{(1)})=K_{\text{а}}(t_{\text{н}}^{(1)})\cos[\delta(t_{\text{н}}^{(1)})-\psi_1]=K_{\text{а}}(t_{\text{н}}^{(1)})\cos(\omega_0\tau-\psi_1)\,. \tag{4}$$

где $K_{\text{а}}(t_{\text{н}}^{(1)})=1-\exp(-t_{\text{н}}^{(1)}/\tau_{\text{ан}})$ – зависящий от времени $t_{\text{н}}^{(1)}$ нормированный коэффициент автодинного усиления. Подставляя (4) в (2) работы [3] после элементарных преобразований получим выражения для относительных $\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}}^{(1)}) = \chi(t_{\text{н}}^{(1)}) / \Gamma L_{\text{а}}$ и абсолютных изменений $\omega(t_{\text{н}}^{(1)})$ частоты колебаний:

$$\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}}^{(1)}) = -L_{\text{а}}(t_{\text{н}}^{(1)})\sin[\delta(t_{\text{н}}^{(1)}) + \theta(t_{\text{н}}^{(1)})] = -L_{\text{а}}(t_{\text{н}}^{(1)})\sin[\omega_0\tau + \theta(t_{\text{н}}^{(1)})], \tag{5}$$

$$\omega(t_{\text{н}}^{(1)}) = \omega_0 + \omega_0\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}}^{(1)}) = \omega_0 + \Delta\omega_{\text{ma}}(t_{\text{н}}^{(1)}), \tag{6}$$

где $L_{\text{а}}(t_{\text{н}}^{(1)})$=$\sqrt{\{[1-\gamma\rho\exp(-t_{\text{н}}^{(1)}/\tau_{\text{ан}})]^2 + \gamma^2[1-\exp(-t_{\text{н}}^{(1)}/\tau_{\text{ан}})]^2\}/(1+\gamma^2)}$ – зависящий от времени $t_{\text{н}}^{(1)}$ нормированный коэффициент автодинной девиации частоты; $\theta(t_{\text{н}}^{(1)}) = \operatorname{arctg} \gamma[1-\exp(-t_{\text{н}}^{(1)}/\tau_{\text{ан}})]/[1-\gamma\rho\exp(-t_{\text{н}}^{(1)}/\tau_{\text{ан}})]$ – зависящий от времени $t_{\text{н}}^{(1)}$ угол фазового смещения автодинных изменений частоты. При этом в момент прихода первого отраженного излучения ($t_{\text{н}}^{(1)} = 0$) величина $\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}}^{(1)}) = \chi_{\text{н}}(t_{\text{н0}}^{(1)})$ равна:

$$\chi_{\text{н}}(t_{\text{н0}}^{(1)}) = -[(1-\gamma\rho)/(1+\gamma^2)^{1/2}]\sin\omega_0\tau. \tag{7}$$

Установившиеся значения $\delta(t_{\text{н}\infty}^{(1)})$, $a_{1\text{н}}(t_{\text{н}\infty}^{(1)})$ и $\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}\infty}^{(1)})$, полученные из (1), (4) и (5) при $t_{\text{н}}^{(1)} = \infty$, соответственно равны:

$$\delta(t_{\text{н}\infty}^{(1)}) = \omega_0\tau,\ a_{1\text{н}}(t_{\text{н}\infty}^{(1)}) = \cos(\omega_0\tau - \psi_1),\ \chi_{\text{н}}(t_{\text{н}\infty}^{(1)}) = -\sin(\omega_0\tau + \theta). \tag{8}$$

Шаг 2. Изменённые на первом шаге колебания после задержки на время τ, связанное с прохождением излучения до отражателя и обратно, воздействуют на генератор на временном интервале $t_{\text{н}}^{(2)} \in (2, 3)$ с набегом фазы $\delta(t,\tau) = \delta(t_{\text{н}}^{(2)})$:

$$\delta(t_{\text{н}}^{(2)}) = \omega(t_{\text{н}}^{(1)})\tau = \omega_0\tau + p_{\text{а}}\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}}^{(1)}). \tag{9}$$

С учётом (9) дифференциальное уравнение (1) работы [3] для нормированных относительных автодинных изменений амплитуды $a_{1\text{н}}(t_{\text{н}}^{(2)})$ имеет вид:

$$da_{1\text{н}}(t_{\text{н}}^{(2)})/dt_{\text{н}}^{(2)} + (1/\tau_{\text{ан}})a_{1\text{н}}(t_{\text{н}}^{(2)}) = (1/\tau_{\text{ан}})\cos[\omega_0\tau - \psi_1 + p_{\text{а}}\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}}^{(1)})]. \tag{10}$$

Точное аналитическое решение уравнения (10) не найдено. Приближённое решение при учёте пренебрежимо малых изменений $\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}}^{(1)})$ за время τ и начальных условиях $a_{1\text{н}}(t_{\text{н0}}^{(2)}) = a_{1\text{н}}(t_{\text{н1}}^{(1)})$ в соответствии с (4) при $t_{\text{н1}}^{(1)} = 1$, имеет вид:

$$a_{1\text{н}}(t_{\text{н}}^{(2)}) = \cos[\omega_0\tau - \psi_1 + p_{\text{а}}\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}}^{(1)})] + \\ +\exp\left(-\frac{t_{\text{н0}}^{(2)}}{\tau_{\text{ан}}}\right)\left[\cos(\omega_0\tau - \psi_1) - \cos\left(\omega_0\tau - \psi_1 - p_{\text{а}}\frac{1-\gamma\rho}{\sqrt{1+\gamma^2}}\sin\omega_0\tau\right)\right]. \tag{11}$$

После подстановки (11) в (2) работы [3] и элементарных преобразований получим выражения для относительных $\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}}^{(2)})$ и абсолютных изменений $\omega(t_{\text{н}}^{(2)})$ частоты колебаний:

$$\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}}^{(2)}) = -\frac{(1-\gamma\rho)}{\sqrt{1+\gamma^2}}\sin\left(\omega_0\tau + p_{\text{а}}\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}}^{(1)})\right) - \gamma\sqrt{\frac{1+\rho^2}{1+\gamma^2}}\cos\left[\omega_0\tau - \psi_1 + p_{\text{а}}\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}}^{(1)})\right] - \\ -\gamma\sqrt{\frac{1+\rho^2}{1+\gamma^2}}\exp\left(-\frac{t_{\text{н}}^{(2)}}{\tau_{\text{ан}}}\right)\left[\cos(\omega_0\tau - \psi_1) - \cos\left(\omega_0\tau - \psi_1 - p_{\text{а}}\frac{1-\gamma\rho}{\sqrt{1+\gamma^2}}\sin\omega_0\tau\right)\right], \tag{12}$$

$$\omega(t_{\text{н}}^{(2)}) = \omega_0 + \Delta\omega_{\text{ma}}\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}}^{(2)}). \tag{13}$$

Начальные значения $\delta(t_{\text{н0}}^{(2)})$, $a_{1\text{н}}(t_{\text{н0}}^{(2)})$ и $\chi_{\text{н}}(t_{\text{н0}}^{(2)})$ в момент прихода второго отраженного излучения, полученные из (9), (11), (12) при $t_{\text{н}}^{(2)} = 0$, соответственно равны:

$$\delta(t_{\text{н0}}^{(2)}) = \omega_0\tau - p_{\text{а}}[(1-\gamma\rho)/(1+\gamma^2)^{1/2}]\sin\omega_0\tau, \tag{14}$$

$$a_{1\text{н}}(t_{\text{н0}}^{(2)}) = \cos(\omega_0\tau - \psi_1), \tag{15}$$

$$\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}0}^{(2)}) = -\frac{(1-\gamma\rho)}{\sqrt{1+\gamma^2}}\sin\left(\omega_0\tau - p_{\text{а}}\frac{1-\gamma\rho}{\sqrt{1+\gamma^2}}\sin\omega_0\tau\right) - \gamma\sqrt{\frac{1+\rho^2}{1+\gamma^2}}\cos(\omega_0\tau-\psi_1)\,. \qquad (16)$$

При этом установившиеся значения $\delta(t_{\text{н}\infty}^{(2)})$, $a_{1\text{н}}(t_{\text{н}\infty}^{(2)})$ и $\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}\infty}^{(2)})$, полученные при $t_{\text{н}}^{(2)} = \infty$, соответственно равны:

$$\delta(t_{\text{н}\infty}^{(2)}) = \omega_0\tau - p_{\text{а}}\sin(\omega_0\tau+\theta)\,, \qquad (17)$$

$$a_{1\text{н}}(t_{\text{н}\infty}^{(2)}) = \cos[\omega_0\tau - \psi_1 - p_{\text{а}}\sin(\omega_0\tau+\theta)]\,, \qquad (18)$$

$$\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}\infty}^{(2)}) = -\sin[\omega_0\tau + \theta - p_{\text{а}}\sin(\omega_0\tau+\theta)]\,, \qquad (19)$$

Шаг *n*. Анализ последовательности выполненных выше решений позволил найти общие выражения для расчёта требуемых величин на *n*-ом шаге, используя решения, полученные на предыдущем $(n-1)$-ом шаге. В общем случае результат воздействия $(n-1)$ отражённого излучения на анализируемый процесс автоколебаний n-го шага запишем в виде:

$$\delta(t_{\text{н}}^{(\text{n})}) = \omega(t_{\text{н}}^{(\text{n}-1)})\tau = \omega_0\tau + p_{\text{а}}\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}}^{(\text{n}-1)})\,, \qquad (20)$$

$$a_{1\text{н}}(t_{\text{н}}^{(\text{n})}) = \cos[\delta(t_{\text{н}}^{(\text{n})}) - \psi_1] + \exp(-t_{\text{н}}^{(\text{n})}/\tau_{\text{ан}})\{a_{1\text{н}}(t_{\text{н}1}^{(\text{n}-1)}) - \cos[\delta(t_{\text{н}0}^{(\text{n}-1)}) - \psi_1]\}\,, \qquad (21)$$

$$\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}}^{(\text{n})}) = -(1-\gamma\rho)/\sqrt{1+\gamma^2}\sin\delta(t_{\text{н}}^{(\text{n})}) - \gamma\sqrt{(1+\rho^2)/(1+\gamma^2)}\,a_{1\text{н}}(t_{\text{н}}^{(\text{n})})\,, \qquad (22)$$

$$\omega(t_{\text{н}}^{(\text{n})}) = \omega_0 + \Delta\omega_{\text{ma}}\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}}^{(\text{n})})\,. \qquad (23)$$

$$\delta(t_{\text{н}\infty}^{(\text{n})}) = \omega_0\tau + p_{\text{а}}\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}\infty}^{(\text{n}-1)})\,, \qquad (24)$$

$$a_{1\text{н}}(t_{\text{н}\infty}^{(\text{n})}) = \cos[\delta(t_{\text{н}\infty}^{(\text{n})}) - \psi_1]\,, \qquad (25)$$

$$\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}\infty}^{(\text{n})}) = \sin[\delta(t_{\text{н}\infty}^{(\text{n})}) + \theta]\,. \qquad (26)$$

Из анализа выражений (20) – (26) видно, что закономерности изменений амплитуды $a_{1\text{н}}(t_{\text{н}}^{(\text{n})})$ и частоты $\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}}^{(\text{n})})$ колебаний генератора после его включения на n-ом шаге определяются набегом фазы $\delta(t_{\text{н}}^{(\text{n})})$ отражённой волны за время τ на частоте $\omega(t_{\text{н}}^{(\text{n}-1)})$ $(n-1)$-го шага. При этом в процессе вычислений величин $a_{1\text{н}}(t_{\text{н}}^{(\text{n})})$ согласно (21) необходимо учитывать конечные значения $a_{1\text{н}}(t_{\text{н}1}^{(\text{n}-1)})$ при $t_{\text{н}}^{(\text{n}-1)} = 1$ и начальные значения фазы $\delta(t_{\text{н}0}^{(\text{n}-1)})$ при $t_{\text{н}}^{(\text{n}-1)} = 0$ на $(n-1)$-м шаге. Необходимо отметить, что полученные выражения для установившихся значений $\delta(t_{\text{н}\infty}^{(\text{n})})$, $a_{1\text{н}}(t_{\text{н}\infty}^{(\text{n})})$ и $\chi_{\text{н}}(t_{\text{н}\infty}^{(\text{n})})$ n-го шага согласно (24) – (26) совпадают с квазистатическими решениями, полученными для фазовой (ФХА), амплитудной (АХА) и частотной (ЧХА) характеристик автодина в [1,2]. Кроме того, также отметим, что сама процедура нахождения решений для установившихся значений совпадает с процедурой решения трансцендентных уравнений n-го приближения, описывающих отклик автодина, работающего в режиме непрерывного излучения [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в соответствии с постановлением Правительства №218 от 09.04.2010г.

Литература

1. Воторопин С.Д., Носков В.Я., Смольский С.М. Анализ автодинного эффекта радиоимпульсного генератора // Известия вузов. Физика. 2008. Т. 51. № 3. С. 64–70.
2. Носков В.Я., Смольский С.М. Современные гибридно-интегральные автодинные генераторы микроволнового и миллиметрового диапазонов и их применение. Ч. 6. Исследования радиоимпульсных автодинов // Успехи современной радиоэлектроники. 2009. № 6. С. 3–51.
3. Носков В.Я., Игнатков К.А. Основные уравнения для исследования переходных процессов в автодинном генераторе и анализ его устойчивости // (См. настоящий сборник).
4. Носков В.Я., Игнатков К.А., Смольский С.М. Зависимость автодинных характеристик от внутренних параметров СВЧ генераторов // Радиотехника. 2012. № 6. С. 24–46.