УДК 332.012.2

Калинин Валерий Викторович,
доцент,
Высшая школа экономики и менеджмента,
ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б.Н.Ельцина»
г.Екатеринбург, Российская Федерация

Берг Дмитрий Борисович,
доктор физико-математических наук, профессор,
Высшая школа экономики и менеджмента,
ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б.Н.Ельцина»
г.Екатеринбург, Российская Федерация

Ульянова Елизавета Андреевна,
аспирант,
Высшая школа экономики и менеджмента,
ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б.Н.Ельцина»
г.Екатеринбург, Российская Федерация

Попков Валериан Владимирович,
доктор экономических наук, профессор, директор,
АНО Международный институт Александра Богданова
г.Екатеринбург, Российская Федерация

АНАЛИЗ ПОТОКОВ ПЛАТЕЖЕЙ МЕТОДОМ НОРМИРОВАННОГО РАЗМАХА

Аннотация:
Статья посвящена фрактальному анализу временных рядов платежей. Использовался метод нормированного размаха, который позволяет сравнивать ряды различной продолжительности. Исследованы ряды платежей, осуществлявших агентами в локальной платежной системе (ЛПС) в течение двух месяцев, а также одним агентом вне ЛПС в течение одного календарного года. В первом случае использовалось агрегирование данных понедель-

ное, во втором – помесячное. Полученные для двух исследованных рядов значения показателя Херста оказались существенно различными – для ЛПС он оказался близким к 0,5 (текущее значение слабо влияет на будущее), а для отдельного агента – 0,73 (трендоустойчивый ряд с тенденцией к росту значений со временем). Отличия в значениях объясняются тем, что два исследованных месяца составляли полный жизненный цикл ЛПС, а годовой период для агента вне ЛПС – только незначительную часть его жизненного цикла.

Ключевые слова:
локальная платежная система (ЛПС), поток платежей, модель жизненного цикла, динамический фрактал, метод нормированного размаха

Введение

Анализ временных рядов различных финансовых показателей является широко востребованным в современной экономике, поскольку позволяет осуществлять функции контроля и управления [1]. Временные ряды являются результатом протекания тех или иных экономических процессов различной природы, которые требуют использования различных аналитических методов [2]. В настоящее время рассматривают процессы следующих видов:

– динамические, для описания которых используются дифференциальные уравнения;

– статистические, для описания которых используются функции распределения и иные средства теории вероятности и математической статистики;

– нелинейные динамические процессы, которые проявляют статистические свойства;

– неклассические процессы, которые обладают фрактальной размерностью [3].

– В настоящей работе процесс платежей рассматривается как процесс, обладающий фрактальной размерностью.

Данные наблюдений

Для исследования были выбраны два потока (временных ряда) платежей: – платежи реального предприятия, отражающие его взаимодействие с внешней средой;

– платежи между агентами замкнутой экономической системы (предпринимательского экосообщества), отражающие взаимные поставки продуктов и услуг.

Временной ряд платежей реального предприятия включал 155 транзакции за календарный год, взятых из бухгалтерской базы данных. Временной ряд платежей между агентами предпринимательского сообщества состоял из 124 транзакций за два месяца, взятых из базы данных локальной платежной системы (ЛПС) [4].

Оба ряда данных имеют нерегулярный характер по времени. Для того, чтобы обработать данные методом нормированного размаха, было произведено агрегирование данных (для предприятия – за месяц, для платежной системы – за неделю), что представлено в таблице 1.

Таблица 1. Агрегированные данные по платежам

	Платежи предприятия			Платежи ЛПС	
№ п/п	Месяц	Сумма дебет		№ недели	Сумма платежей
1	Январь	2188		1	750
2	Февраль	26165		2	600
3	Март	19292		3	2200
4	Апрель	24991		4	3750
5	Май	16531		5	12100
6	Июнь	16213		6	17703
7	Июль	19248		7	12240
8	Август	20406			
9	Сентябрь	8950			
10	Октябрь	38613			
11	Ноябрь	52214			
12	Декабрь	38192			

Метод нормированного размаха

Данный метод был предложен Херстом для оценки цикличности колебаний [5]. Анализ проводится для временного ряда, который представлен совокупностью n последовательных величин $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$.

Среднее значение временного ряда x_m рассчитывается как:

$$x_m = \frac{1}{n}\sum_{r=1}^{n} x_r \tag{1}$$

Стандартное отклонение S_n определяется по формуле:

$$S_n = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{r=1}^{n}(x_r - x_m)^2} \tag{2}$$

Далее вычисляем отклонения данных временного ряда от среднего значения, в результате чего получаем ряд:

$$Z_r = x_r - x_m \tag{3}$$

со средним значением, равным нулю.

Далее перейдем к кумулятивным временным рядам:

$$Y_1 = Z_1 + Z_r,\ r = \overline{2, n} \tag{4}$$

При этом последнее значение Y_n всегда будет равным нулю, так как $\overline{Z_r} = 0$.

Размах определяется разностью между максимальным и минимальным значениями Y_r:

$$R_n = \max(Y_1, \dots, Y_n) - \min(Y_1, \dots, Y_n) \tag{5}$$

Y отрегулирован до среднего значения, равного нулю, поэтому максимальное значение Y всегда будет неотрицательным, а минимальное значение – неположительным. При этом условии величина R_n будет всегда неотрицательной.

Применительно к временным рядам, Херст предложил общую форму уравнения, имеющую вид:

$$(R/S)_n = c \times n^H, \tag{6}$$

где c - константа; H - показатель Херста.

Частным случаем этого уравнения является результат, полученный Эйнштейном для броуновского движения в случае систем, которые не являются независимыми. При $n = T$ уравнение Херста имеет вид уравнения Эйнштейна $R = T^{0,5}$.

Величина R/S называется нормированным размахом, так как имеет нулевое среднее и выражается в виде локального среднеквадратичного отклонения. Нормировка размаха делением на среднеквадратичное отклонение позволяет сравнивать различные явления, а также периоды времени, которые удалены друг от друга.

Для определения показателя Херста уравнение (6) логарифмируем

$$\log(R/S)_n = \log c + H \log n \quad (7)$$

Тангенс угла наклона в выражении (7) дает оценку показателя Херста.

В зависимости от величины показателя Херста фрактальное броуновское движение (ФБД) может быть разделено на три случая [6, 7].

Первый случай.

$H = 0{,}5$

Это случай классического броуновского движения, исследованного Эйнштейном. События случайны и статистически не коррелированны. Распределение вероятности может быть нормальным, что не является обязательным условием. То есть происходящие события являются независимыми.

Влияние настоящего на будущее может быть выражено корреляционным соотношением:

$$C = 2^{2H-1} - 1 \quad (8)$$

где C - мера корреляции.

При $H = 0{,}5$ мера корреляции обращается в нуль. Настоящее не оказывает влияния на будущее.

Второй случай

$0 < H < 0{,}5$

Этот случай при $0 < H < 0{,}5$ соответствует антиперсистентным или эргодическим рядам. Такой тип системы называют «возврат к среднему». Если система демонстрирует рост в предыдущий период, то, скорее всего, в следующем периоде начнется спад. И наоборот, если происходило снижение, то вероятен близкий подъем.

Здесь возникает задача определения продолжительности интервалов подъема и снижения значений показателей временного ряда. Устойчивость такого антиперсистентного поведения зависит от того, насколько показатель Херста H близок к нулю. Чем ближе его значение к нулю, тем ближе корреляционное соотношение C к значению 0,5 или отрицательной корреляции. Такой ряд более изменчив, чем случайный ряд, так состоит из частых реверсов спад-подъем.

Третий случай

$0{,}5 < H < 1{,}0$

При $0{,}5 < H < 1{,}0$ получаем персистентные или трендоустойчивые ряды. Если ряд возрастает или убывает в предыдущий период, то, вероятно, он будет сохранять эту тенденцию в будущем. Устойчивость трендов увеличивается при возрастании показателя Херста H к единице. Чем ближе H к значению 0,5, тем более зашумлен ряд и тем менее выражен его тренд. Персистентные временные ряды представляют собой более интересный класс, так как оказалось, что они не только обнаруживаются в природе (это открытие принадлежит Херсту), но и свойственны финансовым рынкам.

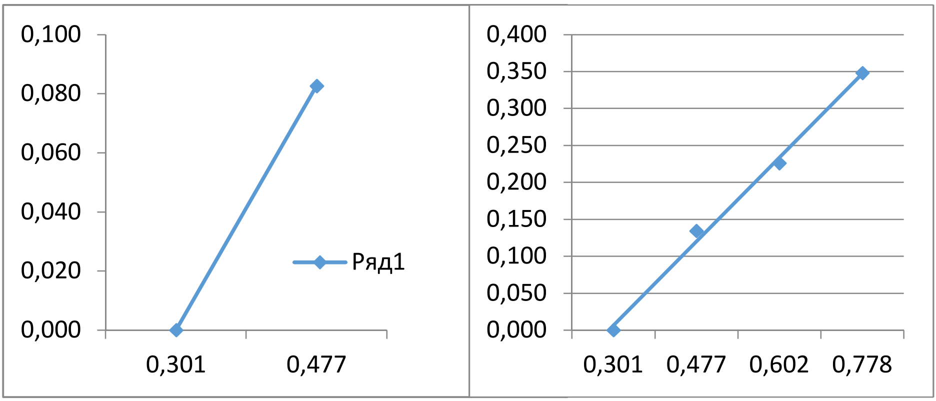
Результаты расчетов

Для ЛПС методика расчета предполагает расчет для 6 точек, что дает два сомножителя: 2 и 3. Для расчета выбираются 6 последовательных объемов платежей со 2-й по 7-ю недели. Для предприятия – 12 точек и четыре сомножителя, соответственно. Итоговые результаты сведены в таблицу 2.

Таблица 2. Итоговые результаты расчетов

	Расчет по предприятию				Расчет по ЛПС	
n	2	3	4	6	2	3
	0,301	0,477	0,602	0,778	0,301	0,477
	1,000	1,362	1,682	2,228	1,000	1,209
	0,000	0,134	0,226	0,348	0,000	0,083

Показатель Херста определяется как тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс (рисунок).



а б

Рисунок. Расчет значения показателя Херста как тангенса угла наклона аппроксимирующей прямой: а) ЛПС, H = 0,469; б) предприятие H = 0,729

Обсуждение и выводы

В ходе исследования для предприятия потока платежей предприятия получили значение показателя Херста $H = 0{,}729 > 0{,}5$.

Таким образом, оцениваемый ряд является трендоустойчивым с тенденцией к росту значений со временем. Для локальной платежной системы полученный показатель Херста $H = 0{,}469 < 0{,}5$. Таким образом, оцениваемый ряд платежей между экономическими агентами предпринимательского экособщества является нетрендоустойчивым (антиперсистентным). Однако его близость к пороговому значению 0,5 свидетельствует о том, что текущее значение платежей слабо влияет на будущее. Обнаруженные принципиальные отличия в динамике значений платежей объясняются тем, что два исследованных месяца составляли полный жизненный цикл ЛПС, а годовой период для агента вне ЛПС – только незначительную часть его жизненного цикла. Для уточнения полученного результата необходимо проанализировать существенно большие массивы данных.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 15-06-04863 «Математические модели жизненного цикла локальных платежных систем».

Список используемых источников

1. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов прогноз и управление. Выпуск 1. М.: Мир, 408 с.
2. Кричевский М.Л., Интеллектуальные методы в менеджменте. СПб: ПИТЕР, 2005, 304 с.
3. Мандельброт Б.Б. Фрактальная геометрия природы. М.: URSS. 2010. 656 с
4. Чепуров Е.Г., Назарова Ю.Ю., Медведева М.А., Ранюк С.В., Берг Д.Б. Локальная платежная система: разработка и возможности практического применения // Журнал "Научное обозрение"№ 16, 2016, с. 106-113.
5. Гулд Х., Тобочник Я., Компьютерное моделирование в физике, «Мир»,1990, часть 1.
6. Старченко Н.В., Индекс фрактальности и локальный анализ хаотических временных рядов, диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, М.: 2005.
7. RS-анализ (анализ фрактальной структуры временных рядов) [Электронный ресурс:] https://habrahabr.ru/post/256381/

Kalinin Valery,
Associate Professor,
Ural Federal University
named after the first President of Russia B.N. Yeltsin
Ekaterinburg, Russian Federation

Berg Dmitry,
Doctor of Physico-mathematical Sciences, Professor,
Ural Federal University
named after the first President of Russia B.N. Yeltsin
Ekaterinburg, Russian Federation

Ulianova Elizaveta,
Graduate student,
Ural Federal University
named after the first President of Russia B.N. Yeltsin
Ekaterinburg, Russian Federation

Popkov Valerian,
Doctor of Economic Sciences, Professor, Director,
ANO International Institute of Alexander Bogdanov
Ekaterinburg, Russian Federation

ANALYSIS OF PAYMENT FLOW BY NORMALIZED RANGE METHOD

Abstract:
The article is devoted to the fractal analysis of time series of payments. The method of normalized range was used, which makes it possible to compare series of different duration. The series of payments carried out by agents in the local payment system (LPS) for two months, as well as by one agent outside the LPS during one calendar year were investigated. In the first case, the data was aggregated weekly, in the second case, monthly. The values of the Hurst index obtained for the two series studied turned out to be significantly different: for LPS it turned out to be close to 0.5 (the current value has little effect on the future), and for an individual agent it is 0.73 (a trend-resistant series with a tendency to increase in value with time). Differences in the values are explained by the fact that the two months studied accounted for the full life cycle of the LPS, and the annual period for the agent outside the LPS is only a small part of its life cycle.

Key words:
local payment system (LPS), payment flow, life cycle model, dynamic fractal, normalized range method