



Уральский  
федеральный  
университет

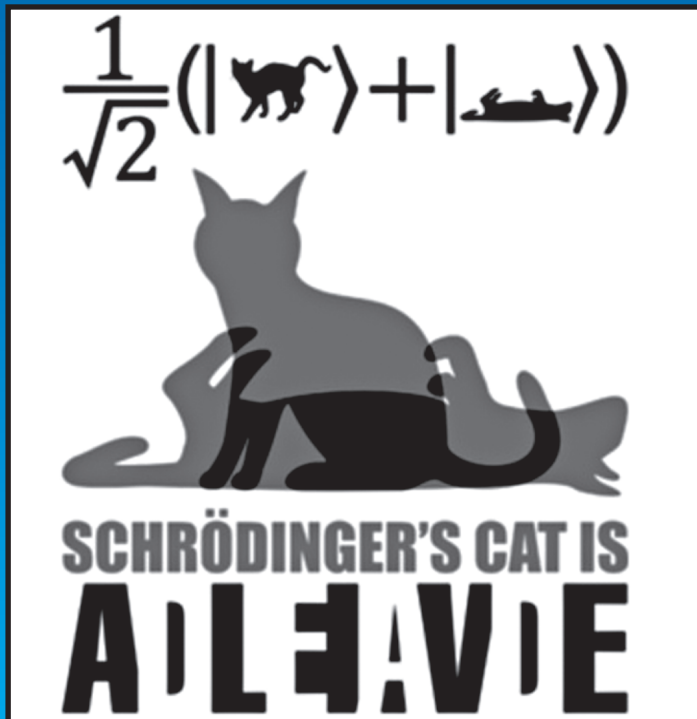
имени первого Президента  
России Б.Н.Ельцина

Институт  
фундаментального  
образования

**А. Г. ВОЛКОВ**  
**А. А. ПОВЗНЕР**

# КУРС ФИЗИКИ. Квантовая физика

Учебное пособие





Министерство образования и науки Российской Федерации

Уральский федеральный университет  
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина

**А. Г. Волков, А. А. Повзнер**

**КУРС ФИЗИКИ.  
Квантовая физика**

Учебное пособие

Рекомендовано методическим советом  
Уральского федерального университета  
для студентов вуза, обучающихся  
по инженерно-техническим  
направлениям подготовки

Екатеринбург  
УрФУ  
2017

УДК 530.145(075.8)

ББК 22.31я73

В67

Рецензенты: кафедра физико-математических дисциплин УрГППУ (завкафедрой канд. физ.-мат. наук, доц. *С. В. Анахов*); завкафедрой физики УрГГУ д-р физ.-мат. наук *И. Г. Коршунов*

Научный редактор — проф., д-р физ.-мат. наук *А. В. Мелких*

На обложке использовано изображение с сайта <http://www.stihi.ru/2011/09/23/1272>

**Волков, А. Г.**

В67 Курс физики. Квантовая физика : учебное пособие / А. Г. Волков, А. А. Повзнер. — Екатеринбург : УрФУ, 2017. — 155, [1] с. ISBN 978-5-321-02527-7

Излагаются физические основы квантовой теории, даются необходимые представления и формулы нерелятивистской квантовой механики. На примере теории теплового излучения сформулированы основы квантовой статистики. Особое внимание уделено изложению и обсуждению ключевых аспектов квантовой механики: корпускулярно-волновому дуализму, принципу неопределенностей Гейзенберга, квантованию энергии, импульса и момента импульса. Подробно изложены основные эксперименты, послужившие предпосылкой создания квантовой теории, а также подтверждающие ее выводы. Приведены подробные решения модельных квантово-механических задач с обсуждением и пояснением промежуточных этапов решения и конечных результатов.

В краткой форме изложены основы ядерной физики, атомной физики и физики элементарных частиц.

УДК 530.145(075.8)

ББК 22.31я73

ISBN 978-5-321-02527-7

© Уральский федеральный университет, 2017

# 1. КВАНТОВАЯ ОПТИКА

---

Свет обладает волновыми свойствами. Однако волновые свойства являются проявлением только одной стороны электромагнитного излучения. В этом разделе рассматривается другая, корпускулярная сторона электромагнитного излучения, опытные факты и явления, подтверждающие ее.

## 1.1. Тепловое излучение

---

### *1.1.1. Характеристики, вводимые для описания параметров теплового излучения. Закон Кирхгофа*

Под тепловым излучением понимают излучение ЭМВ телами за счет их внутренней энергии  $U$ , т. е. за счет теплового движения молекул и атомов. Такое излучение присуще всем телам, так как тепловое движение существует при всех температурах выше абсолютного нуля температур.

Одними из основных свойств теплового излучения являются его немонохроматичность (в спектре этого излучения присутствуют всевозможные частоты) и неполяризованность (равновероятность всех возможных направлений колебаний вектора напряженности  $E$  электрического поля электромагнитной волны).

Кроме того, в отличие от других видов излучения, тепловое излучение является равновесным, т. е. оно может находиться в равновесии с излучающим телом. Это связано с тем, что интенсивность  $I$  теплового излучения зависит от температуры тела ( $I = I(T)$ ), и поэтому любые отклонения от равновесного состояния между излучающим телом

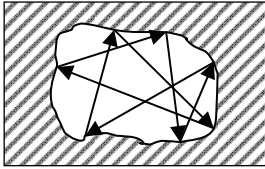


Рис. 1.1

$T$  и излучением приводят к тому, что снова восстанавливается положение равновесия.

Действительно, пусть внутри тела имеется полость (рис. 1.1), заполненная тепловым излучением. Если, например, температура тела внезапно увеличится, то тогда интенсивность излучения станет больше, что приведет к уменьшению внутренней энергии  $U$  тела, которая пропорциональна температуре ( $U = U(T)$ ). Следовательно, температура тела станет меньше, интенсивность излучения понизится и снова наступит равновесие между телом и излучением в полости:  $\uparrow T \Rightarrow \uparrow I \Rightarrow \downarrow U \Rightarrow \downarrow T$ .

Равновесность теплового излучения позволяет изучать его закономерности с помощью законов равновесной термодинамики. Так, законы теплового излучения были установлены применением к этому излучению термодинамического подхода, в котором не рассматривается внутреннее строение систем, а выводы о поведении систем делаются на основе трех законов (начал) термодинамики.

Для описания теплового излучения вводятся такие понятия, как энергетическая светимость  $R_T$  и спектральная плотность  $r_{\lambda,T}$  энергетической светимости (испускательная способность)

$$R_T = \frac{dW}{dSdt}, \quad r_{\lambda,T} = \frac{dR}{d\lambda}, \quad (1.1a)$$

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda. \quad (1.1b)$$

Как видно из формулы (1.1a),  $R_T$  представляет собой энергию, излучаемую с единицы поверхности тела в единицу времени во всем интервале длин волн (или частот).

Спектральная плотность  $r_{\lambda,T}$  энергетической светимости представляет собой энергию, излучаемую с единицы поверхности тела в единицу времени в единичном интервале длин волн.  $R_T$  и  $r_{\lambda,T}$  связаны между собой формулой (1.1b).

В теоретических и экспериментальных исследованиях, наряду со спектральной плотностью энергетической светимости, выраженной через длину волны, применяется эта же характеристика, зависящая от частоты  $\nu$  излучения

$$r_{\nu,T} = \frac{dR}{d\nu}. \quad (1.2)$$

Формула связи между ними запишется таким образом:

$$r_{\nu,T} = \frac{dR}{d\nu} = \frac{dR}{d\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{d\nu} = -r_{\lambda,T} \frac{d(c/\nu)}{d\nu} = \frac{c}{\nu^2} r_{\lambda,T} \Rightarrow r_{\nu,T} = \frac{c}{\nu^2} r_{\lambda,T}. \quad (1.3)$$

При выводе формулы (1.3) было учтено, что для приращения  $d\nu > 0$  приращение  $d\lambda$  будет меньше нуля ( $d\lambda < 0$ ).

Для описания способности тел поглощать электромагнитное излучение вводят монохроматический коэффициент поглощения (поглощательную способность)

$$a_{\lambda,T} = \frac{dW_{\text{ПОГЛ}}}{dW_{\text{ПАД}}}. \quad (1.4)$$

Он показывает, какая часть энергии  $dW_{\text{ПАД}}$  падающего излучения с длинами волн в пределах от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$  поглощается телом.

Как следует из формул (1.1а) и (1.2), энергетическая светимость  $R_T$  и испускательная способность  $r_{\lambda,T}$  являются размерными величинами ( $[R_T] = \text{Вт}/\text{м}^2$ ),  $[r_{\lambda,T}] = \text{Вт}/\text{м}^3$ ,  $[r_{\nu,T}] = \text{Вт} \cdot \text{с}/\text{м}^2$ , а поглощательная способность  $a_{\lambda,T}$  — безразмерной величиной. Они зависят от температуры тела ( $R_T$ ) и от длины волны (частоты) излучаемого (поглощаемого) теплового излучения ( $r_{\lambda,T}$ ,  $a_{\lambda,T}$ ).

Удобно ввести два тела, идеальных по способности, поглощать электромагнитное излучение: 1) *абсолютно черное тело* (*а. ч. т.*) — тело, которое во всем интервале длин волн поглощает полностью падающее на него излучение ( $a_{\lambda,T} = 1$ ); 2) *абсолютно серое тело* (*а. с. т.*) — тело, для которого поглощательная способность во всем интервале длин волн является постоянной величиной, меньшей единицы ( $a_{\lambda,T} = \text{const} < 1$ ).

Поглощательная и испускательная способность любого тела связаны между собой *законом Кирхгофа*, который был установлен в 1859 г. на основе применения законов термодинамики к тепловому излучению. Закон Кирхгофа относится только к равновесному тепловому излучению.

Согласно закону Кирхгофа *отношение испускательной способности тела к его поглощательной способности не зависит от природы тела и является универсальной функцией температуры тела и длины волны, которую называют универсальной функцией Кирхгофа или испускательной способностью абсолютно черного тела*

$$\left(\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}}\right)_1 = \left(\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}}\right)_2 = \dots = (r_{\lambda,T})_{a.ч.т.} = r_{\lambda,T}^0, \quad (1.5)$$

где  $r_{\lambda,T}^0$  обозначает испускательную способность абсолютно черного тела.

Из закона Кирхгофа следует:

1) если на каком-то интервале длин волн тело сильно излучает, то на этом интервале длин волн оно и сильно поглощает. Действительно, если  $(r_{\lambda,T})_1 > (r_{\lambda,T})_2$ , то тогда из закона Кирхгофа (1.5) следует, что  $(a_{\lambda,T})_1 = (a_{\lambda,T})_2 (r_{\lambda,T})_1 / (r_{\lambda,T})_2 > (a_{\lambda,T})_2$ ;

2) наиболее сильно при данной температуре во всем интервале длин волн излучает абсолютно черное тело; действительно, из закона Кирхгофа (1.5) получим:  $r_{\lambda,T}^0 = (r_{\lambda,T} / a_{\lambda,T}) \geq (r_{\lambda,T})$ , так как  $(a_{\lambda,T}) \leq 1$ ;

3) для установления законов теплового излучения необходимо экспериментальное и теоретическое исследование испускательной способности абсолютно черного тела.

### 1.1.2. Модель абсолютно черного тела. Экспериментальные законы теплового излучения а. ч. т.

Для экспериментального исследования испускательной способности а. ч. т. необходимо смоделировать а. ч. т. на опыте. На первый взгляд это оказывается достаточно сложным делом, так как любое реальное тело не может иметь поглощательную способность, равную единице, во всем интервале длин волн.

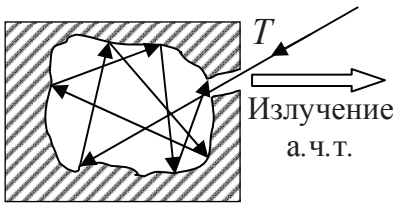


Рис. 1.2

Даже для черного бархата поглощательная способность отклоняется от единицы за пределом видимого диапазона излучения.

Но оказалось, что моделью а. ч. т. может считаться полость внутри тела, которая имеет малое входное отверстие (рис. 1.2).

Действительно, все излучение, попадающее в эту полость, практически не выходит наружу. Это связано с тем, что при многократных отражениях от стенок полости энергия падающего излучения практически полностью поглощается внутри нее. Следовательно, поглощательная способность такой полости во всем интервале длин волн будет равна единице, тогда выходящее из полости излучение представляет



собой излучение а. ч.т. Температура этого излучения будет равна температуре тела, внутри которого находится полость.

Такое излучение можно изучить с помощью спектральных приборов (например, дифракционной решетки) и построить график зависимости испускательной способности  $r_{\lambda,T}^0$  а. ч.т. от длины волны. Эти графики приведены на рис. 1.3.

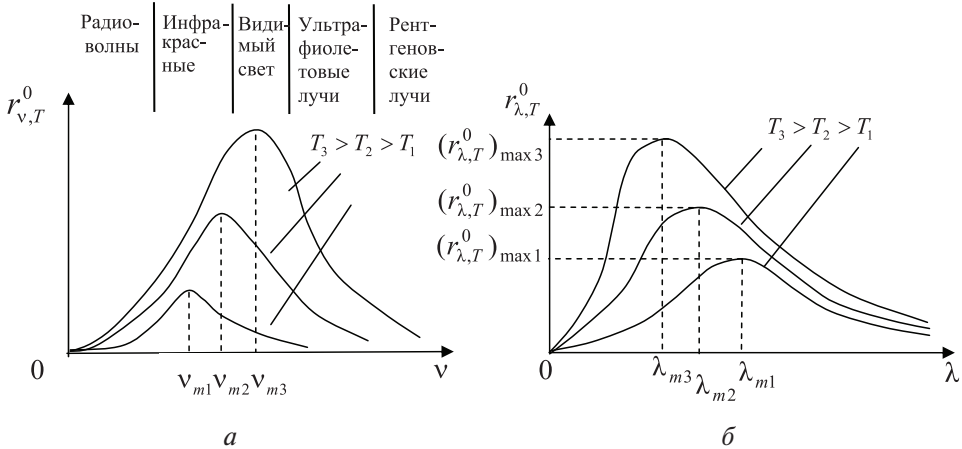


Рис. 1.3

Как видно из рис. 1.3, график зависимости  $r_{\lambda,T}^0$  от длины волны  $\lambda$  имеет максимум, зависящий от температуры тела, кривая  $r_{\lambda,T}^0$  плавно спадает в области больших длин волн и практически равна нулю в области рентгеновского излучения. С повышением температуры интенсивность излучения возрастает, максимум  $r_{\lambda,T}^0$  увеличивается и смещается в область малых длин волн.

Полученные экспериментально графики для испускательной способности а. ч.т. при разных температурах излучающего тела позволили сформулировать опытные законы теплового излучения.

**1. Закон Стефана — Больцмана.** Можно экспериментально показать, что площадь под графиком испускательной способности  $r_{\lambda,T}^0$  а. ч.т. прямо пропорциональна четвертой степени температуры а. ч.т. Если учесть, что площадь под графиком а. ч.т. определяется энергетической светимостью  $R_T$  тела, то тогда можно получить закон Стефана — Больцмана: *энергетическая светимость абсолютно черного тела прямо пропорциональна четвертой степени его температуры.*

$$R_T = \sigma T^4. \quad (1.6)$$

Входящая в формулу (1.6) постоянная  $\sigma$  получила название *постоянной Стефана — Больцмана*. Она равна  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>).

Отметим, что этот закон был открыт экспериментально Стефаном (1879 г.) и теоретически доказан Л. Больцманом (1884 г.) на основе законов термодинамики.

**2. Закон смещения Вина.** Он позволяет найти смещение длины волны, соответствующей максимуму испускательной способности а. ч. т.  $\lambda_{\max}$  при изменении его температуры. Вин (1893 г.) с помощью законов термодинамики и электродинамики доказал теоретически следующий закон: *длина волны  $\lambda_{\max}$ , на которую приходится максимум испускательной способности а. ч. т., обратно пропорциональна абсолютной температуре а. ч. т.*

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \quad (1.7)$$

где *постоянная Вина*  $b = 2,898 \cdot 10^{-3}$  м·К.

Этот закон был подтвержден затем экспериментально.

Законы теплового излучения а. ч. т., полученные экспериментально, а также с помощью термодинамического подхода, поставили задачу теоретического объяснения этих законов и вывода формулы, которая дает совпадение с экспериментальной испускательной способностью а. ч. т. во всем интервале длин волн. Попытка решения этой задачи в рамках классической физики с помощью статистического подхода была предпринята Релеем и Джинсом.

### 1.1.3. Формула Релея — Джинса. Ультрафиолетовая катастрофа. Формула Планка

**1. Формула Релея — Джинса.** Расчет испускательной способности а. ч. т. в рамках классической физики был проведен Релеем и Джинсом. Они рассматривали равновесное излучение черного тела в закрытой полости (см. рис. 1.1). Предполагалось, что *атомы стенок полости излучают как совокупность линейных гармонических осцилляторов (электрических диполей) со всевозможными частотами*. Исходя из этого предположения была получена формула для испускательной способности а. ч. т.

$$r_{\nu,T}^0 = \frac{c}{\nu^2} r_{\lambda,T}^0 = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \langle \varepsilon \rangle, \quad r_{\lambda,T}^0 = \frac{2\pi c}{\lambda^4} \langle \varepsilon \rangle, \quad (1.8)$$

где  $\langle \varepsilon \rangle$  — средняя энергия осциллятора.

Затем, предполагая, что атомы излучают волны непрерывно, Релей и Джинс записали для средней энергии одного осциллятора  $\langle \varepsilon \rangle$  следующую формулу:

$$\langle \varepsilon \rangle = kT, \quad (1.9)$$

где  $k$  — постоянная Больцмана;  $T$  — температура излучающего тела.

Эта формула является следствием *принципа равномерного распределения энергии по степеням свободы*: на каждую степень свободы любого движения приходится энергия, равная  $(\langle \varepsilon \rangle = kT / 2)$ . Отметим, что колебательное движение осцилляторов включает в себя кинетическую и потенциальную энергии, на каждую из которых приходится энергия теплового движения  $kT / 2$ .

В итоге, в рамках классической физики, была получена *формула Релея — Джинса*:

$$r_{\nu, T}^0 = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT, \quad (r_{\lambda, T}^0)_{\text{Р-Д}} = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT. \quad (1.10)$$

**2. Вывод формулы Релея — Джинса.** При выводе формулы полость внутри тела можно взять в виде куба с ребром  $L$  (см. рис. 1.4, *a*). В такой полости возникают стоячие волны, для которых вдоль ребер куба по осям  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  должно укладываться целое число полувольт, так как узлы стоячих волн будут находиться в вершинах куба (аналог стоячих волн, возникающих в упругой струне)

$$L = L_x = \frac{\lambda}{2} n_1 = \frac{\pi}{k_x} n_1; \quad L_y = \frac{\pi}{k_y} n_2; \quad L_z = \frac{\pi}{k_z} n_3; \quad n_1, n_2, n_3 = 1, 2, 3, \dots,$$

где  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$  — проекции волнового вектора, соответствующего стоячей волне на оси  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ .

В пространстве волновых векторов (см. рис. 1.4, *b*) на одну стоячую волну приходится объем, равный

$$\Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z = \left( \frac{\pi}{L} \Delta n \right)^3 = \left( \frac{\pi}{L} \right)^3.$$

Найдем число стоячих волн, заключенных в интервале модулей волновых векторов от  $k$  до  $k + dk$ . В пространстве волновых векторов (см. рис. 1.4, *b*) этот интервал представляет собой шаровой слой толщиной  $dk$ . Разделим объем шарового слоя на объем, приходящийся на одну стоячую волну,

$$dN = \frac{4\pi k^2 \Delta k}{(\pi/L)^3} \cdot \frac{1}{8} \cdot 2 = L^3 \frac{(2\pi)^3 v^2 \Delta v}{\pi^2 c^3} = 8\pi V \frac{v^2 dv}{c^3},$$

где учтено, что  $k = 2\pi v / c$ ;  $V = L^3$  — объем полости; из-за малости изменения частоты можно заменить  $\Delta\omega \rightarrow d\omega$ ; далее одной стоячей волне соответствуют две волны с взаимно перпендикулярными направлениями колебаний вектора  $\vec{E}$  и поэтому в формуле появляется коэффициент 2. Коэффициент  $(1/8)$  в формуле связан с тем, что выбирается часть шарового слоя для положительных значений  $k$ .

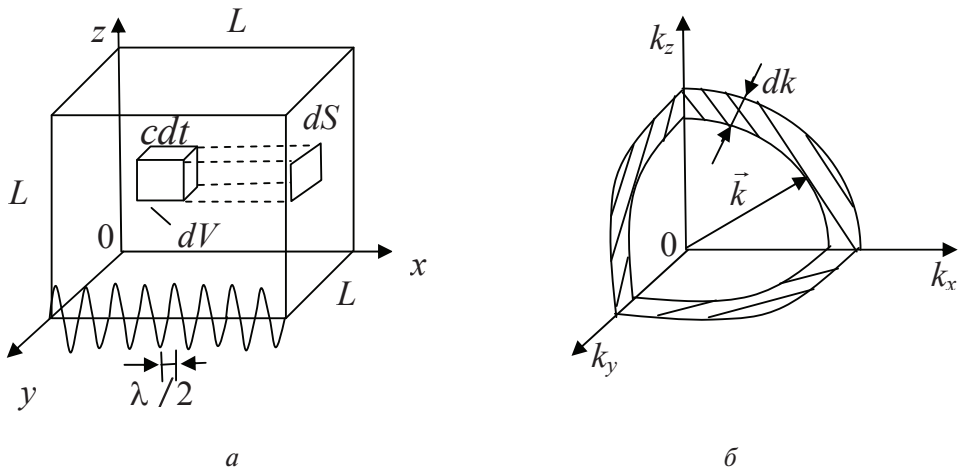


Рис. 1.4

Объемная плотность излучения в полости, соответствующая частоте  $\nu$ , будет равна

$$w = \frac{dN}{V dv} \langle \epsilon \rangle = 8\pi \frac{v^2}{c^3} \langle \epsilon \rangle. \quad (1.11)$$

Испускательная способность а. ч. т. и объемная плотность излучения в полости связаны следующим выражением:

$$r_{\nu, T}^0 = \frac{c}{4} w(\nu, T) = \frac{2\pi v^2}{c^2} \langle \epsilon \rangle, \quad (1.12)$$

что и подтверждает формулу (1.8).

Приведем аргументы, показывающие справедливость формулы (1.12). Тепловое равновесное излучение является изотропным, т. е. распространяется по всем направлениям одинаково. Если бы из-

лучение распространялось только по осям  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ , то тогда в положительном направлении оси  $Ox$  распространялась бы только  $(1/6)$  часть излучения, находящегося в полости. Поэтому за время  $dt$  элементарная площадка  $dS$  поверхности куба (см. рис. 1.4, *a*) поглощала бы  $(1/6)$  часть энергии, заключенной в объеме  $dV$  полости (равном  $dV = dSdl = dS(cdt)$ ), в интервале частот  $(\nu, \nu + d\nu)$ , т. е. поглощала бы энергию  $dw_{\text{ПОГЛ}} = w dS(cd)d\nu/6$ .

Как показывают расчеты, учет других направлений распространения теплового излучения приводит к тому, что в формулу для  $dw_{\text{ПОГЛ}}$  должен входить коэффициент, равный  $(1/4)$ , т. е.  $dw_{\text{ПОГЛ}} = w dS(cdt)d\omega / 4$ . Из закона сохранения энергии следует, что такую же энергию  $dw_{\text{ИЗЛ}} = r_{\lambda,T}^0 S dtd\omega$  эта площадка поверхности а. ч. т. излучает,

$$dw_{\text{ИЗЛ}} = r_{\lambda,T}^0 dS dtd\nu = dw_{\text{ПОГЛ}} = w dS c dtd\nu / 4 \Rightarrow r_{\lambda,T}^0 = \frac{c}{4} w(\nu, T),$$

что и требовалось показать.

**2. Ультрафиолетовая катастрофа.** Сопоставление графика испускающей способности а. ч. т., построенного по формуле Релея — Джинса (1.10), с экспериментальной кривой (рис. 1.5, *a*) свидетельствует о том, что наблюдается хорошее согласие в области длинноволнового излучения и резкое расхождение в области ультрафиолетового и рентгеновского излучений (см. рис. 1.4, *a*).

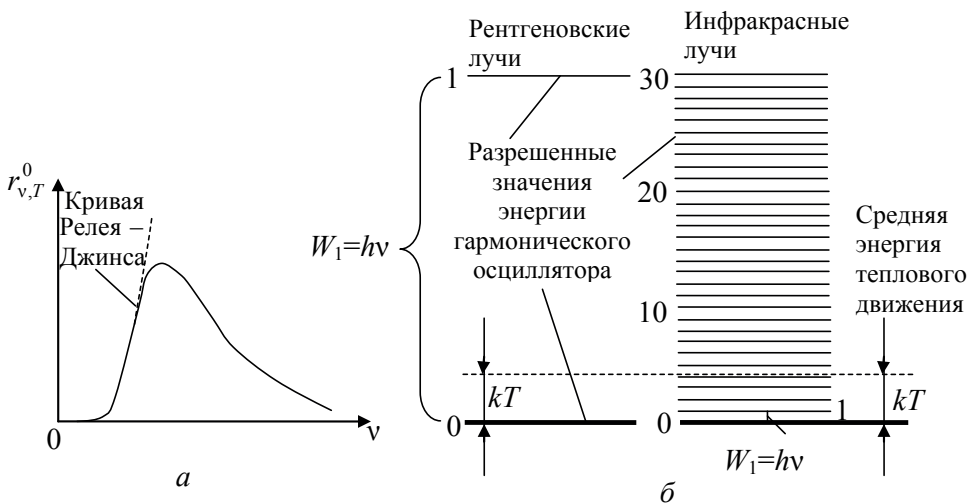


Рис. 1.5

Причем расчет энергетической светимости а. ч. т. по формуле Релея — Джинса приводит к бесконечно большой энергии излучения, т. е. нарушается закон сохранения энергии

$$(R_T)_{P-D} = \int_0^{\infty} (r_{\lambda,T})_{P-D} d\lambda = 2\pi c k T \int_0^{\infty} \frac{d\lambda}{\lambda^4} = \infty.$$

Итак, классическая физика не смогла объяснить зависимости от длины волны спектральной плотности энергетической светимости а. ч. т. во всем интервале длин волн. Сложившееся на этот момент времени состояние в классической физике, когда для теплового излучения наблюдалось резкое расхождение между теорией и экспериментом в ультрафиолетовой области и нарушался закон сохранения энергии, получило название *ультрафиолетовой катастрофы*.

**3. Формула Планка.** Впервые правильная формула для испускательной способности а. ч. т. была получена Планком. Ему пришлось высказать *чуждое классической физике предположение о том, что атомы излучают электромагнитные волны не непрерывно, а отдельными порциями энергии (квантами)*. Это означает, что энергии осцилляторов квантуются, т. е. принимают дискретный набор значений (см. рис. 1.5, б)

$$W_n = n W_1, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (1.13)$$

где  $W_1$  — минимальная энергия осциллятора, называемая также квантом энергии.

Для определения средней энергии  $\langle \varepsilon \rangle$  осциллятора Планк использовал распределение Больцмана

$$N_n = A \exp(-W_n / kT) = A \exp(-nx), \quad x = W_1 / kT.$$

Это позволило получить совершенно новый результат для средней энергии гармонического осциллятора. Приведем вывод этой формулы.

Так, для  $\langle \varepsilon \rangle$  можно записать

$$\langle \varepsilon \rangle = W_1 \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n \exp(-nx)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-nx)}.$$

Это выражение можно представить в следующем виде:

$$\langle \varepsilon \rangle = W_1 \frac{d}{dx} \left( \ln \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-nx) \right).$$

Если учесть, что

$$\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-nx) = 1 / (1 - \exp(-x)),$$

то тогда для средней энергии осциллятора  $\langle \varepsilon \rangle$  получим:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{W_1}{\exp(x) - 1} = \frac{W_1}{\exp(W_1 / kT) - 1}. \quad (1.14)$$

Согласно формуле Планка энергия  $W_1$  кванта электромагнитной волны с частотой  $\nu$  (энергия фотона) определяется по формуле

$$W_1 = W_\phi = h\nu = \hbar\omega = h \frac{c}{\lambda}. \quad (1.15)$$

Она была получена из условия совпадения во всем интервале волн расчетной и экспериментальной испускательной способности а. ч.т.

Входящая в формулу (1.15) величина  $h$  получила название постоянной Планка, она равна  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  Дж · с, в этом случае для  $\hbar$  получим:  $\hbar = h / (2\pi) = 1,055 \cdot 10^{-34}$  Дж · с.

В итоге Планком была записана следующая формула для испускательной способности а. ч.т.:

$$r_{\lambda,T}^0 = \frac{2\pi c}{\lambda^4} \frac{hc / \lambda}{\exp(hc / \lambda kT) - 1}, \quad r_{\nu,T}^0 = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{\exp(h\nu / kT) - 1}. \quad (1.16)$$

Полученное выражение для  $r_{\lambda,T}^0$  полностью описывает зависимость спектральной плотности энергетической светимости а. ч.т. от длины волны во всем интервале длин волн. Из нее также вытекают законы Стефана — Больцмана и Вина.

В области длинноволнового излучения, когда можно пренебречь квантованием энергии (дискретностью энергии) осциллятора по сравнению с энергией теплового движения атомов, формула (1.16) приводит к формуле Релея — Джинса (1.10)

$$hc / \lambda kT \ll 1 \quad \Rightarrow \quad \exp(hc / \lambda kT) - 1 \approx hc / \lambda kT + 1 - 1 = hc / \lambda kT.$$

Формула (1.16) позволяет получить точные выражения для постоянной  $\sigma$  Стефана — Больцмана и постоянной  $b$  Вина, входящих в опытные законы теплового излучения:

$$\sigma = \frac{\pi^2 k^4}{60 \hbar^3 c^2}, \quad b = \frac{hc}{4,965k}. \quad (1.17)$$

Выражение (1.14) позволяет установить, что смещение максимального значения спектральной плотности энергетической светимости а. ч.т. прямо пропорциональна пятой степени его абсолютной температуры

$$(r_{\lambda,T}^0)_{\max} = c' T^5, \quad (1.18)$$

где постоянная  $c'$  равна

$$c' = \frac{2\pi k^5}{c^3 h^4} \cdot \frac{(4,9651)^5}{\exp(4,9851) - 1} = 1,28 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}^5}. \quad (1.19)$$

Забегаая вперед, можно сказать, что предположение Планка об излучении атомами квантов энергии означает, что энергия самих атомов также принимает только дискретный набор значений, т. е. свидетельствует о дискретном характере энергетических уровней. При переходе между ними и происходит излучение квантов энергии.

В заключение этого параграфа ответим на вопрос: *почему спектральная плотность энергетической светимости в области рентгеновских лучей уменьшается до нуля?* Ответ вытекает из различия в энергиях квантов электромагнитного излучения в разных диапазонах длин волн.

Для того чтобы испустить квант энергии рентгеновского излучения, необходимо возбудить осциллятор, т. е. перевести его хотя бы на уровень энергии с номером  $n$ , равным единице ( $n = 1$ , рис. 1.5, б). Это практически невозможно осуществить за счет энергии теплового движения атомов вследствие большого различия энергии кванта рентгеновского излучения и средней энергии теплового движения атомов:  $h\nu \gg kT$ . Поэтому такие кванты энергии излучаются достаточно редко.

Действительно, для температуры  $T = 300$  К средняя энергия теплового движения  $kT$  составляет  $kT = 0,025$  эВ, а первый возбужденный уровень энергии для рентгеновского излучения длины волны  $\lambda = 0,1$  нм отстоит от основного уровня энергии на расстояние, равное  $\Delta W = hc/\lambda = (6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8) / 1 \cdot 10^{-10} = 19,89 \cdot 10^{-16}$  Дж =  $1,243 \cdot 10^4$  эВ, что превышает энергию теплового движения примерно в  $(\Delta W / kT) = 500\,000$  раз.

Для диапазона инфракрасного излучения ( $770 \text{ нм} \leq \lambda \leq 0,5 \text{ мм}$ ) при комнатной температуре отношение  $(\Delta W / kT) = (64 \div 0,1)$  приводит к большей интенсивности излучения для этих длин волн (см. рис. 1.5, б).

#### 1.1.4. Оптическая пирометрия

Под оптической пирометрией понимают совокупность оптических (бесконтактных) методов измерения температуры тел. Они основаны на измерении интенсивности теплового излучения тел, которая суще-



ственно зависит от температуры. Так, согласно формуле (1.18) максимальное значение испускательной способности а. ч. т. при понижении температуры от 1000 К до 300 К уменьшается достаточно резко, примерно в 400 раз. Поэтому эти методы главным образом применяют при температурах, превышающих 1000 °С, а для температур 3000 °С они являются практически единственными источниками измерения температуры тел.

Основное условие применения методов пирометрии заключается в том, чтобы излучение тела было чисто тепловым, т. е. оно должно подчиняться закону Кирхгофа (формула (1.5)). Твердые тела и жидкости при высоких температурах обычно удовлетворяют этому требованию. В случаях газов и плазмы необходима специальная проверка этого условия.

Если для измерения температуры тел используются приборы с оптическим диапазоном теплового излучения, то их принято называть *пирометрами*. Различают яркостные, цветовые и радиационные пирометры.

Широкое распространение нашли *яркостные пирометры*, обеспечивающие наибольшую точность измерений температуры в диапазоне от  $10^3$  К до  $10^4$  К. В наиболее простой конструкции таких приборов с помощью линзы получается изображение излучающего тела (с помощью светофильтра выделяют узкий диапазон длин волн вблизи длины волны  $\lambda = 650$  нм) на плоскости, в которой находится нить лампы накаливания. Изменяя силу тока, проходящего через нить лампы, добиваются совпадения яркости нити и излучающего тела, при этом изображение нити исчезает (метод исчезающей нити). Предварительная градуировка прибора (каждому значению силы тока ставится в соответствие своя температура) позволяет сразу определять яркостную температуру  $T_b$  тела. Истинная температура тела рассчитывается с помощью формулы, полученной на основе закона Кирхгофа и формулы Планка.

*Цветовые пирометры* применяются для тел, у которых поглощательная способность постоянна в оптическом диапазоне излучения. Это позволяет, измеряя отношения яркостей двух длин волн оптического диапазона (обычно берут волны в синей и красной областях спектра), находить цветовую температуру  $T_c$  тела, по которой и определяют истинную температуру тела.

Наиболее чувствительными (но и наименее точными) являются *радиационные пирометры* или пирометры суммарного излучения, реги-

стрирующие полное излучение тела. Действие их основано на применении закона Стефана — Больцмана и закона Кирхгофа. В этих приборах с помощью линзы фокусируют наблюдаемое излучение на приемник (термостолбик, ток которого определяется разностью температур холодного и горячего спаев). Сигнал от него регистрируется прибором, который градуирован по излучению абсолютно черного тела. Этот прибор показывает радиационную температуру  $T_r$  тела. В соответствии с законом Стефана — Больцмана истинная температура тела определяется по формуле

$$T = \alpha^{1/4} \cdot T_r,$$

где  $\alpha$  — полный коэффициент поглощения тела.

Радиационные пирометры можно применять для измерения температуры, начиная от значений  $200^\circ\text{C}$ . Они широко применяются для контроля и управления температурными режимами разнообразных технологических процессов.

## 1.2. Внешний фотоэффект. Законы фотоэффекта и их объяснение

Объяснение опытных законов фотоэффекта приводит к выводу о том, что электромагнитное излучение не только испускается атомами в виде отдельных порций энергии, но также распространяется и поглощается отдельными порциями энергии, называемыми фотонами.

**1. Вольт-амперная характеристика, ее основные закономерности.** Внешним фотоэффектом называют явление выбивания электронов из металла под действием падающего излучения. Основные законы фотоэффекта были изучены на установке, схема которой приведена на рис. 1.6, а.

Внутри вакуумной трубки (баллона) находятся два электрода — анод и катод, между которыми прикладывается напряжение  $U$ . На катод через кварцевое окно падает монохроматическое электромагнитное излучение, оно выбивает из металла электроны, они летят на анод, цепь замыкается, в цепи возникает электрический ток. Напряжение между анодом и катодом измеряется вольтметром, а сила тока — амперметром.

На этой установке снимаются вольт-амперные характеристики при разных условиях проведения опытов — разные интенсивности и частоты падающего света, различные металлы, из которых изготавливается катод. Для примера одна из вольт-амперных характеристик приведена на рис. 1.6, в. Рассмотрим ее основные особенности.

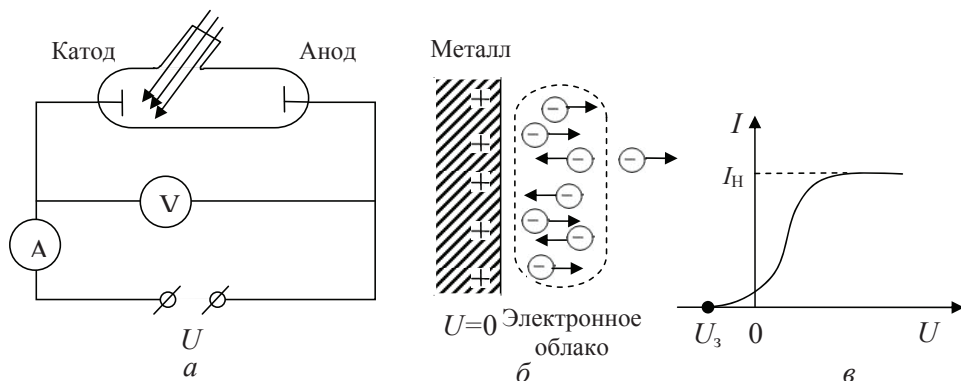


Рис. 1.6

1)  $U = 0$ . При напряжении  $U$ , равном нулю, электрический ток в цепи отличен от нуля. Электроны, вылетающие с поверхности катода под действием падающего электромагнитного излучения, притягиваются к положительно заряженному металлу и возвращаются снова на металл. Вблизи металла образуется электронное облако, которое образовано электронами, покидающими и возвращающимися на катод. Однако существуют электроны, скорость которых при выходе из металла будет наибольшей. Они способны преодолевать двойной электрический барьер (металл притягивает вылетающий электрон, а электронное облако его отталкивает) вблизи поверхности металла и достигают анода.

2) Напряжение на трубке больше нуля (катод подключается к минусовому зажиму источника напряжения,  $U > 0$ ). В этом случае в трубке появляется электрическое поле и, как следствие, — «электрический ветер», который сносит электроны на анод. Число электронов, достигающих анода, возрастает, электронное облако становится меньше и при больших напряжениях полностью исчезает. Электрический ток достигает насыщения  $I = I_H$ , так как все электроны, выбиваемые с поверхности катода, достигают анода.

3) Напряжение на трубке меньше нуля ( $U < 0$ ). Электрическое поле, возникающее при этом в трубке, тормозит электроны. Появля-

ется «электрический ветер», который препятствует движению электронов к аноду. Сила электрического тока падает и при напряжении, называемом *задерживающим напряжением*  $U_3$ , обращается в ноль. При этом даже самые быстрые электроны не достигают анода, т. е. кулоновская сила электрического поля совершает работу по уменьшению скорости таких электронов до нуля. Согласно теореме о кинетической энергии можно записать следующее равенство:

$$eU_3 = |e|U_3 = \frac{m_e v_{\text{МАКС}}^2}{2}.$$

**2. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта.** Согласно гипотезе Планка электромагнитное излучение испускается в виде отдельных порций энергии — квантов. Эйнштейн предположил, что электромагнитное излучение не только испускается, но также распространяется и поглощается в виде отдельных порций энергии, которые получили название фотонов. Следовательно, электромагнитное излучение представляет собой поток особых частиц, называемых фотонами, они обладают корпускулярно-волновым дуализмом, сочетают в себе свойства и частицы, и волны. Для расчета энергии  $W_\Phi$  фотона используют следующие формулы:

$$W_\Phi = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = m_\Phi c^2 = p_\Phi c, \quad (1.20)$$

в которые входит постоянная Планка  $h$ , масса  $m_\Phi$  и импульс  $p_\Phi$  фотона, длина волны  $\lambda$  и частота  $\nu$  электромагнитного излучения.

Согласно предположению Эйнштейна электрон поглощает фотон. Энергия фотона позволяет электрону выйти из металла (это требует энергии  $W_{\text{ВЫХ}}$ ) с кинетической энергией  $W_{\text{К}}$ . На основе закона сохранения энергии для такого процесса можно записать

$$W_\Phi = W_{\text{ВЫХ}} + W_{\text{К}}.$$

Энергия выхода  $W_{\text{ВЫХ}}$  электрона из металла изменяется в зависимости от расстояния электрона до поверхности металла. Для электронов, вылетающих с поверхности металла, энергия выхода будет минимальной (она для каждого металла имеет определенное значение и называется работой выхода  $A_{\text{ВЫХ}}$ ), а их кинетическая энергия будет соответственно максимально возможной. В этом случае уравнение примет вид:

$$h\nu = A_{\text{ВЫХ}} + \frac{m_e v_{\text{МАКС}}^2}{2}. \quad (1.21)$$

Полученное уравнение получило название уравнение Эйнштейна для фотоэффекта.

Можно привести различные формы записи этого уравнения:

$$\begin{pmatrix} \text{фотон} \\ W_{\Phi} \\ h\nu \\ hc/\lambda \\ h/T \\ m_{\Phi}c^2 \\ p_{\Phi}c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{металл} \\ A \\ h\nu_K \\ hc/\lambda_K \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{электрон} \\ W_{K \text{ МАКС}} \\ \frac{m_e v_{\text{МАКС}}^2}{2} \\ \frac{p_{\text{МАКС}}^2}{2m_e} \\ eU_3 \\ |e| \cdot |U_3| \end{pmatrix}. \quad (1.22)$$

**3. Опытные законы фотоэффекта, их объяснение.** Приведем формулировку экспериментальных законов фотоэффекта, открытых Столетовым в 1886–1889 гг., и их объяснение с точки зрения волновой и корпускулярной теории.

**1 закон.** Сила  $I_H$  фототока насыщения прямо пропорциональна падающему на катод потоку  $\Phi_S$  электромагнитного излучения при фиксированном его спектральном составе ( $I_H \sim \Phi_S$ ). В соответствии с определениями потока энергии излучения  $\Phi_S$ , падающего на металл, и силы фототока насыщения можно записать

$$\Phi_S = \frac{dW_S}{dt} = \frac{h\nu dN_{\Phi}}{dt}, \quad I_H = \frac{dq}{dt} = \frac{|e|dN_{\text{эл}}}{dt},$$

где  $dN_{\Phi}$  и  $dN_{\text{эл}}$  — число падающих на катод фотонов и число электронов, вылетающих из него за время  $dt$ . Известно, что лишь малая часть фотонов выбивает электроны, большая часть фотонов поглощается металлом, идет на его нагревание. Можно записать формулу связи между числом фотонов  $dN_{\Phi}$  и числом электронов  $dN_{\text{эл}}$

$$dN_{\text{эл}} = \eta \cdot dN_{\Phi},$$

где входящая в это выражение постоянная  $\eta$  существенно меньше единицы.

Учитывая это соотношение, можно получить следующую формулу связи:

$$I = \frac{|e|dN_{\text{эл}}}{dt} = \frac{|e|\eta dN_{\Phi}}{dt} = \frac{|e|\Phi_S dt}{(h\nu)dt} = \frac{|e|\eta}{(h\nu)} \Phi_S, \quad (1.23)$$

что подтверждает первый закон фотоэффекта. Действительно, при постоянной частоте падающего излучения ( $\nu = \text{const}$ ) из формулы (1.23) следует, что  $I_H \sim \Phi_S$ .

Волновая теория также объясняет первый закон, так как энергия падающей волны определяется ее амплитудой и частотой. Увеличение потока падающего монохроматического излучения связано с увеличением его амплитуды, что и приводит к выбиванию большего числа электронов из металла, т. е. к большей силе тока насыщения.

**2 закон.** *Максимальная кинетическая энергия вылетающих с поверхности катода электронов зависит линейно от частоты падающего излучения и не зависит от его интенсивности.*

Для объяснения второго закона запишем уравнение Эйнштейна в следующем виде:

$$h\nu = A_{\text{ВЫХ}} + W_{\text{К МАКС}} \cdot \quad (1.24)$$

Из этого уравнения следует, что максимальная кинетическая энергия  $W_{\text{К МАКС}}$  вылетающих электронов будет пропорциональна частоте падающего излучения ( $W_{\text{К МАКС}} \sim \nu$ ), так как для каждого металла работа выхода является постоянной величиной.

При обычных интенсивностях падающего излучения один электрон поглощает один фотон, вероятность многофотонных процессов практически равна нулю, поэтому  $W_{\text{К МАКС}}$  не зависит от интенсивности падающего излучения, т. е. от числа фотонов, падающих на металл в единицу времени.

Волновая теория объясняет второй закон фотоэффекта лишь частично. Увеличивая частоту волны, можно увеличить энергию вылетающего электрона, что объясняет пропорциональность максимальной кинетической энергии  $W_{\text{К МАКС}}$  вылетающего электрона частоте падающего излучения. Но волновая теория не может объяснить, почему увеличение амплитуды волны, т. е. интенсивности волны, не приводит к увеличению  $W_{\text{К МАКС}}$  электрона.

**3 закон.** *Существует красная граница  $\nu_K$  фотоэффекта — такая минимальная частота падающего излучения, ниже которой фотоэффект не наблюдается.*

Для частот  $\nu \geq \nu_K$  фотоэффект наблюдается, а для частот  $\nu < \nu_K$  фотоэффект отсутствует.

Под красной границей фотоэффекта также понимают длину волны  $\lambda_K = c/\nu_K$ . В этом случае фотоэффект будет наблюдаться, если длина

волны падающего на металл излучения будет меньше или равна красной границе фотоэффекта  $\lambda_K$ :  $\lambda \leq \lambda_K$ .

Для объяснения третьего закона фотоэффекта рассмотрим уравнение (1.24). При уменьшении частоты падающего излучения левая часть уравнения (1.24) уменьшается, следовательно, будет уменьшаться и максимальная кинетическая энергия вылетающих из металла электронов (для каждого металла  $A_{\text{ВЫХ}} = \text{const}$ ). При частоте излучения, равной красной границе фотоэффекта ( $\nu = \nu_K$ ), энергии фотона хватает только на выход электрона из металла:  $h\nu_K = A_{\text{ВЫХ}}$ ,  $W_{K \text{ МАКС}} = 0$ . Если частота излучения будет меньше  $\nu_K$ , то тогда энергии фотона не хватит на вылет электрона из металла и фотоэффекта не будет.

Таким образом, красная граница фотоэффекта для данного металла определяется формулой

$$\nu_K = A_{\text{ВЫХ}} / h; \lambda_K = c/\nu_K = hc / A_{\text{ВЫХ}}. \quad (1.25)$$

Волновая теория этот закон объяснить не может. Это связано с тем, что согласно волновой теории при малой частоте волны можно так увеличить ее амплитуду, что энергии волны будет достаточно для наблюдения фотоэффекта и при значениях  $\nu$ , меньших  $\nu_K$  ( $\nu < \nu_K$ ).

Отметим, что *фотоэффект является безынерционным явлением*. Если послать излучение на металл, то практически мгновенно из металла будут вылетать электроны, никакой задержки в их вылете не будет.

Согласно предположению Эйнштейна процесс поглощения фотона электроном будет происходить практически мгновенно и сразу же будет наблюдаться выход электронов из металла. В волновой теории этот факт не объясняется, так как на раскачку электрона (он будет совершать вынужденные колебания) падающей волной до энергии, необходимой для выхода из металла, требуется время.

Подводя итог обсуждению опытных законов фотоэффекта, можно сделать вывод о том, что они находят свое полное объяснение в рамках корпускулярной теории электромагнитного излучения и оставляют много вопросов без ответа в рамках волновой теории.

**4. Зависимость задерживающего напряжения от частоты** ( $U_3 = U_3(\nu)$ ).  
Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта (1.22) в следующем виде:

$$h\nu = A_{\text{ВЫХ}} + |e| \cdot |U_3| \quad \Rightarrow \quad |U_3| = \frac{h}{|e|} \nu - \frac{A_{\text{ВЫХ}}}{|e|}.$$

График этой зависимости приведен на рис. 1.7. По графику можно найти постоянную Планка  $h$  ( $h = |e| \cdot \text{tg} \alpha$ ) и красную границу  $\nu_K$  для данного металла (по точке пересечения графика с осью частот:

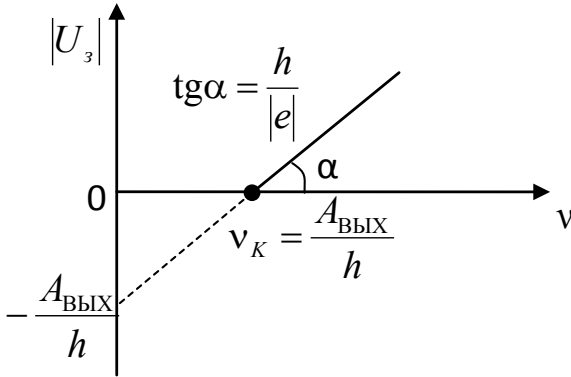


Рис. 1.7

$$U_3 = 0 \Rightarrow \nu = A_{\text{ВЫХ}}/h = \nu_R).$$

**5. Многофотонный фотоэффект.** При падении на катод электромагнитного излучения большой интенсивности от лазеров возможно протекание многофотонных процессов, при которых один электрон при выходе из металла поглощает несколько фотонов ( $N = 2, 3, 4$  и т. д.). Это

приводит к другой форме записи уравнения Эйнштейна для фотоэффекта

$$Nh\nu = A_{\text{ВЫХ}} + \frac{m_e v_{\text{МАКС}}^2}{2}. \quad (1.26)$$

Это приводит к нарушению (видоизменению) третьего закона для фотоэффекта. Согласно уравнению (1.26) фотоэффект возможен и для частот, меньших красной границы фотоэффекта  $\nu_K$ , определяемой выражением (1.25). Она будет смещаться в сторону меньших частот:  $\nu'_K = A_{\text{ВЫХ}} / (Nh)$ . Также нарушается (видоизменяется) и первый закон для фотоэффекта.

### 1.3. Тормозное рентгеновское излучение.

#### Эффект Комптона. Опыт Боте

В данном параграфе показывается, что с увеличением частоты все четче и четче проявляются корпускулярные свойства электромагнитного взаимодействия. Так, например, изменяется характер взаимодействия между электроном и фотоном. Если в явлении фотоэффекта электрон поглощал фотон, то в области рентгеновского излучения, когда энергия фотона возрастает в тысячу раз, происходит рассеяние



фотона на электроне, т. е. их взаимодействие носит характер взаимодействия двух частиц. Ниже рассматриваются опыты с участием рентгеновского излучения.

**1. Тормозное и характеристическое рентгеновское излучение.** Рентгеновское излучение обычно получают при торможении пучка быстро движущихся электронов в веществе. Для этого используется рентгеновская трубка (рис. 1.8, а). Она представляет собой стеклянный баллон, внутри которого находятся два электрода — анод и катод. За счет термоэлектронной эмиссии из катода вылетают электроны, они ускоряются большой разностью потенциалов и приобретают большие скорости, а в результате их торможения веществом анода излучают электромагнитные волны, максимум интенсивности которых находится в области рентгеновского излучения. Экспериментально изученные зависимости интенсивности рентгеновского излучения от длины волны при разных напряжениях на рентгеновской трубке приведены на рис. 1.8, б.

Как видно из графиков, представленных на рис. 1.8, б, в тормозном рентгеновском излучении присутствуют все длины волн, начиная с некоторой минимальной длины волны  $\lambda_{\min 3}$ , т. е. *наблюдается резкая граница рентгеновского излучения в области малых длин волн*. Этот факт не находит объяснения в волновой теории. Согласно волновой теории при торможении электрона должны возникать все частоты электромагнитного излучения, т. е. интенсивность рентгеновского излучения должна медленно падать до нуля в области коротких длин волн.

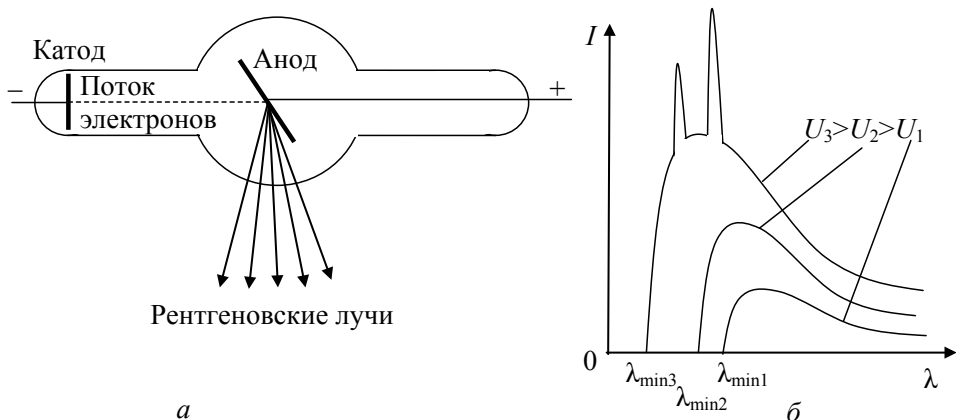


Рис. 1.8

Резкую границу по длинам волн тормозного рентгеновского излучения можно объяснить корпускулярной теорией света. Электрон, ускоренный разностью потенциалов  $U$ , приобретает кинетическую энергию  $W_K$ , которую он может, в частности, израсходовать на излучение одного фотона. При этом энергия фотона будет максимально возможной, а длина волны, соответствующая фотону, будет минимальной:

$$W_K = W \Rightarrow \frac{mv^2}{2} = |e|U = hc / \lambda_{\min} \Rightarrow \lambda_{\min} \Rightarrow hc / (|e|U). \quad (1.27)$$

При больших напряжениях на трубке на графиках зависимости интенсивности  $I$  от длины волны  $\lambda$  появляются резкие узкие линии (см. рис. 1.8, б), расположение которых зависит от вещества, из которого сделан анод (изменение материала анода изменяет расположение этих линий). В связи с этим такой вид излучения получил название *характеристического рентгеновского излучения*. Возникновение этого излучения связано с взаимодействием электронов с атомами вещества анода и, как это будет показано в разделе «квантовая механика», оно отражает дискретный характер энергетических уровней атомов (см. п. 3.1.2 и рис. 3.3).

**2. Эффект Комптона.** Рассмотрим эксперимент по рассеянию рентгеновского излучения веществом. Пучок рентгеновских лучей с определенной длиной волны  $\lambda$  падает на кристалл и рассеивается им под разными углами (рис. 1.9, а).

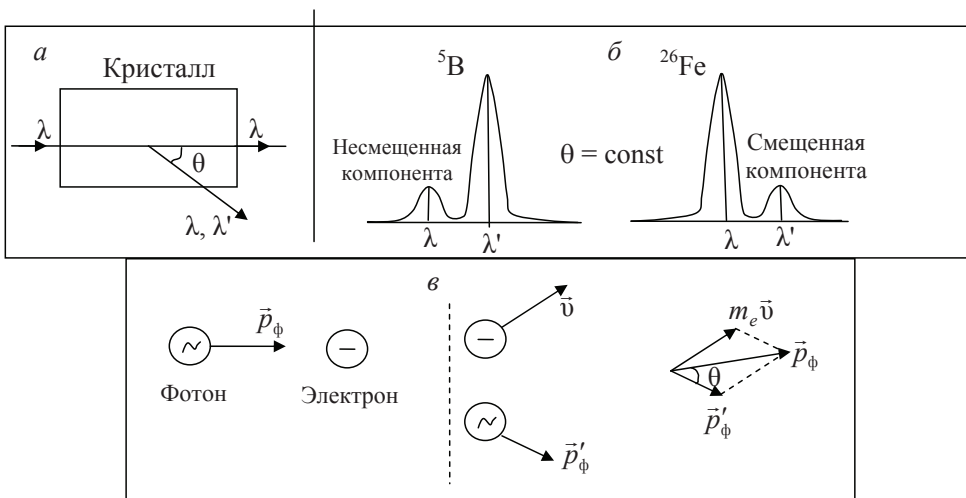


Рис. 1.9

Оказывается, что в рассеянном излучении наряду с излучением с длиной волны  $\lambda$  (несмещенная компонента излучения) появляется рассеянное излучение с длиной волны  $\lambda'$  (смещенная компонента излучения), причем  $\lambda' > \lambda$  (см. рис. 1.9, б).

В появлении смещенной компоненты в рассеянном веществе рентгеновском излучении и заключается эффект Комптона. Причем оказывается, что  $\lambda'$  не зависит от природы рассеивающего вещества и рассчитывается по формуле

$$\lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos \theta). \quad (1.28)$$

Входящая в выражение (1.28) величина  $\lambda_c$  называется комptonовской длиной волны, она равна

$$\lambda_c = \frac{h}{m_0 e c} = 2,426 \text{ пм}. \quad (1.29)$$

В явлении фотоэффекта энергия фотона мала по сравнению с энергией покоя свободного электрона, и поэтому происходит поглощение фотона электроном

$$W_\phi / W_{0e} = h\nu / m_0 e c^2 = (663 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{16}) / (91 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^{16}) \approx 5 \cdot 10^{-4}.$$

В области рентгеновских лучей энергия фотона возрастает настолько ( $W_\phi / W_{0e} \approx 0,05$ ), что процесс взаимодействия электрона и фотона принимает совершенно другой характер, а именно, происходит процесс упругого рассеяния фотона на электроне.

Смещенная компонента появляется при рассеянии падающего излучения на свободных электронах. Под ними понимают электроны, энергия связи которых с атомом будет значительно меньше энергии налетающего на них фотона.

Выведем формулу (1.28). Для этого используем законы сохранения энергии и импульса для процесса взаимодействия электрона и фотона (см. рис. 1.9, в):

$$\begin{aligned} \frac{hc}{\lambda} + m_0 e c^2 &= \frac{hc}{\lambda'} + m_e c^2 \Rightarrow hc \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) = m_0 e c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \lambda_c \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) + 1 &= \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Rightarrow \left( \lambda_c \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) + 1 \right)^2 = \frac{1}{1 - v^2/c^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \lambda_c^2 \left( \frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda'^2} - 2 \frac{1}{\lambda \lambda'} \right) + 2 \lambda_c \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) + 1 &= \frac{1}{1 - v^2/c^2}; \quad (1.30) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\vec{p}_\Phi &= \vec{p}'_\Phi + m_e \vec{v} \Rightarrow \sqrt{p_\Phi^2 + p_\Phi'^2 - 2p_\Phi p_\Phi' \cos\theta} = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Rightarrow \\
&\Rightarrow \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 - \frac{2h^2}{\lambda\lambda'} \cos\theta = \frac{m_0^2 v^2}{1 - v^2/c^2}; \\
\lambda_c^2 \left(\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda'^2} - 2\frac{1}{\lambda\lambda'} \cos\theta\right) &= \frac{v^2/c^2}{1 - v^2/c^2}. \quad (1.31)
\end{aligned}$$

Вычитая правые и левые части первого (1.30) и второго (1.31) уравнений, получим формулу (1.28).

Несмещенная компонента возникает при рассеянии фотонов на сильно связанных с атомами электронах, для них энергия связи с атомом значительно превосходит энергию налетающего фотона. Поэтому процесс рассеяния фотона будет происходить с атомом, что приводит к существенному уменьшению различия между длинами волн  $\lambda'$  и  $\lambda$  (порядка в  $1 \cdot 10^4$  раз) — в этом случае в формулу (1.28) войдет не масса покоя электрона, а масса покоя атома. Такое различие в длин волн в эффекте Комптона не обнаруживается.

Относительно интенсивностей смещенной и несмещенной компонент можно отметить следующее. Интенсивность смещенной компоненты будет больше, чем интенсивность несмещенной компоненты для элементов с малым номером в таблице Менделеева (см. рис. 1.8, б). Это связано с тем, что для атомов с малым атомным номером преобладают электроны, слабо связанные с атомами, поэтому в основном идет рассеяние фотонов на свободных электронах. Для атомов с большими атомными номерами будет преобладать число электронов, сильно связанных с атомами, и поэтому интенсивность несмещенной компоненты будет больше (см. рис. 1.8, б).

**3. Опыт Боте.** Этот опыт наглядно показывает, что в области рентгеновских лучей электромагнитное излучение представляет собой поток фотонов. В этом опыте металлическая фольга облучалась рентгеновским излучением и сама при этом становилась источником вторичного рентгеновского излучения. Интенсивность этого излучения выбиралась такой, чтобы можно было фиксировать по обе стороны от фольги каждый акт испускания фотона — попадание фотона регистрировалось на ленте самописца (см. рис. 1.10). Как показал опыт, самописец

регистировал хаотично испускаемые в одном направлении частицы, т.е. метки на нем с разной стороны располагались хаотично. Согласно волновой теории сферические волны излучаются по всем направлениям одинаково, поэтому метки с разных сторон самописца должны располагаться одинаково.

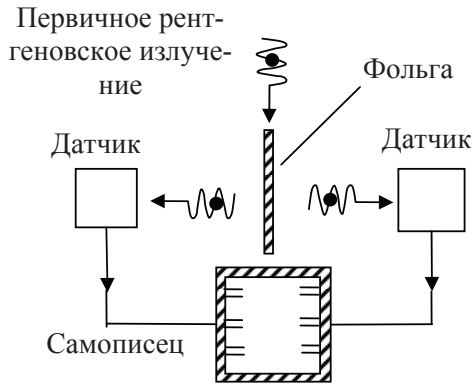


Рис. 1.10

### 1.4. Природа электромагнитного излучения

Электромагнитное излучение (ЭМИ) в одних опытах проявляет волновые свойства (интерференция, дифракция и поляризация света), а в других корпускулярные свойства (тепловое излучение, фотоэффект, эффект Комптона и т.д.). Возникает вопрос: что представляет собой электромагнитное излучение?

С современной точки зрения ЭМИ представляет собой поток особых частиц, называемых фотонами. Они обладают корпускулярно-волновым дуализмом, сочетают в себе свойства и частицы и волны одновременно. Корпускулярно-волновой дуализм электромагнитного излучения наглядно представлен на рис. 1.11.

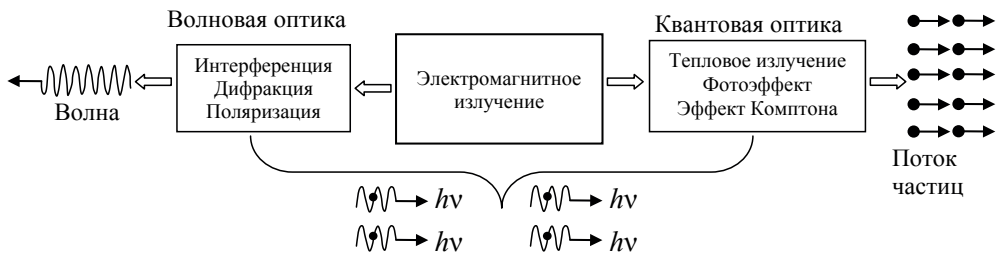


Рис. 1.11

Взаимосвязь корпускулярной и волновой картины можно видеть в записи энергии фотона (1.20), где она выражается через волновые (через длину и частоту волны) и корпускулярные (через массу и импульс) свойства фотона. Выражение вида

$$p_{\Phi} = \frac{h}{\lambda} \quad (1.32)$$

наглядно отражает корпускулярно–волновой дуализм фотона.

Для того чтобы полнее понять взаимосвязь разных картин описания фотона, выясним, какие свойства частицы и волны в классическом понимании этих слов сохраняются у фотона. Перечислим свойства волны и частицы, которыми они обладают в классической механике:

- частица: 1) неделима во всех взаимодействиях; 2) имеет траекторию движения; 3) локализована в пространстве, т. е. в данный момент времени занимает определенную точку пространства;
- волна: 1) делится; 2) не имеет траектории движения; 3) занимает все пространство.

Рассмотрим теперь, что произойдет с фотоном при прохождении им щели (рис. 1.12, а). Из опыта известно, что фотон при прохождении щели попадет в определенную точку экрана, т. е. как частица фотон является неделимым при любых взаимодействиях. Фотон как волна испытывает явление дифракции и может отклониться на произвольный угол от первоначального направления движения.

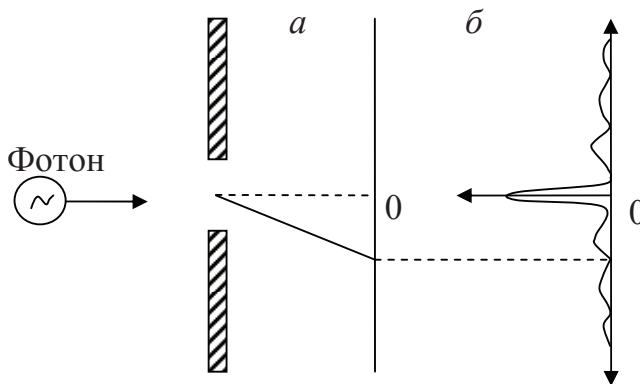


Рис. 1.12

Точное значение этого угла неизвестно, известна лишь вероятность его отклонения на разные углы. Наибольшая вероятность соответствует тем углам, при которых наблюдаются максимумы дифракционной картины, получаемой при накоплении достаточно большого числа фотонов (см. рис. 1.12, б).

Волновые свойства у электромагнитного излучения (потока фотонов) проявляются в таких явлениях, как интерференция, дифракция и поляризация. Волновые же свойства отдельного фотона проявляются в вероятностном характере его поведения, они описывают вероятность его обнаружения в различных точках экрана (пространства). Эта особенность волновых свойств фотона является важной при построении квантовой механики — механики частиц малой массы.

Отметим, что корпускулярные свойства электромагнитного излучения проявляются все четче и четче при увеличении его частоты или уменьшении его длины волны.

## 2. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

---

### 2.1. Идея де Бройля. Опыты, подтверждающие волновые свойства микрочастиц

---

**В** начале XX в. сложилась ситуация, при которой физическая теория не могла объяснить строение атомов, их спектры излучения и много других фактов, связанных с микромиром. Существующая в то время полуклассическая теория Бора смогла лишь объяснить спектры излучения атомарного водорода, причем не было ясно, как рассчитывать интенсивности излучаемых линий. Спектры излучения второго элемента в таблице Д. И. Менделеева не получили никакого объяснения в теории Бора. Причем теория Бора была полуклассической. Она вводила в классическую физику несвойственные ей постулаты. Поэтому теория Бора не могла стать основой создания новой теории движения частиц, обладающих малой массой. Нужны были новые идеи.

В это время было известно, что электромагнитное излучение обладает корпускулярно–волновым дуализмом, представляет собой поток особых частиц — фотонов, которые сочетают в себе свойства и частицы, и волны (см. п. 1.4).

В 1927 г. французский физик Луи де Бройль обобщил корпускулярно–волновой дуализм на все частицы материи. Он высказал гипотезу, согласно которой каждой частице материи массой  $m$ , движущейся со скоростью  $\bar{v}$ , можно поставить в соответствие волновой процесс, длина волны которого рассчитывается по формуле



$$\lambda_{\text{Б}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\nu}, \quad (2.1)$$

где  $p$  — импульс частицы.

Волны, которые соответствуют движущейся частице, получили название волн де Бройля, а их длина — длиной волны де Бройля.

Это предположение в то время выглядело слишком смелым, так как тела большой массы не проявляли на эксперименте волновых свойств. Действительно, для тела массой  $m = 1$  кг, которое движется со скоростью  $\nu = 10$  м/с, длина волны де Бройля составляла

$$\lambda_{\text{Б}} = \frac{h}{m\nu} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1 \cdot 10} = 6,63 \cdot 10^{-35} \text{ м.}$$

Экспериментально можно обнаружить волны с длиной волны  $\lambda > 1 \cdot 10^{-18}$  м. Поэтому тела с большой массой, макротела, не проявляют на опыте своих волновых свойств. Если же уменьшать массу тела, то из формулы (2.1) следует, что длина волны де Бройля будет увеличиваться и для частиц малой массы можно обнаружить их волновые свойства. Частицы, для которых можно на эксперименте обнаружить волновые свойства, принято называть *микрочастицами*.

В связи с высказанной де Бройлем идеей был поставлен ряд опытов по обнаружению волновых свойств у микрочастиц. Рассмотрим наиболее важные из них, которые вошли в историю физики.

**1. Опыты Девиссона и Джермера (1927 г.).** Одна серия экспериментов проводилась по схеме, аналогичной опытам по дифракции рентгеновских лучей от поверхности кристалла. С помощью электронной пушки формировался пучок электронов с постоянной скоростью  $\nu$ , который посылался под углом скольжения  $\theta$  на поверхность кристалла. Интенсивность  $I$  отраженного пучка электронов измерялась приемником (см. рис. 2.1, а).

При фиксированном угле скольжения  $\theta$  непрерывно изменяли напряжение  $U$  на электронной пушке. При этом оказалось, что зависимость интенсивности  $I$  от квадратного корня напряжения на электронной пушке ( $\sqrt{U}$ ) носит немонотонный характер (см. рис. 2.1, б). В частности, на ней имеются максимумы и минимумы, что подтверждает волновые свойства пучка электронов, т. е. подтверждает гипотезу де Бройля.

Максимумы интенсивности наблюдались на одинаковом расстоянии друг от друга (см. рис. 2.1, б).

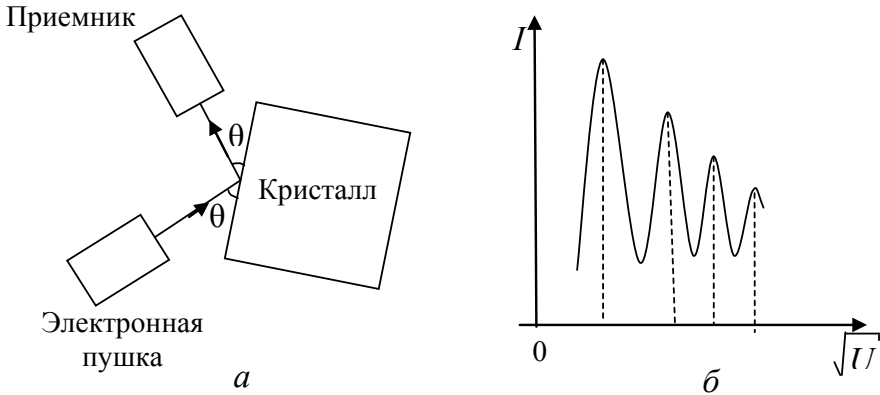


Рис. 2.1

Это можно объяснить с помощью формул де Бройля (2.1) и условиями Вульфа — Брегга для дифракционных максимумов:

$$\frac{mv^2}{2} = |e|U \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2|e|U}{m}} \Rightarrow \lambda_B = \frac{h}{\sqrt{2m|e|U}}; 2d \sin \theta = n\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{2d \sin \theta}{n},$$

$$\lambda = \lambda_B \Rightarrow \sqrt{U} = \text{const} \cdot n, n = 1, 2, 3, \dots,$$

где учтено, что угол скольжения  $\theta$  и постоянная решетки  $d$  кристалла остаются неизменными при проведении опытов.

Выбирая из опыта конкретные значения  $U = 54 \text{ В}$ ;  $\theta = 64^\circ$  ( $n = 1$ ) и  $d = 0,0929 \text{ нм}$ , можно получить хорошее совпадение длин волн,

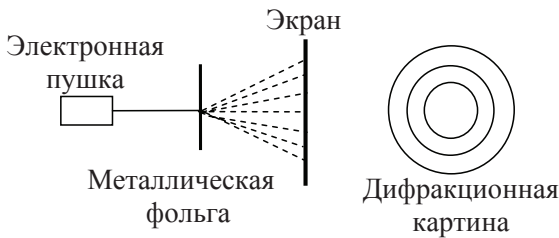


Рис. 2.2

рассчитанных по формуле (2.1), и из условия Вульфа — Брегга, определяющего угол первого дифракционного максимума, а именно  $\lambda = \lambda_B = 0,167 \text{ нм}$ .

Полученное хорошее совпадение значений длин волн де Бройля, рассчитанных разными способами, доказывает справедливость формулы де Бройля.

В другой серии опытов с помощью электронной пушки формировался пучок электронов с постоянной скоростью  $v$ , который посылался на монокристалл перпендикулярно к его поверхности. В опытах

фиксирувалась интенсивность  $I$  отраженного от поверхности кристалла пучка электронов при различных углах  $\varphi$  между падающим и отраженным пучками. Полученные кривые зависимости интенсивности  $I$  отраженного пучка электронов от угла  $\varphi$  при разных напряжениях  $U$  на электронной пушке оказались немонотонными, на них наблюдались максимумы и минимумы, что также подтверждает волновые свойства пучка электронов, т. е. подтверждает гипотезу де Бройля.

**2. Опыты Томсона и Тартаковского.** Пучок электронов, имеющих постоянную скорость  $v$ , посылался на тонкий лист металла, который можно рассматривать как трехмерную дифракционную решетку. Результат прохождения пучка рассматривался на экране, расположенном за этим листом металла (см. рис. 2.2).

На экране наблюдалась дифракционная картина в виде светлых и темных колец. Это доказывало наличие волновых свойств у пучка электронов. Расчет длины волны волнового процесса, сопровождающего движение пучка электронов, с помощью формулы де Бройля и с помощью формулы для дифракции рентгеновских лучей приводит к совпадению этих длин волн. Это подтверждает формулу де Бройля (2.1).

Для того чтобы проверить тот факт, что дифракционная картина не была получена фотонами, которые могут выбивать электроны, попадая на металлическую пластинку, установка помещалась в магнитное поле. В этом случае картина дифракции смещалась, что связано с тем, что на электроны, прошедшие металлическую фольгу, действовала со стороны магнитного поля сила Лоренца. Если бы картина дифракции была бы создана фотонами (у них электрический заряд равен нулю и сила Лоренца на них не действует), такого смещения не наблюдалось бы.

Аналогичные опыты были поставлены и для других микрочастиц (протоны, атомы, молекулы и т. д.). Все это подтвердило наличие волновых свойств у потока микрочастиц.

**3. Опыты Бибермана, Сушкина и Фабриканта.** Из приведенных выше опытов не было ясно, чему приписать волновые свойства — потоку частиц или отдельной частице.

Для ответа на этот вопрос учеными Л. Биберманом, Н. Сушкиным и В. Фабрикантом был поставлен следующий опыт. На установке, подобной установке в опыте Тартаковского и Томсона, была создана малая интенсивность пучка электронов, а именно, промежутки времени

между последовательными вылетами двух электронов из электронной пушки в 40 000 раз превышал время пролета одним электроном всей установки. Этим самым исключалось влияние других электронов на прохождение одним электроном всей установки.

Результаты опыта оказались следующими: отдельный электрон, проходя установку, случайно отклонялся и попадал в какую-то точку экрана (в этом месте экрана на фоточувствительной пластинке появлялась темная точка), при накоплении достаточно большого числа электронов хаотичная картина случайных точек на экране превращалась в упорядоченную картину дифракции.

Таким образом, было доказано, что волновыми свойствами обладает отдельно движущийся электрон. Итак, микрочастица обладает волновыми свойствами, которые проявляются в вероятностном характере ее поведения, в различной вероятности ее обнаружения в разных точках пространства.

## 2.2. Соотношения неопределенностей Гейзенберга

### 2.2.1. Сопряженные величины

В отличие от классических частиц микрочастицы обладают волновыми свойствами, поэтому для них не всегда применимы такие классические понятия, как координата, импульс, время, энергия, траектория движения и т. д. В связи с этим возникают ограничения на применимость этих понятий для описания движения микрочастиц. Эти ограничения устанавливаются соотношениями неопределенностей Гейзенберга, согласно которым *произведение неопределенностей*  $(\Delta A, \Delta B)$  *двух сопряженных величин*  $(A, B)$  *не может быть меньше постоянной Планка*  $\hbar$

$$\Delta A \cdot \Delta B \geq \hbar \quad (\hbar/2, h). \quad (2.2)$$

В формуле (2.2) в правой части в разных учебных пособиях записывают либо  $\hbar$ , либо  $\hbar/2$ , либо  $h$ . Здесь важен порядок величины, а не конкретная цифра.

*Сопряженными называют величины, которые не могут иметь одновременно точных значений.*

Приведем ряд примеров на соотношение неопределенностей Гейзенберга.

**Пример 1.** Координата и соответствующая ей проекция импульса являются сопряженными величинами ( $A = x$ ,  $B = p_x$ ). Для них можно записать

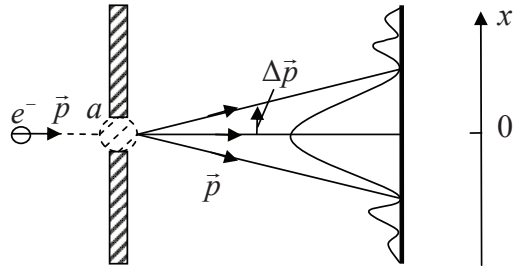


Рис. 2.3

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar. \quad (2.3a)$$

Отметим, что такое же неравенство справедливо и для других координат ( $y$ ,  $z$ ) и соответствующим им проекциям импульса

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \hbar; \quad \Delta z \cdot \Delta p_z \geq \hbar. \quad (2.3б)$$

Если координата и проекция импульса друг другу не соответствуют, то тогда они одновременно могут иметь точные значения, для них соотношения неопределенностей Гейзенберга не выполняются.

Например,  $\Delta z \cdot \Delta p_x = 0$ ;  $\Delta z \cdot \Delta p_y = 0$ ;  $\Delta x \cdot \Delta p_y = 0$ ;  $\Delta x \cdot \Delta p_z = 0$ .

Для того чтобы показать справедливость формул (2.3), рассмотрим пример прохождения электроном щели шириной  $a$  (рис. 2.3), кратко этот пример для фотона был обсужден в п. 1.4. Волновые свойства электрона приводят к тому, что при прохождении им щели понятие траектории для электрона будет неприменимо (иначе он попадал бы только в центр экрана), вследствие этого он случайным образом меняет направление своего первоначального движения, попадая с различной вероятностью в разные точки экрана — наибольшей вероятности соответствует наибольшая интенсивность при дифракции электронного пучка на одной щели. Если посылать на щель по одному электрону, то тогда при накоплении достаточно большого числа электронов на экране возникнет дифракционная картина. Причем максимальной интенсивности дифракционной картины будет соответствовать наибольшая вероятность попадания электрона в данную точку экрана. Итак, волновые свойства электрона описывают вероятность его обнаружения в разных точках экрана (пространства).

При прохождении щели неопределенность координаты будет равна  $\Delta x = a$ , а после прохождения щели разброс импульсов электрона будет

располагаться, в основном, в пределах первого максимума дифракционной картины при дифракции света на одной щели. Из рис. 2.3 видно, что

$$\Delta p_x = p \sin \varphi = p \frac{\lambda}{a} = \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{a} = \frac{h}{a},$$

и поэтому

$$\Delta x \Delta p_x = a \cdot \frac{h}{a} = h,$$

что и требовалось показать.

При оценке  $\Delta p_x$  было учтено, что первый минимум при дифракции электронов на одной щели наблюдается при угле  $\varphi$ , определяемом условием

$$a \sin \varphi = k \lambda.$$

Отметим, неизвестно каким образом электроны проходят щель и что происходит с электронами в области щели, и новая теория квантовой механики не дает ответа на этот вопрос, она лишь дает результаты прохождения пучком электронов преграды с одной щелью.

**Пример 2.** В разделе 5 «Колебания» для приближенной оценки ширины  $\Delta \omega$  частотного спектра различных импульсов была записана формула

$$\Delta \omega \cdot \Delta t \approx 2\pi,$$

она связывает ширину спектра  $\Delta \omega$  со временем излучения  $\Delta t$  импульса.

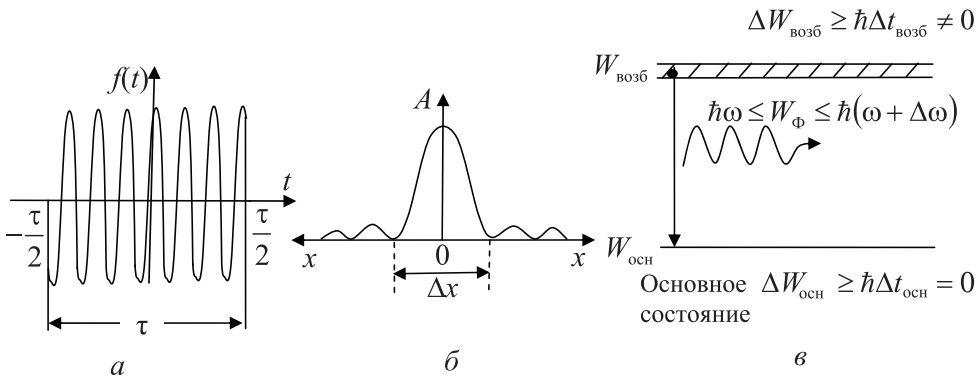


Рис. 2.4

Распространение этого импульса в пространстве можно описать с помощью волнового пакета. Волновой пакет представляет собой группу волн с частотами, заключенными в пределах от  $\omega$  до  $\omega + \Delta\omega$  (см. рис. 2.4, а). Покажем, что область локализации  $\Delta x$  волнового пакета (область пространства, где амплитуда волнового пакета существенно отличается от нуля, рис. 2.4, б) и разброс по модулю импульса  $\Delta p_x$  для волн этого волнового пакета связаны между собой соотношением

$$\Delta x \Delta p_x \approx h.$$

Действительно,

$$\Delta x = c \Delta t \approx \frac{2\pi c}{\Delta\omega}; \quad \Delta p_x = \Delta \left( \frac{h}{\lambda_B} \right) = \Delta \left( \frac{h\omega}{2\pi c} \right) = \frac{h}{2\pi c} \Delta\omega \quad \Rightarrow \quad \Delta x \Delta p_x \approx h,$$

что и требовалось показать.

Следовательно, и с точки зрения волновой теории координата и соответствующая ей проекция импульса являются сопряженными величинами.

**Пример 3.** Энергия и время ( $A = W$ ,  $B = t$ ). Для этих величин можно записать

$$\Delta W \cdot \Delta t \geq \hbar. \quad (2.4)$$

В формуле (2.4)  $\Delta W$  — ширина, размытие, разброс значений энергий данного квантового состояния;  $\Delta t$  — время жизни частицы в данном квантовом состоянии;  $\hbar = h / (2\pi)$  — постоянная Планка, деленная на  $2\pi$ .

Выражение (2.4) приводит к тому, что каждая линия излучения имеет естественную ширину или каждый излучаемый фотон имеет разброс по частотам. Поясним это с помощью рис. 2.4, в. В основном состоянии атом может находиться сколь угодно долго ( $\Delta t_{\text{осн}} = \infty$ ), поэтому ширина по энергии такого состояния равна нулю:  $\Delta W_{\text{осн}} \geq \hbar / \Delta t_{\text{осн}} = 0$ . В возбужденном состоянии атом может находиться в течение времени, равном  $\Delta t_{\text{возб}} \approx 1 \cdot 10^{-8}$  с, что приводит к размытию по энергии возбужденного уровня энергии атома:  $\Delta W_{\text{возб}} \geq \hbar / \Delta t_{\text{возб}} \neq 0$ . Поэтому излучаемый при переходе в основное состояние фотон будет иметь разброс по частоте, равный  $\Delta\omega = \Delta W_{\text{ф}} / \hbar = \Delta W_{\text{возб}} / \hbar \approx 1 / \Delta t_{\text{возб}} \approx 1 \cdot 10^8$  рад/с.

Отметим, что формулу (2.4) можно получить из выражения, связывающего частотную ширину и время излучения волнового пакета ( $\Delta\omega \cdot \Delta\tau \approx 2\pi$ ), если умножить это выражение на постоянную  $\hbar$  ( $\hbar \Delta\omega \cdot \Delta\tau \approx 2\pi \hbar \Rightarrow \Delta W_{\text{ф}} \Delta\tau \approx h$ ).

### 2.2.2. Условия применимости классической механики для описания движения микрочастиц

Запишем условия, при которых для описания движения микрочастиц, обладающих волновыми свойствами, можно применять законы классической механики. Это возможно, если применимо понятие траектории, т. е. одновременно с достаточной степенью точности можно пользоваться понятиями координаты и импульса для микрочастицы

$$\frac{\Delta p_x}{p_x} \ll 1, \quad \frac{\Delta x}{L} \ll 1. \quad (2.5)$$

В формуле (2.5) величина  $L$  представляет собой характерный размер установки.

Эти условия можно объединить в одно, выражая неопределенности задания импульса и координаты из соотношений неопределенностей Гейзенберга (2.3а) и перемножая неравенства в формуле (2.5)

$$\frac{\Delta p_x}{p_x} \cdot \frac{\Delta x}{L} \ll 1 \Rightarrow \frac{\hbar}{\Delta x \cdot h/\lambda_B} \cdot \frac{\Delta x}{L} = \frac{\lambda_B}{2\pi L} \ll 1 \Rightarrow \lambda_B \ll L. \quad (2.6)$$

Согласно формуле (2.6) классическая механика применима для описания движения микрочастиц, если можно пренебречь волновыми свойствами частицы, т. е. длина волны де Бройля существенно меньше характерного размера установки.

Приведем ряд примеров, поясняющих условия (2.5) и (2.6).

**Пример 1.** Рассмотрим движение электрона в электронно-лучевой трубке. Пусть длина трубки составляет  $l = 0,10$  см, напряжение на трубке  $U = 10$  кВ. За счет расходимости пучка электронов радиус пятна на экране составляет  $r = 1,0 \cdot 10^{-5}$  м.

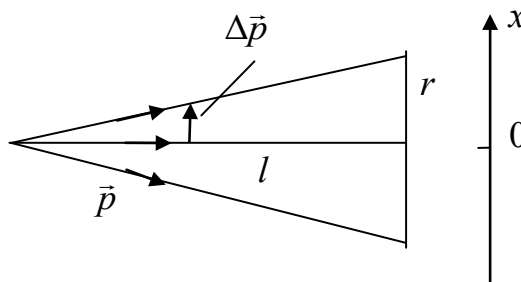


Рис. 2.5



Оценим точность задания импульса электрона. Из рис. 2.5 можно видеть, что

$$\frac{\Delta p_x}{p_x} = \frac{r}{\ell} = 1 \cdot 10^{-4} \ll 1,$$

т. е. понятием импульса можно пользоваться с достаточной степенью точности. Оценим точность задания координаты электронов. Характерным размером установки здесь является радиус пятна пучка электронов на экране  $r = L$ . Используя соотношение неопределенностей Гейзенберга (2.3а), получим

$$\begin{aligned} \frac{\Delta x}{L} &\approx \frac{\hbar}{L \Delta p_x} = \frac{\hbar}{L p_x \cdot 10^{-4}} = \frac{\hbar}{0,1 \cdot \sqrt{2|e|U/m} \cdot 10^{-4}} = \\ &= \frac{1 \cdot 10^{-29}}{\sqrt{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot 10^4 / 9,1 \cdot 10^{-31}}} \approx 1 \cdot 10^{-3} \ll 1. \end{aligned}$$

Как видно, координата электронов так же задана с достаточной степенью точности, т. е. движение электронов в электронно-лучевой трубке можно описывать с помощью уравнений классической механики.

**Пример 2.** Рассмотрим поведение электрона в атоме. Размеры атома составляют  $L \approx 1 \cdot 10^{-10}$  м, они являются характерным размером данной задачи. Из теории Бора для атома водорода известно, что скорость электрона на первой боровской орбите равна  $v \approx 1 \cdot 10^6$  м/с. Оценим длину волны де Бройля, соответствующую электрону в атоме водорода,

$$\lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^6} \approx 7 \cdot 10^{-10} \text{ м} \Rightarrow \lambda_B > L.$$

Следовательно, при описании поведения электрона в атомах необходимо использовать новую теорию — квантовую механику.

### 2.2.3. Трактовка соотношений неопределенностей Гейзенберга с точки зрения процесса измерения

Остается непонятным, как проходят электроны через щель в примере 1 (см. п. 2.2.1). Чтобы выяснить это, можно установить за ними наблюдение, посылая каждый раз фотон при приближении электрона к щели, причем энергия фотона должна быть существенно меньше полной энергии электрона (в этом случае можно пренебречь влиянием взаимодействия электрона и фотона на поведение электрона). По отраженному от электрона фотону можно выяснить, каким образом элек-

трон проходит эту щель. Однако при таком наблюдении за электронами на экране не будет наблюдаться дифракционная картина — все электроны будут лететь без отклонения и попадать в центр экрана. Следовательно, поведение электрона при наблюдении за ним изменяется.

Из этого опыта можно сделать вывод, что любой процесс измерения (наблюдения) оказывает существенное влияние на поведение микрочастиц. Поэтому квантовая механика не рассматривает вопросы, связанные с детальным поведением частиц в том или ином опыте, она дает лишь результаты взаимодействия частиц с различными преградами (потенциальными полями). Случайный характер движения отдельной частицы не позволяет однозначно описать ее поведение в опыте, но при накоплении достаточно большого числа случайных событий можно установить закономерности, которые и описывает квантовая механика. Если убрать случайный характер поведения отдельной частицы, установив за ней наблюдение, то это приводит к исчезновению статистических закономерностей при накоплении большого числа случайных событий.

Как было уже отмечено, две сопряженные величины не могут иметь одновременно точных значений, т. е. в одном опыте нельзя одновременно установить точные значения сопряженных величин. Это позволяет дать трактовку соотношений неопределенностей Гейзенберга с точки зрения процесса измерения.

Перепишем формулы (2.3а) и (2.4) следующим образом:

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{\Delta p_x}; \quad \Delta W \geq \frac{\hbar}{\Delta t}.$$

Полученные формулы можно истолковать следующим образом: чем точнее в данном опыте определяется импульс ( $\downarrow \Delta p_x$ ), тем менее точно будет известна координата ( $\uparrow \Delta x$ ); чем дольше измеряется энергия системы  $\uparrow \Delta t$ , тем с большей точностью ( $\downarrow \Delta W$ ) она будет известна.

### 2.3. Волновая функция. Стандартные условия. Уравнение Шредингера. Схема решения задач механики

Движению микрочастицы соответствует волновой процесс, волна де Бройля. Возникает вопрос о природе этих волн де Бройля. Сначала считали, что волны де Бройля это электромагнитные волны, а ми-

микрочастица представляет собой волновой пакет из ЭМВ. Однако такое представление оказалось неверным, так как из-за явления дисперсии волновой пакет, распространяясь в среде, расплывается, что противоречит стабильности существования микрочастиц.

Правильная трактовка природы волн де Бройля была дана М. Борном в 1927 году: *волны де Бройля это волны вероятности, а волновая функция представляет собой амплитуду вероятности*. Физический смысл имеет квадрат модуля волновой функции  $|\Psi(x, y, z, t)|^2$  — это плотность вероятности  $P(x, y, z, t)$ , она равна отношению вероятности  $dP(x, y, z, t)$  найти частицу в момент времени  $t$  в бесконечно малом объеме  $dV$ , взятом около точки с координатами  $(x, y, z)$ , к величине этого объема  $dV$

$$|\Psi(x, y, z, t)|^2 = P(x, y, z, t) = \frac{dP(x, y, z, t)}{dV}. \quad (2.7)$$

В связи с вероятностным смыслом волновой функции на нее накладываются *стандартные условия*, а именно, волновая функция и ее частные производные по координатам должны быть непрерывными, однозначными и конечными. (На рис. 2.6, а показаны примеры точек, отвечающих скачку функции или ее производной, которые должны отсутствовать на графике для волновой функции или для модуля квадрата волновой функции.)

Для волновой функции справедливо условие нормировки

$$\int_V |\Psi(x, y, z, t)|^2 dV = 1, \quad (2.8)$$

оно дает вероятность найти частицу в какой-то момент времени в объеме ее существования, это есть вероятность достоверного события, и поэтому такой интеграл равен единице.

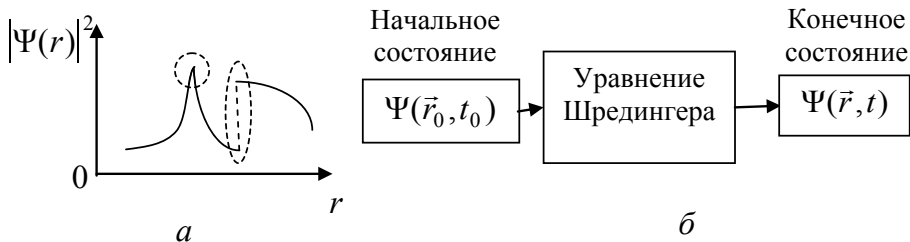


Рис. 2.6

Рассмотрим теперь, как решается задача о движении частицы в классической и квантовой механике. В классической механике состояние частицы в какой-то момент времени определяется заданием ее координат и импульса. Поэтому схема решения задачи здесь выглядит следующим образом: задаются координаты и импульс частицы в начальный момент времени, затем решается уравнение второго закона Ньютона и в итоге получают координаты и импульс в конечный момент времени.

Такую схему решения задачи в квантовой механике применить нельзя, так как из-за соотношения неопределенностей Гейзенберга нельзя одновременно точно задать координаты и импульс частицы. Здесь состояние частицы однозначно определяется заданием ее волновой функции, поэтому решается уравнение для этой волновой функции и таким образом однозначно находится конечное состояние частицы, т. е. ее волновая функция в момент времени  $t$  (см. рис. 2.6, б).

Впервые основное уравнение квантовой механики — уравнение для волновой функции было записано в 1926 г. Э. Шредингером и получило название уравнения Шредингера. Оно имеет следующий вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U(x, y, z, t)\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}. \quad (2.9)$$

В этом уравнении  $\hbar = h / (2\pi)$ ;  $i = \sqrt{-1}$  — мнимая единица;  $m$  — масса частицы;  $U(x, y, z, t)$  — потенциальная энергия частицы в силовом поле, в котором она движется;  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  — оператор Лапласа,

действие которого на волновую функцию сводится к взятию вторых частных производных по координатам. В левой части уравнения берется частная производная от волновой функции по времени  $t$ .

Уравнение Шредингера является основным уравнением квантовой механики, оно не выводится, его справедливость проверяется сопоставлением полученных из него результатов с опытными данными. Его значение в квантовой механике является таким же, как уравнения Ньютона в классической механике, уравнения Максвелла в электродинамике или трех начал в термодинамике.

Для того чтобы понять, как это уравнение можно было записать, рассмотрим движение свободной микрочастицы с постоянной скоростью вдоль оси  $Ox$ . Для свободной микрочастицы, движущейся с постоянным импульсом, неопределенность задания импульса будет

равна нулю, а неопределенность задания координаты согласно соотношениям неопределенности Гейзенберга будет равна бесконечности

$$\Delta p_x = 0 \Rightarrow \Delta x \geq \frac{\hbar}{\Delta p_x} = \infty.$$

Это означает, что движению свободной микрочастицы будет соответствовать плоская монохроматическая волна де Бройля, распространяющаяся в положительном направлении оси  $Ox$ . Волновую функцию для такой волны можно записать в следующем виде:

$$\Psi(x, t) = A \cos(\omega t - kx) = A e^{-i(\omega t - kx)},$$

где использована комплексная форма записи гармонической функции.

Для энергии частицы (в данном случае она равна кинетической энергии частицы) можно записать следующие формулы:

$$p_x = \frac{h}{\lambda_B}, \lambda_B = \frac{2\pi}{k} \Rightarrow p_x = \hbar k \Rightarrow$$

$$W = \frac{p_x^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda_B^2} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \hbar\omega. \quad (2.10)$$

Распишем уравнение  $\frac{\hbar^2 k^2}{2m} = W$ , выразив энергию частицы  $W$  и модуль волнового вектора  $\vec{k}$  из волновой функции  $\Psi(x, t)$ :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -i\omega \Psi = -i \frac{W}{\hbar} \Psi \Rightarrow W = -\frac{\hbar}{i\Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = i \frac{\hbar}{\Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial t},$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = -\Psi k^2 \Rightarrow k^2 = -\frac{1}{\Psi} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2},$$

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} = W \Rightarrow \frac{\hbar^2}{2m} \left( -\frac{1}{\Psi} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \right) = i \frac{\hbar}{\Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial t} \Rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}.$$

Если же частица движется во внешнем силовом поле с потенциальной энергией  $U(x, t)$ , то тогда необходимо ввести волновую функцию в выражение

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + U(x, t) = W,$$

что приводит к уравнению (2.9), записанному Шредингером. Еще раз подчеркнем, что это уравнение не выводится, оно является постулатом.

Обычно рассматриваются силовые поля, которые явно не зависят от времени  $t$ . Они называются стационарными полями. В таких полях потенциальная энергия частицы не зависит от времени ( $U = U(x, y, z)$ ), а полная энергия частицы остается постоянной ( $W = U + W_K = \text{const}$ ). Волновую функцию в этом случае можно представить в виде произведения временной ее части на координатную часть  $\psi(x)$

$$\psi(x, y, z, t) = Ae^{-i\frac{W}{\hbar}t} \psi(x). \quad (2.11)$$

Для координатной части волновой функции уравнение Шредингера (его называют *стационарным уравнением Шредингера*) примет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + U(x, y, z, t) \psi = W \psi. \quad (2.12)$$

В заключение параграфа приведем схему решения задач квантовой механики.

**1 этап. Постановка задачи.** При этом задается вид силового поля, в котором движется частица, т. е. задается зависимость потенциальной энергии частицы от координат во внешнем силовом поле.

**2 этап. Решение уравнения Шредингера.** Оно решается как дифференциальное уравнение второго порядка в частных производных. Стандартные условия и условие нормировки, накладываемые на волновую функцию, приводят к тому, что уравнение имеет решение не для всех значений полной энергии частицы. Совокупность значений энергии, при которых уравнение имеет решение, называют собственными значениями энергии, а соответствующие им волновые функции называют собственными волновыми функциями. На этом этапе находят собственные значения энергии и собственные волновые функции задачи.

**3 этап. Анализ полученного решения.** 1. *Энергетический спектр частицы.* Совокупность собственных значений энергии частицы образует энергетический спектр частицы. 2. *Вероятность обнаружения частицы в различных точках пространства.* Совокупность собственных волновых функций позволяет найти плотность вероятности обнаружения частицы в разных точках пространства.

Решая уравнение Шредингера, можно найти только энергетический спектр частицы и вероятность ее обнаружения в различных точках пространства. Эти сведения используются для анализа поведения частицы в потенциальном поле определенного вида. Более детальной информации квантовая механика о поведении частиц не дает.

Это не является недостатком теории, а является следствием вероятностного поведения частицы в пространстве. Нельзя думать, что будет создана теория, которая будет давать более детальную информацию о поведении частиц. Поведение частиц вне экспериментальной ситуации, т. е. самих по себе, нам не доступно, так как мы живем в макром мире и используем понятия макромира. О наличии микромира мы узнаем из поведения частиц в экспериментальной ситуации, и это нужно помнить и не стараться брать от теории то, что она не может дать.

Ниже рассматривается решение ряда задач квантовой механики, имеющих точное решение.

## 2.4. Задача 1. Свободная микрочастица

**1 этап. Постановка задачи. Задача одномерная.** Частица движется с постоянной скоростью  $\vec{v}$  в положительном направлении оси  $Ox$ . Внешнего силового поля нет, т. е. потенциальная энергия частицы равна нулю ( $U(x) = 0$ ), частица является свободной. Импульс частицы равен  $\vec{p}$ .

**2 этап. Решение уравнения Шредингера.** Запишем уравнение Шредингера для свободной микрочастицы

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = W\psi \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0, \quad k = \sqrt{\frac{2mW}{\hbar^2}}.$$

Из теории дифференциальных уравнений известно, что решением этого уравнения является следующая функция:

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}.$$

Если учесть, что полная волновая функция равна произведению координатной части функции на ее временную часть (формула (2.11))

$$\psi(x, t) = e^{-i\frac{W}{\hbar}t} \psi(x) = Ae^{-i(\frac{W}{\hbar}t - kx)} + Be^{-i(\frac{W}{\hbar}t + kx)},$$

а также комплексное представление волновой функции для плоской монохроматической волны, распространяющейся в положительном направлении оси  $Ox$ ,

$$\xi(x, t) = Ae^{-i(\omega t - kx)},$$

то тогда можно сказать, что первое слагаемое в решении уравнения Шредингера для волновой функции представляет собой плоскую монохроматическую волну де Бройля, распространяющуюся в положительном направлении оси  $Ox$  (бегущая волна де Бройля), а второе слагаемое соответственно плоскую монохроматическую волну де Бройля, распространяющуюся в отрицательном направлении оси  $Ox$  (отраженная волна де Бройля). При этом циклическая частота  $\omega$  этих волн будет равна  $\omega = W / \hbar$ , а параметр  $k$  представляет собой модуль волнового вектора  $\vec{k}$ .

В связи с тем, что при движении свободной частицы отражения нет, тогда второе слагаемое в волновой функции будет отсутствовать

$$\Psi(x,t) = Ae^{-i\left(\frac{W}{\hbar}t - kx\right)}. \quad (2.13)$$

Как видно, волновая функция удовлетворяет стандартным условиям во всей области ее существования, а условие ее нормировки дает для коэффициента  $A$  следующую формулу:

$$A = \frac{1}{V} = \text{const},$$

где под  $V$  понимают объем пространства, в котором может находиться частица.

Из условия конечности волновой функции следует, что при стремлении  $V \rightarrow \infty$  коэффициент  $A$  стремится к нулю ( $A \rightarrow 0$ ).

Для собственных значений энергии можно получить

$$W = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}, \quad (2.14)$$

где были использованы формулы для импульса и модуля волнового вектора

$$p_x = \frac{\hbar}{\lambda_B}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda_B} \Rightarrow p = \hbar k. \quad (2.15)$$

**3 этап. Анализ полученного решения. 1. Энергетический спектр микро-частицы.** Энергетический спектр свободной микрочастицы в классической механике является непрерывным, энергия частицы принимает положительные значения  $W = p^2 / (2m)$ . Такие же выводы об энергетическом спектре частицы дает и квантовая механика, это видно из формулы (2.14). **2. Вероятность обнаружения микрочастицы в раз-**



личных точках пространства. В классической механике известно, что частица является локализованной, т. е. занимает определенную точку пространства. Поэтому вероятность найти частицу в какой-то точке пространства в данный момент времени равна единице, а в остальных равна нулю.

В квантовой механике плотность вероятности обнаружения микрочастицы

$$P(x, y, z, t) = |\Psi(x, y, z, t)|^2 = A^2 = \text{const} \quad (2.16)$$

не зависит от координат и времени. Это означает, что вероятность найти частицу будет одинаковой, не равной нулю, во всех точках пространства, т. е. свободная частица будет «размазанной» по всему пространству. Этот вывод резко отличается от вывода классической механики. Он является следствием наличия у микрочастицы волновых свойств и его можно получить из соотношения неопределенностей Гейзенберга (см. п. 2.3).

## 2.5. Задача 2. Микрочастица в прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками

**1 этап. Постановка задачи.** Задача одномерная. Частица движется во внешнем силовом поле, в котором потенциальная энергия частицы задана следующими соотношениями:

$$U(x) = \begin{cases} \infty & x < 0 & |\psi|^2 = 0 \\ 0 & 0 \leq x \leq \ell & |\psi|^2 \neq 0 \\ \infty & x > \ell & |\psi|^2 = 0. \end{cases} \quad (2.17)$$

Вид потенциального поля приведен на рис. 2.7, а. Из него видно, что частица находится в потенциальной яме с бесконечно высокими прямоугольными стенками, за пределы которой она выйти не может.

**2 этап. Решение уравнения Шредингера.** Уравнение Шредингера необходимо решать в области  $0 \leq x \leq \ell$ , в которой  $U(x) = 0$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = W\psi \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0, \quad k = \sqrt{\frac{2mW}{\hbar^2}}.$$

Решением этого уравнения является сумма двух плоских монохроматических волн де Бройля (бегущей и отраженной)

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}.$$

Стандартные условия в этой задаче записываются следующим образом:

$$\psi(0) = 0 \Rightarrow A + B = 0 \Rightarrow B = -A \Rightarrow \psi(x) = 2Ai \sin(kx).$$

$$\psi(l) = 0 \Rightarrow \sin(kl) = 0 \Rightarrow kl = \pi n \Rightarrow \psi_n(x) = 2Ai \sin\left(\frac{\pi n}{l}x\right), \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

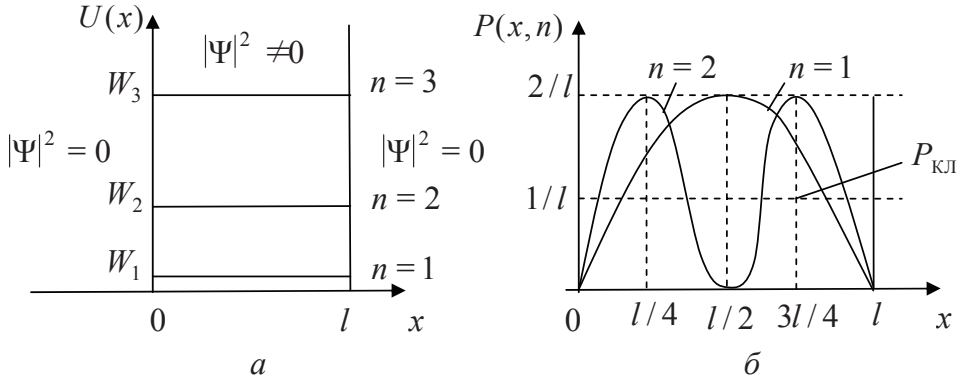


Рис. 2.7

В формулу для волновой функции входит номер квантового состояния  $n$ , причем значение  $n=0$  исключается, так как для значения  $n=0$  вероятность найти частицу внутри потенциальной ямы и вне ее будет равна нулю, т. е. частица не существует, а это противоречит условию задачи.

Условие нормировки позволяет найти постоянную  $A$

$$\int_0^l |\psi_n(x)|^2 dx = \int_0^l 4A^2 \sin^2\left(\frac{\pi n}{l}x\right) dx = 1 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{1}{2l}}.$$

В итоге для собственных волновых функций можно записать

$$\psi_n(x) = i\sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{\pi n}{l}x\right), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.18)$$

Для собственных значений энергии частицы получим:

$$W = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}, \quad k_n = \frac{\pi n}{\ell} \quad \Rightarrow \quad k_n = \frac{\pi n}{\ell},$$

$$W_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m\ell^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.19)$$

**3 этап. Анализ полученного решения. 1. Энергетический спектр микрочастицы.**

В классической механике энергетический спектр частицы является непрерывным, минимальное значение энергии равно нулю, т. е. частица может «находиться» на дне потенциальной ямы.

В квантовой механике из формулы (2.19) следует, что энергетический спектр частицы является дискретным и расходящимся, минимальное значение энергии отлично от нуля и равно  $W_1$  (см. рис. 2.7)

$$\Delta W_{n+1,n} = W_{n+1} - W_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m\ell^2} (2n+1), \quad W_{\min} = W_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m\ell^2}. \quad (2.20)$$

Состояние частицы при квантовом числе  $n$ , равном единице ( $n = 1$ ), называется основным состоянием частицы, а все остальные ее состояния называются возбужденными.

Как видно, выводы классической и квантовой механики при малых значениях квантового числа  $n$  находятся в резком несоответствии между собой.

Можно показать, что отличие минимального значения энергии частицы от нуля является следствием ее волновых свойств. Действительно, неопределенность координаты частицы в потенциальной яме равна ее ширине  $\Delta x = \ell$ , что позволяет из соотношения неопределенностей Гейзенберга провести оценку неопределенности задания импульса частицы  $\Delta p_x \geq \hbar/\Delta x = \hbar/\ell$ . Понятие импульса можно использовать в тех случаях, когда значение импульса будет не меньше погрешности его определения:  $p_x \geq \Delta p_x$ . Тогда минимальное значение импульса частицы будет равно  $p_x = \Delta p_x$ , что приводит к оценке минимального значения энергии частицы внутри потенциальной ямы

$$W_{\min} = \frac{(p_{x \min})^2}{2m} = \frac{(\Delta p_x)^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m\ell^2}. \quad (2.21)$$

Полученное значение по порядку величины соответствует значению энергии частицы в квантовом состоянии для  $n = 1$  (формула (2.19)).

*2. Вероятность обнаружения микрочастицы внутри потенциальной ямы.*

В классической механике частица движется равномерно по траектории от одной стенки до другой, поэтому классическая плотность вероятности обнаружения частицы будет одинаковой во всех точках потенциальной ямы, так как частица одинаковое время находится вблизи любой точки. Используя условие нормировки, найдем формулу для классической плотности вероятности

$$\int_0^{\ell} P_{\text{кл}}(x) dx = P_{\text{кл}} \ell = 1 \quad \Rightarrow \quad P_{\text{кл}} = 1/\ell. \quad (2.22)$$

Запишем формулу для квантовой плотности вероятности обнаружения микрочастицы внутри потенциальной ямы

$$P(x, n) = |\psi_n(x)|^2 = \frac{2}{\ell} \sin^2\left(\frac{\pi n}{\ell} x\right). \quad (2.23)$$

Из формулы (2.23) следует, что квантовая плотность вероятности обнаружения микрочастицы внутри потенциальной ямы зависит от координаты  $x$  и от номера квантового состояния  $n$ , что не согласуется с движением частицы по траектории. Так, например, для квантового состояния с  $n = 1$  плотность вероятности  $P(x, 1)$  на краях потенциальной ямы равна нулю, а в ее середине будет максимальной. Число пиков на зависимости  $P(x, n)$  будет равно номеру квантового состояния  $n$ , а площадь под графиками плотности вероятности будет одинаковой и равной единице (см. рис. 2.7).

Итак, движение частицы внутри потенциальной ямы при небольших значениях  $n$  необходимо описывать в рамках квантовой механики. Однако, при больших значениях квантового числа  $n$  возможно применение классической механики при описании движения микрочастицы. Это связано с тем, что при увеличении  $n$  возрастает модуль волнового вектора  $\vec{k}$  ( $k_n = \pi n/\ell$ ), следовательно, уменьшается длина волны де Бройля ( $\lambda_B = 2\pi/k_n = 2\ell/n$ ), соответствующей движению частицы, и при некотором значении  $n$  будет выполняться условие применимости классической механики для описания движения микрочастицы:  $\lambda_B \ll \ell$ .

Причем для больших  $n$  происходит относительное сближение энергетических уровней, энергетический спектр становится квазинепрерывным, т. е. дискретным, но дискретностью можно пренебречь по сравнению со значениями энергии квантовых состояний

$$n \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{\Delta W_{n+1,n}}{W_n} = \frac{2n+1}{n^2} \rightarrow 0 \Rightarrow \Delta W_{n+1,n} \ll W_n.$$

Большое число пиков (максимумов и минимумов на графике зависимости плотности вероятности от координаты  $x$ ) приводит к тому, что усредненное значение  $\langle P(x,n) \rangle$  квантовой плотности вероятности  $P(x,n)$  будет совпадать с классическим значением плотности вероятности  $P_{\text{кл}} = 1/\ell$ .

Рассмотренный пример — это пример соответствия выводов квантовой и классической теории при больших значениях квантовых чисел, является частным случаем *принципа соответствия*, который гласит: *при больших значениях квантовых чисел выводы квантовой механики должны соответствовать выводам классической механики.*

### 2.6. Задача 3. Микрочастица в потенциальном поле в виде бесконечно протяженной прямоугольной ступеньки (низкая ступенька)

**1 этап. Постановка задачи.** Задача одномерная. Частицы движутся вдоль оси  $Ox$  и налетают на прямоугольный бесконечно протяженный ( $x > 0$ ) низкий потенциальный барьер высотой  $U_0$  ( $W > U_0$ , рис. 2.8, а). Необходимо ответить на вопрос: что происходит с частицами при их встрече с потенциальным барьером? Отметим, что *потенциальным барьером* называют ограниченную в пространстве область высокой потенциальной энергии частицы во внешнем силовом поле.

В классической механике все частицы пролетают в область потенциального барьера, понижая при этом свою кинетическую энергию. Отражения частиц от потенциального барьера нет.

**2 этап. Решение уравнения Шредингера.** В квантовой механике для ответа на этот вопрос необходимо решить уравнение Шредингера. Так как пространство разбивается на две области (до барьера и в области барьера), необходимо решить уравнение в этих двух областях (см. рис. 2.8, а) и затем наложить стандартные условия на волновые функции (наложить условия сшивания).

$$\text{Область 1 } \frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi_1}{dx^2} = W \psi_1 \Rightarrow \frac{d^2 \psi_1}{dx^2} + k_1^2 \psi_1 = 0, \quad k_1 = \sqrt{\frac{2mW}{\hbar^2}};$$

$$\psi_1(x) = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x}.$$

Область 2

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi_2}{dx^2} + U_0 \psi_2 = W \psi_2 \Rightarrow \frac{d^2 \psi_2}{dx^2} + k_2^2 \psi_2 = 0, \quad k_2 = \sqrt{\frac{2m(W - U_0)}{\hbar^2}},$$

$$\psi_2(x) = A_2 e^{ik_2 x} + B_2 e^{-ik_2 x} = A_2 e^{ik_2 x},$$

где учтено, что во второй области отражения нет, поэтому отраженной волны здесь не будет ( $B_2 = 0$ ).

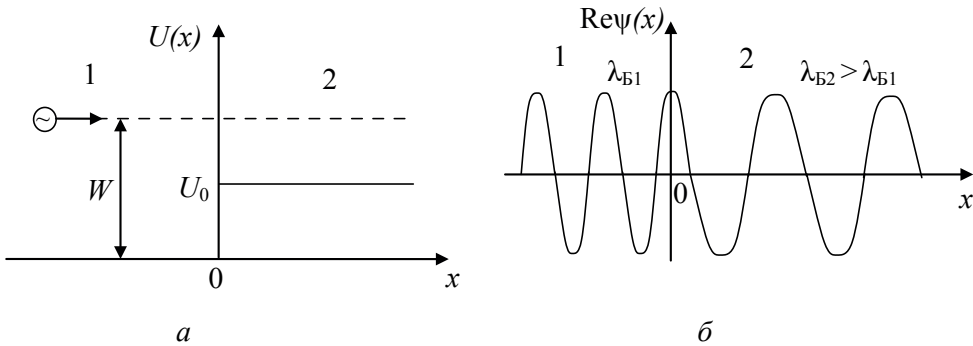


Рис. 2.8

Решения для волновой функции в двух областях необходимо сшить на границе областей, т. е. наложить на волновые функции стандартные условия

$$\psi_1(0) = \psi_2(0); \quad \psi_1'(0) = \psi_2'(0).$$

Из них вытекают следующие условия на коэффициенты при волновых функциях

$$A_1 + B_1 = A_2, \quad k_1(A_1 - B_1) = k_2 A_2. \quad (2.24)$$

**3 этап. Анализ полученного решения.** Энергетический спектр частицы при ответе на вопрос задачи не нужен, поэтому он здесь и не рассматривается.

Найденные собственные волновые функции задачи позволяют выяснить, что для микрочастиц, в отличие от классических частиц, появляется новый *квантовый эффект*, а именно, *существует не равная нулю вероятность отражения частиц от потенциального барьера, даже если высота этого барьера ( $U_0$ ) меньше энергии падающих на него частиц.*

Вводится коэффициент отражения  $R$  от потенциального барьера как величина, равная отношению интенсивности волны, отраженной от барьера, к интенсивности волны, падающей на барьер,

$$R = \frac{I}{I} = \frac{|B_1|^2}{|A_1|^2} = \frac{(k_1 - k_2)^2}{(k_1 + k_2)^2} = \frac{(\sqrt{W} - \sqrt{W - U_0})^2}{(\sqrt{W} + \sqrt{W - U_0})^2}, \quad (2.25)$$

где  $U_0$  — «высота» потенциального барьера, а  $W$  — кинетическая энергия падающей частицы (см. рис. 2.8, а).

В выражении (2.25) для коэффициента отражения были записаны формулы с учетом условий сшивания (2.24), накладываемых на коэффициенты при волновых функциях.

Из формулы (2.25) следует, что вероятность отражения частиц от потенциального барьера зависит от высоты потенциального барьера и полной энергии налетающей на барьер частицы. При этом вероятность отражения частиц с энергией  $W > U_0$  от границы потенциального барьера не равна нулю.

На рис. 2.8, б приведен график зависимости вещественной части волновой функции от координаты

$$(\operatorname{Re} \psi_1(x) = (A_1 + B_1) \cos k_1 x = A_2 \cos k_1 x, \quad \operatorname{Re} \psi_2(x) = A_2 \cos k_2 x).$$

Видно, что решение носит волновой характер как в области до барьера, так и в области барьера. При переходе через границу барьера происходит увеличение длины волны де Бройля, соответствующей движущейся микрочастице.

## 2.7. Задача 4. Микрочастица в потенциальном поле в виде бесконечно протяженной прямоугольной ступеньки (высокая ступенька)

**1 этап. Постановка задачи.** Задача одномерная. Частицы движутся вдоль оси  $Ox$  и налетают на прямоугольный бесконечно протяженный ( $x > 0$ ) высокий потенциальной барьер высотой  $U_0$  ( $W < U_0$ , рис. 2.9, а). Необходимо ответить на вопрос: что происходит с частицами при их встрече с потенциальным барьером?

В классической механике все частицы отражаются от потенциального барьера и летят обратно. Проникновения частиц в область барьера нет.

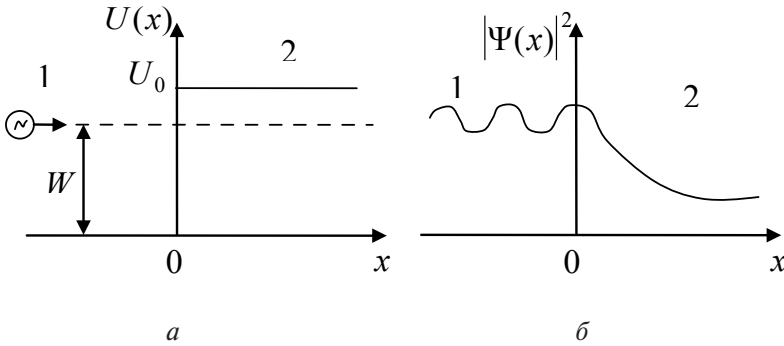


Рис. 2.9

**2 этап. Решение уравнения Шредингера.** В квантовой механике для ответа на этот вопрос необходимо решить уравнение Шредингера в двух областях — до барьера и в области барьера.

Область 1

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi_1}{dx^2} = W \psi_1 \Rightarrow \frac{d^2 \psi_1}{dx^2} + k_1^2 \psi_1 = 0, \quad k_1 = \sqrt{\frac{2mW}{\hbar^2}},$$

$$\psi_1(x) = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x}.$$

Область 2

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi_2}{dx^2} + U_0 = W \psi_2 \Rightarrow \frac{d^2 \psi_2}{dx^2} - k_2^2 \psi_2 = 0, \quad k_2 = \sqrt{\frac{2m(U_0 - W)}{\hbar^2}},$$

$$\psi_2(x) = A_2 e^{k_2 x} + B_2 e^{-k_2 x} = B_2 e^{-k_2 x}.$$

Из решения уравнения Шредингера для второй области видно, что оно не носит волнового характера (в показатель экспоненты не входит мнимая единица), т. е. решение нельзя представить в виде гармонической функции синуса или косинуса. Это означает, что частица не может находиться в этой области сколь угодно долго, по истечении определенного промежутка времени она должна покинуть эту область пространства.

Из условия конечности волновой функции коэффициент  $A_2$  нужно положить равным нулю. Действительно, для значений  $x$ , стремящихся к бесконечности ( $x \rightarrow \infty$ ), первое слагаемое в волновой функции  $\psi_2(x)$  будет стремиться к бесконечности.

Решения для волновой функции в двух областях необходимо «сшить» на границе областей, т. е. наложить на волновые функции стандартные условия.



$$\psi_1(0) = \psi_2(0) \quad , \quad \psi_1'(0) = \psi_2'(0) .$$

Из этих условий вытекают следующие уравнения для коэффициентов при волновых функциях:

$$A_1 + B_1 = A_2 \quad , \quad ik_1(A_1 - B_1) = k_2 A_2 . \quad (2.26)$$

**3 этап. Анализ полученного решения.** Для микрочастиц, в отличие от классических частиц, появляется *новый квантовый эффект* — существует не равная нулю вероятность проникновения микрочастиц внутрь потенциального барьера. Вводится *эффективная глубина*  $x_{\text{эф}}$  проникновения микрочастицы в глубь потенциального барьера — это расстояние от границы барьера, на котором вероятность обнаружения микрочастицы падает в  $e$  раз, где  $e$  — основание натурального логарифма. Выражение для  $x_{\text{эф}}$  можно найти из условия

$$\frac{|\psi_2(0)|^2}{|\psi_2(x_{\text{эф}})|^2} = \frac{B_2^2 e^0}{B_2^2 e^{-2k_2 x_{\text{эф}}}} = e^{2k_2 x_{\text{эф}}} = e \Rightarrow x_{\text{эф}} = \frac{1}{2k_2} = \frac{\hbar}{2\sqrt{2m(U_0 - W)}} . \quad (2.27)$$

Из полученного выражения следует, что чем больше масса частицы и разность  $(U_0 - W)$ , тем меньше будет эффективная глубина проникновения микрочастицы в глубь барьера.

На рис. 2.9, б приведен график зависимости квадрата модуля волновой функции (плотности вероятности) от координаты  $x$ . Из него видно, что вероятность обнаружения микрочастицы будет уменьшаться с увеличением расстояния от границы барьера.

Возникает вопрос: *почему классическая частица не может проникать внутрь барьера, а микрочастицы имеют такую возможность?* Можно привести следующее объяснение. В классической механике в произвольный момент времени  $t$  точно известны координата  $\vec{r}$  и импульс  $\vec{p}$  частицы. Это позволяет точно выделить вклады в полную энергию частицы от ее потенциальной и кинетической энергии —  $W(\vec{r}, \vec{p}) = W_K(p) + U(\vec{r})$ . Поэтому в области потенциального барьера, где полная энергия частицы меньше ее потенциальной энергии, кинетическая энергия частицы будет меньше нуля ( $W_K = (W - U) < 0$ ). Это невозможно согласно определению кинетической энергии.

В квантовой механике, в соответствии с соотношениями неопределенности Гейзенберга, нельзя одновременно точно задать координаты частицы и ее импульс. Поэтому точное деление полной энергии частицы на ее кинетическую и потенциальную энергии невозмож-

но. Это позволяет частице проникать внутрь потенциального барьера на короткое время.

Действительно, в начальные моменты времени ( $\Delta t$  — мало) внутри потенциального барьера погрешность в определении энергии частицы  $\Delta W \geq (\hbar / \Delta t)$  будет достаточно большой и может превышать энергию самой частицы  $\Delta W > W$ . Это не позволяет установить точные значения кинетической и потенциальной энергии частицы. С течением времени погрешность в определении полной энергии частицы уменьшается и, соответственно, становится возможным установить с достаточной точностью значение кинетической энергии частицы внутри потенциального барьера. В этот момент времени частица должна уйти из области потенциального барьера, что не позволяет обнаружить отрицательные значения кинетической энергии частицы.

Аналогичным образом объясняется и существование виртуальных частиц, которые переносят различные виды взаимодействия в физике элементарных частиц.

## 2.8. Задача 5. Туннельный эффект

**1 этап. Постановка задачи.** Задача одномерная. Частицы движутся вдоль оси  $Ox$  и налетают на прямоугольный потенциальный барьер высотой  $U_0$  ( $W > U_0$ ), (рис. 2.10, а). Необходимо ответить на вопрос: что происходит с частицами при их встрече с потенциальным барьером?

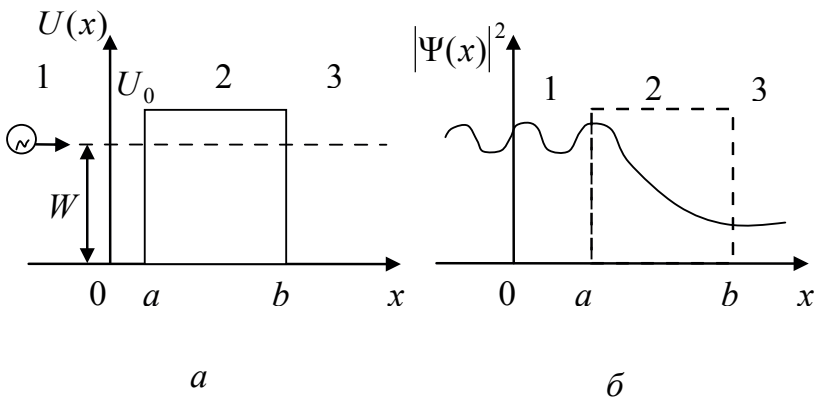


Рис. 2.10

В классической механике все частицы отражаются от потенциального барьера и летят обратно. Проникновения в области 2 и 3, т. е. в область барьера и за него, нет.

**2 этап. Решение уравнения Шредингера.** В квантовой механике для ответа на этот вопрос необходимо решить уравнение Шредингера в трех областях. Это можно сделать по аналогии с задачами квантовой механики под номерами три и четыре.

Здесь сразу приводится решение уравнения Шредингера в трех областях:

$$\text{Область 1 } \psi_1(x) = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x}, \quad k_1 = \sqrt{\frac{2mW}{\hbar^2}}.$$

$$\text{Область 2 } \psi_2(x) = A_2 e^{k_2 x} + B_2 e^{-k_2 x} \approx B e^{-k_2 x}, \quad k_2 = \sqrt{\frac{2m(U_0 - W)}{\hbar^2}}.$$

$$\text{Область 3 } \psi_3(x) = A_3 e^{ik_3 x} + B_3 e^{-ik_3 x} = A_3 e^{ik_3 x}, \quad k_3 = k_1.$$

На рис. 2.10 дан график зависимости квадрата модуля волновой функции от координаты  $x$  с учетом стандартных условий, накладываемых на волновые функции на границах потенциального барьера. Из рис. 2.10 видно, что вероятность обнаружения микрочастицы внутри потенциального барьера уменьшается с ростом координаты  $x$  и что вероятность найти микрочастицу в области 3, в области за барьером, будет отлична от нуля.

**3 этап. Анализ полученного решения.** Возникает новый квантовый эффект (туннельный эффект) — это явление проникновения частиц сквозь потенциальный барьер. Вводится понятие коэффициента прозрачности  $D$  потенциального барьера, он определяет вероятность проникновения частиц сквозь потенциальный барьер и равен отношению интенсивности волны, прошедшей потенциальный барьер, к интенсивности волны, падающей на барьер. Это отношение интенсивностей волн можно найти с учетом условий «сшивания», накладываемых на волновую функцию на границах потенциального барьера (см. рис. 2.10)

$$D = \frac{I(b)}{I(a)} = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2} = \frac{|\psi_2(b)|^2}{|\psi_2(a)|^2} = \exp(-2k_2(b-a)) = \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - W)}(b-a)\right). \quad (2.28)$$

Как видно из уравнения (2.28), вероятность прохождения частицы сквозь потенциальный барьер зависит от массы частицы, ширины потенциального барьера и соотношения между высотой потенциального барьера и полной энергией налетающей на барьер частицы.

В случае потенциального барьера  $U(r)$  произвольной формы (рис. 2.11, а) для коэффициента прозрачности можно получить следующую формулу:

$$D = \prod_i D_i = \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_{r_a}^{r_b} \sqrt{2m(U(r) - W)} dr\right). \quad (2.29)$$

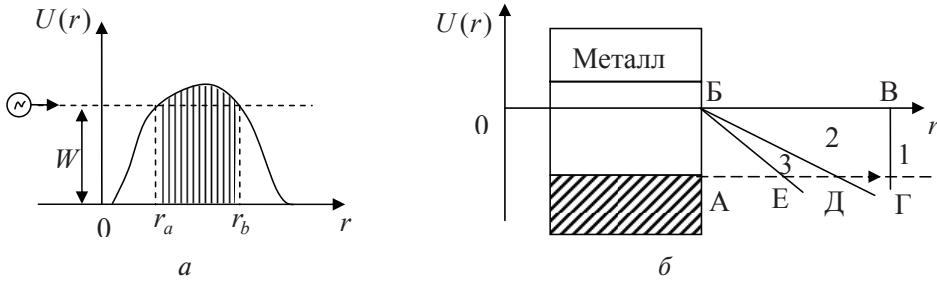


Рис. 2.11

При выводе формулы (2.29) область потенциального барьера, в которой полная энергия частицы меньше ее потенциальной энергии ( $r_a \leq r \leq r_b$ , рис. 2.11), разбивается на совокупность прямоугольных потенциальных барьеров. Для каждого из них находится коэффициент прозрачности  $D_i$  ( $i$  — номер прямоугольного барьера), коэффициенты  $D_i$  перемножаются, а затем ширина прямоугольных потенциальных барьеров стремится к нулю, а их число  $i$  стремится к бесконечности ( $i \rightarrow \infty$ ).

Туннельный эффект объясняет многие наблюдаемые на опыте явления, здесь рассматриваются два примера проявления туннельного эффекта.

**Пример 1. Холодная эмиссия электронов из металла.** Для электронов металл представляет собой потенциальную яму с плоским дном и вертикальными стенками. Электроны вблизи абсолютного нуля температур заполняют потенциальную яму от ее дна до верхнего уровня (его называют уровнем Ферми).

Вылет электронов из металла при таких температурах за счет их энергии теплового движения маловероятен. Это явление называют явлением термоэлектронной эмиссии — электроны получают энергию, превышающую высоту  $АБ = U_0$  потенциального барьера  $А-Б-В-Г$  вблизи поверхности металла, и выходят из него (рис. 2.11, б). В основном электроны вылетают с уровня Ферми.

Вторая возможность вылета электронов из металла связана с туннельным эффектом. Вероятность выхода электронов из металла за счет этого эффекта будет также малой из-за большой ширины и высоты потенциального барьера А–Б–В–Г на границе металла. Если включить вне металла ускоряющее электроны электрическое поле напряженности  $\vec{E}$ , то тогда потенциальный барьер вблизи поверхности металла становится треугольным А–Б–Д ( $U(r) = U_0 - Er$ ), где  $r$  обозначает расстояние, отсчитываемое от точки Б вдоль оси  $r$ . Чем больше напряженность электрического поля, тем меньше ширина потенциального барьера и тем больше будет вероятность выхода электронов из металла за счет туннельного эффекта.

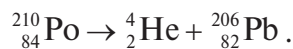
Для такого вида потенциального барьера из формулы (2.29) можно записать следующее выражение для коэффициента прозрачности:

$$D = \exp\left(-\frac{E}{E_0}\right),$$

где постоянная величина  $E_0$  составляет порядка  $1 \cdot 10^8$  В/м.

Для плотности тока, создаваемого при выходе электронов из металла, можно получить формулу  $j = j_{\text{ТЕРМО}} + j_{\text{ТУН}} \approx j_{\text{ТУН}} = j_0 \exp\left(-\frac{E}{E_0}\right)$ , которая подтверждается экспериментально.

**Пример 2. Радиоактивный распад ядер ( $\alpha$ -распад ядер).** Рассмотрим для примера  $\alpha$ -распад ядра полония, при котором из ядра вылетает  $\alpha$ -частица (ядро атома гелия)



Для явления радиоактивности справедлив основной закон радиоактивного распада

$$N = N_0 \exp(-\lambda t),$$

где  $N$  — число ядер, которые не распались к моменту времени  $t$ ;  $N_0$  — первоначальное количество ядер;  $\lambda$  — постоянная распада, связанная с периодом полураспада  $T$  формулой

$$\lambda = \ln 2 / T.$$

Для ядер одного семейства, испытывающих  $\alpha$ -распад, энергия вылетающих  $\alpha$ -частиц изменяется незначительно относительно опреде-

ленного значения  $W_0$ :  $W_\alpha = W_0 + \Delta W_\alpha$ ,  $\Delta W_\alpha \ll W_0$ . Но эти малые изменения энергии  $\alpha$ -частиц приводят к существенным изменениям периода полураспада  $T$  (на несколько порядков).

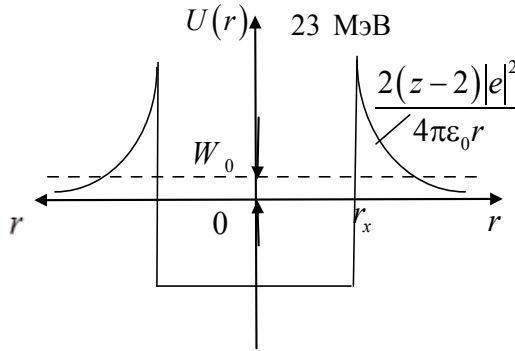


Рис. 2.12

Эти закономерности  $\alpha$ -распада ядер можно объяснить на основе туннельного эффекта. В этом случае можно считать, что для  $\alpha$ -частицы ядро представляет собой прямоугольную потенциальную яму с вертикальными стенками и плоским дном (рис. 2.12). Двигаясь с постоянной скоростью от одной стенки этой ямы до другой,  $\alpha$ -частица имеет не равную нулю вероятность выйти из ядра за счет туннельного эффекта, что и приводит к распаду ядра. Потенциальный барьер, который встречает на границе ядра  $\alpha$ -частицу, обусловлен кулоновским взаимодействием ядра, образующегося при таком распаде, с  $\alpha$ -частицей, он имеет следующий вид:

$$U(r) = 2(z - 2)|e|^2 / (4\pi\epsilon_0 r).$$

Оценки наибольшей высоты потенциального барьера ( $z = 206$ ,  $r_\alpha \approx 1 \cdot 10^{-14}$  м) приводят к следующей величине  $U(r_\alpha) \approx 23$  МэВ, что существенно превышает энергию ( $W_0 \approx 5$  МэВ) вылетающей из ядра  $\alpha$ -частицы.

Учитывая вид потенциального барьера по формуле (2.29), можно получить следующее выражения для коэффициента прозрачности:  $D = e^{\frac{-\text{const}}{\sqrt{W_\alpha}}}$ .

Из этой формулы следует, что небольшие изменения энергии  $\alpha$ -частицы, т. е. небольшие изменения показателя экспоненты, приводят

к существенным изменениям коэффициента прозрачности, а следовательно, и периода полураспада  $T$ .

## 2.9. Задача 6. Гармонический осциллятор

**1 этап. Постановка задачи.** Задача одномерная. Потенциальная энергия частицы во внешнем силовом поле параболического вида (рис. 2.13) определяется формулой

$$U(x) = kx^2 / 2 = m\omega_0^2 x^2 / 2. \quad (2.30)$$

Как известно из теории колебаний, частица в таком поле будет совершать гармонические колебания, она при этом называется линейным гармоническим осциллятором. В формуле (2.30)  $\omega_0$  означает циклическую частоту собственных колебаний осциллятора, а  $k$  — коэффициент жесткости системы.

Полная энергия  $W$  частицы определяет область пространства, в которой она совершает колебания:  $-A \leq x \leq A$ . Точки  $x_1 = -A$  и  $x_2 = A$  являются точками поворота в движении частицы, в этих точках полная энергия частицы равна ее потенциальной энергии.

**2 этап. Решение уравнения Шредингера.** Уравнение Шредингера для данной задачи имеет следующий вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{kx^2}{2} \psi = W \psi.$$

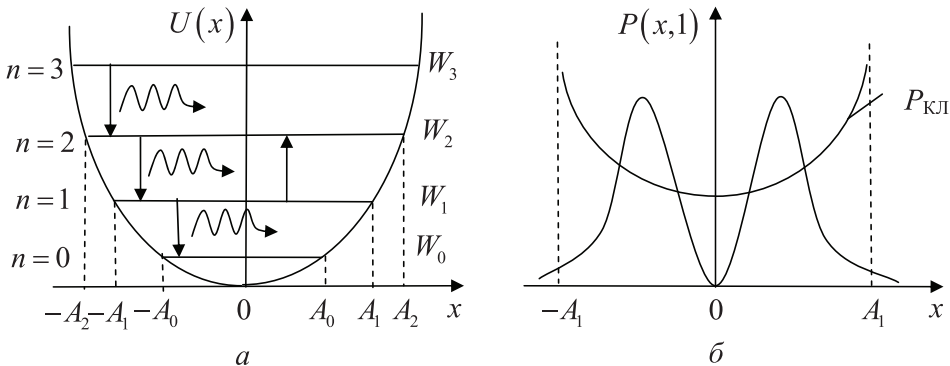


Рис. 2.13

Из теории дифференциальных уравнений для собственных волновых функций и собственных значений энергии можно записать

$$W_n = \hbar\omega_0 \left(n + \frac{1}{2}\right), \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.31a)$$

$$\psi_n(x) = C_n \exp(-\xi^2 / 2) H_n(\xi), \quad \xi = x\sqrt{m\omega_0/\hbar},$$

$$C_n = (m\omega_0\hbar)^{1/4} (2^n n! \sqrt{\pi})^{-1/2}, \quad (2.31б)$$

где  $C_n$  — нормировочные коэффициенты, а  $H_n(\xi)$  представляет собой полином Эрмита

$$H_n(\xi) = (2\xi)^n - (2\xi)^{n-2} n(n-1) / 1! + (2\xi)^{n-4} n(n-1)(n-2)(n-3) / 2! - \dots$$

**3 этап. Анализ полученного решения. 1. Энергетический спектр гармонического осциллятора.** В классической механике энергетический спектр является непрерывным, минимальная энергия осциллятора равна нулю, она соответствует гармоническому осциллятору в положении равновесия.

В квантовой механике, как показывают расчеты, энергетический спектр является дискретным и эквидистантным, т. е. расстояние между соседними уровнями энергии одинаковое:  $\Delta W_{n+1,n} = \hbar\omega_0$ . Минимальное значение энергии отлично от нуля и равно  $W_{\min} = W_0 = \hbar\omega_0 / 2$ . Оно получило название *энергии нулевых колебаний*.

Кроме того, оказывается, что разрешены (возможны) переходы только между соседними уровнями энергии:  $\Delta n = n_2 - n_1 = \pm 1$ . При таких переходах происходит поглощение или излучение квантов энергии, равных  $W_{\text{КВАНТА}} = \hbar\omega_0$ . Условие на возможные значения  $\Delta n$  получило название *правила отбора*.

Из сказанного выше следует, что при малых значениях квантового числа  $n$  выводы квантовой и классической механики находятся в резком несоответствии друг с другом.

Подтверждением правильности решения в квантовой механике задачи на гармонический осциллятор являются следующие опытные факты:

1) рассеяние света на тепловых колебаниях атомов в узлах кристаллической решетки. При понижении температуры интенсивность рассеянного кристаллами света убывает, так как при этом уменьшается амплитуда тепловых колебаний атомов. При низких температурах, близких к абсолютному нулю, интенсивность рассеянного света



должна убывать до нуля из-за исчезновения тепловых колебаний атомов. Однако на опыте этого не происходит, интенсивность рассеянного света стремится к постоянному значению, отличному от нуля.

Это можно объяснить тем, что из-за наличия квантовых нулевых колебаний атомов они не прекращаются и при абсолютном нуле температур;

2) жидкий гелий при обычных давлениях нельзя превратить в кристалл вплоть до абсолютного нуля температур. Это связано с тем, что амплитуда нулевых колебаний в жидком гелии будет достаточно большой, и это не позволяет образоваться кристаллу, кристаллической решетке.

2. Вероятность обнаружения частицы в разных точках пространства. Движение гармонического осциллятора в классической механике ограничено областью пространства  $-A_1 \leq x \leq A_1$  (точки  $x_1 = -A_1$  и  $x_2 = A_1$  являются точками поворота для полной энергии частицы, равной  $W_1$ , в этих точках полная энергия частицы равна ее потенциальной энергии:  $W_1 = W_{p1}$ ). Это следует из графика для классической плотности вероятности  $P_{\text{кл}}(x)$ , приведенного на рис. 2.13, б.

Для квантового гармонического осциллятора существует не равная нулю вероятность проникновения через границу потенциального барьера, т. е. возможность выйти за пределы ограниченной области пространства за счет туннельного эффекта. Это наглядно видно из графика плотности вероятности  $P(x, n=1) = |\psi_1(x)|^2$  для состояния с квантовым числом  $n = 1$ , приведенного на рис. 2.13, б.

Отметим, что решение задачи на гармонический осциллятор используется при описании тепловых свойств твердых тел.

## 3. АТОМ ВОДОРОДА. МНОГОЭЛЕКТРОННЫЕ АТОМЫ

---

### 3.1. Атом водорода

---

#### 3.1.1. Постановка задачи

**В** поле ядра находится один электрон (рис. 3.1), его потенциальная энергия определяется следующей формулой:

$$U(r) = -\frac{z|e|^2}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (3.1)$$

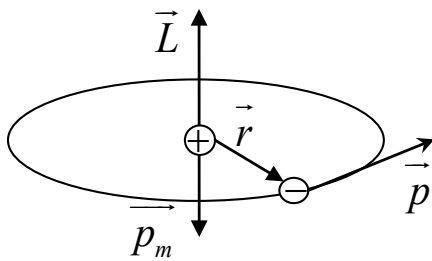


Рис. 3.1

где  $z$  — зарядовое число ядра;  $r$  — расстояние от электрона до ядра. Такая задача применима к атому водорода и к водородоподобным ионам, у которых в поле ядра движется один электрон. К ним можно отнести такие ионы, как  $\text{He}^+$ ,  $\text{Li}^{++}$ ,  $\text{Be}^{+++}$  и т. д. Из рис. 3.1 и формулы (3.1) следует, что эта задача сводится к задаче о движении электрона

в бесконечно глубокой потенциальной яме с гиперболическими стенками.

### 3.1.2. Теория атома водорода по Бору

Рассмотрим сначала решение этой задачи, которое было дано Н. Бором в 1913 г.

За основу решения задачи Бор взял планетарную модель атома Резерфорда, согласно которой внутри, в центре атома, находится ядро, вокруг которого по круговым орбитам вращаются электроны (рис. 3.2). В ядре, размеры которого примерно в 1000 раз меньше размеров атома, сосредоточены весь положительный заряд и практически вся масса атома. Электроны, двигаясь по орбите радиуса  $r$ , обла-

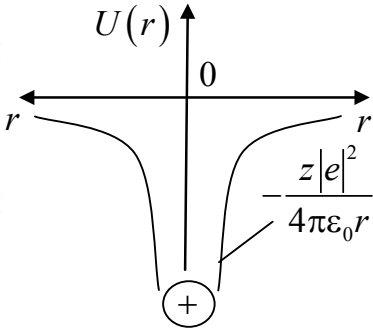


Рис. 3.2

обладают моментом импульса (механическим орбитальным моментом)  $\vec{L}$  и магнитным моментом  $\vec{p}_m$  (электрон при своем движении создает кольцевой ток, магнитный момент которого можно найти по формуле:

$$\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{p}], L = rp = m_e v \cdot r = m_e \omega r^2, p_m = IS = \frac{|e|}{T} \pi r^2 = \frac{|e| \omega}{2\pi} \pi r^2 = \frac{1}{2} |e| \omega r^2.$$

Направление векторов  $\vec{L}$  и  $\vec{p}_m$  указано на рис. 3.2. Видно, что они направлены перпендикулярно плоскости орбиты, в противоположные стороны.

Отношение модулей этих моментов называют *гиромагнитным отношением*, оно равно

$$\frac{|\vec{p}_m|}{|\vec{L}|} = \frac{|e| \omega r^2}{2m_e \omega r^2} = \frac{|e|}{2m_e}. \quad (3.2)$$

Для того чтобы убрать недостатки планетарной модели (во-первых, ее неустойчивость, связанную с излучением, ускоренно движущимся электроном электромагнитных волн, и, во-вторых, непрерывным спектром излучения — теряя энергию, электрон падает на ядро и излучает ЭМВ всех частот), Бор ввел постулаты (недоказуемые утверждения). Приведем их формулировку.

**1 постулат.** *Существуют стационарные состояния, находясь в которых, атом не излучает ЭМВ.*

Эти состояния выбираются из условия, при котором модуль орбитального механического  $L$  момента кратен постоянной Планка  $\hbar$

$$L = m_e v r_n = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.3)$$

В формуле (3.3) величину  $n$  называют главным квантовым числом, оно определяет номер стационарного состояния.

Как видно, модули орбитального механического  $\vec{L}$  и магнитного  $\vec{p}_m$  моментов принимают дискретный набор значений, т. е. квантуются. Их квантование определяется главным квантовым числом  $n$ .

В этом случае на длине стационарной орбиты укладывается целое число волн де Бройля

$$m_e v = \frac{n\hbar}{r_n} \Rightarrow \lambda_B = \frac{h}{m_e v} = \frac{2\pi r_n}{n} \Rightarrow 2\pi r_n = n\lambda_B.$$

Найдем радиусы стационарных орбит  $r_n$ . Для этого запишем второй закон Ньютона для электрона, движущегося по стационарной орбите,

$$\vec{F} = m_e \vec{a} \Rightarrow m_e \frac{v^2}{r_n} = \frac{z|e|^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2}. \quad (3.4)$$

Объединяя уравнения (3.3) и (3.4), можно записать

$$v = \frac{n\hbar}{m_e r_n} \Rightarrow \frac{m_e}{r_n} \left( \frac{n\hbar}{m_e r_n} \right)^2 = \frac{z|e|^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2} \Rightarrow$$

$$r_n = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{m_e z |e|^2} n^2 = r_1 \cdot n^2, \quad (3.5)$$

где радиус первой орбиты для атома водорода ( $z = 1$ ), называемый *первым боровским радиусом*, равен

$$r_1 = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}. \quad (3.6)$$

Найдем энергии атома в стационарных состояниях. Энергия атома будет складываться из кинетической энергии электрона и его энергии взаимодействия с ядром атома

$$W_n = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{z|e|^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = \frac{z|e|^2}{8\pi\epsilon_0 r_n} - \frac{z|e|^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{z^2 A}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \infty, \quad (3.7)$$

где постоянная  $A$  будет равна

$$A = \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{m_e |e|^4}{2\hbar^2} = 13,6 \text{ эВ}. \quad (3.8)$$

Из формулы (3.7) следует, что энергетический спектр электрона в атоме водорода ( $z = 1$ ) является дискретным и сходящимся (см. рис. 3.3, а). Минимальное значение энергии электрона в атоме отлично от нуля и равно  $W_1 = -13,6$  эВ. Энергия электрона на стационарном уровне со значением главного квантового числа  $n$ , равного  $n = \infty$ , равна нулю ( $W_\infty = 0$ ). Электрон, находясь на этом уровне энергии, может покинуть атом — происходит ионизация атома. Минимальная энергия, необходимая для удаления из атома электрона, находящегося в основном состоянии, называется энергией ионизации. Она будет равна  $W_{\text{иониз}} = (W_\infty - W_1) = 13,6$  эВ.

Для положительных значений энергии энергетический спектр электрона будет непрерывным, он соответствует свободному электрону, не связанному с атомом.

**2 постулат.** Поглощение или излучение квантов света (фотонов) происходит при переходах электрона из одного стационарного состояния в другое. Энергия излучаемого или поглощаемого фотона равна разности энергий стационарных состояний

$$W_\Phi = W_{n_1} - W_{n_2}. \quad (3.9)$$

В формуле (3.9) электрон переходит со стационарного состояния с номером  $n_1$  на стационарное состояние с номером  $n_2$ .

Подставляя в формулу (3.9) выражение (3.7), можно получить формулы, описывающие все длины волн или частоты спектральных линий, излучаемых атомом водорода

$$\frac{hc}{\lambda} = -\frac{z^2 A}{n_1^2} - \left(-\frac{z^2 A}{n_2^2}\right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right), \quad \nu = \frac{c}{\lambda} = R' \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right). \quad (3.10)$$

Входящие в формулы (3.10) постоянные Ридберга имеют следующие значения:

$$R = \frac{A}{hc} = 1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}, \quad R' = \frac{A}{h} = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}. \quad (3.11)$$

Как показывает опыт, формулы (3.10) описывают весь спектр излучения атомарного водорода. Все линии излучения группируются в серии линий (см. рис. 3.3, б). В каждой серии линий выделяют головную линию (она изображается на рис. 3.3, б под номером 1), вторую ли-

нию (под номером 2) и т. д. Расстояние по частотам для соседних линий с увеличением их номера уменьшается, и серия линий имеет четкую границу — границу серии.

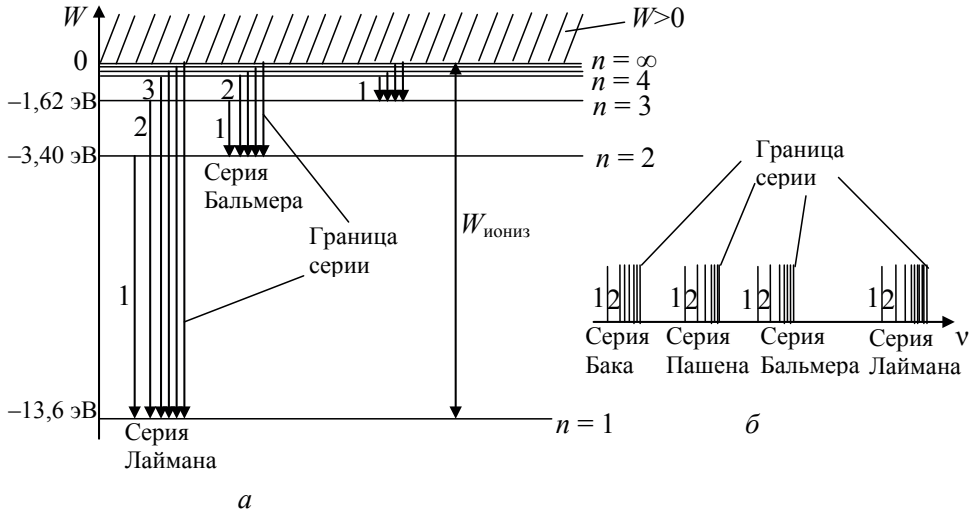


Рис. 3.3

Обычно выделяют серии Лаймана (она находится в ультрафиолетовой области) и Бальмера (видимая часть спектра ЭМВ), затем следуют серии Пашена, Бака, Пфунда и т. д.

Серия Лаймана образуется при переходах электрона с верхних уровней энергии на уровень с главным квантовым числом  $n_2$ , равным единице ( $n_2 = 1$ , а  $n_1 = 2, 3, 4, \dots$ , рис. 3.3, б), для серии Бальмера  $n_2 = 2$ ,  $n_1 = 3, 4, 5, \dots$ , и т. д. При этом происходит излучение спектральных линий с длинами волн:

$$\text{Серия Лаймана: } \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \text{ серия Бальмера: } \frac{1}{\lambda} = \left( R \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

В заключение этого параграфа необходимо отметить, что теория Бора имела внутренние противоречия, так как Бор внес в классическую теорию несвойственные ей постулаты. Поэтому теория Бора не смогла объяснить спектры испускания следующего, второго в таблице Менделеева атома — гелия, не говоря уже об остальных атомах. К тому же в теории Бора ничего не говорится об интенсивности излучаемых спектральных линий.

### 3.1.3. Опыт Франка и Герца

Итак, согласно постулатам Бора *атом может принимать только определенные порции энергии*, которые соответствуют разности энергий между стационарными состояниями атома. При переходе из возбужденного состояния в основное происходит излучение кванта энергии.

Наглядным подтверждением правильности постулатов Бора явились результаты опыта Франка и Герца (1913 г.).

Схема опыта заключалась в следующем. В стеклянной трубке создавался вакуум, затем она заполнялась парами ртути под низким давлением (порядка 130 Па). В трубке находились катод  $K$ , анод  $A$ , а между ними располагалась сетка  $C$  (рис. 3.4, *а*). Катод  $K$  подогревался и за счет явления термоэлектронной эмиссии испускал электроны, которые летели к сетке  $C$ . Между катодом и сеткой прикладывалось ускоряющее напряжение  $U$ , пройдя которое электроны приобретали кинетическую энергию, равную  $mv^2 / 2 = |e|U$ .

Между сеткой и анодом создавалась задерживающая разность потенциалов, равная  $U_1 = -0,5$  В (тормозящее электрическое поле уменьшало скорость электронов). Измеряя силу тока, текущего между анодом и катодом, снимали вольт-амперную характеристику (ВАХ,  $I = I(U)$ , рис. 3.4, *б*). На начальном участке характеристики при напряжениях  $U$  меньше 4,9 В сила тока возрастает, так как при повышении напряжения большая часть электронов, вылетающих из катода, достигает анода (рис. 3.4, *б*).

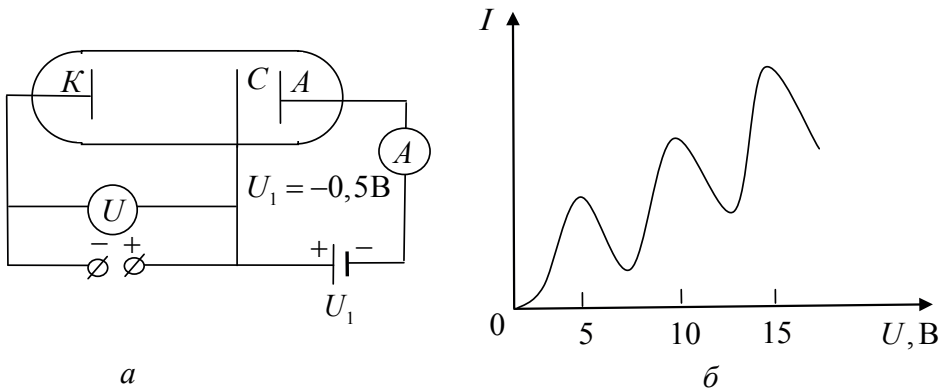


Рис. 3.4

В обычных условиях, при упругих столкновениях между электронами и атомами ртути, напряжение  $U_1$  не сказывается на виде ВАХ. Действительно, упругое столкновение электрона с атомом ртути аналогично упругому взаимодействию молекулы со стенкой, при котором практически не происходит изменения по модулю скорости молекулы из-за большого различия в ее массе и массе стенки. Поэтому электроны, подлетая к сетке, приобретают кинетическую энергию, достаточную для преодоления тормозящего электрического поля и попадания на анод.

Ситуация резко изменяется, если происходят *неупругие столкновения* электронов с атомами ртути. При таком столкновении электрон полностью отдает приобретенную им кинетическую энергию атому, скорость электрона резко уменьшается, и он не сможет преодолеть задерживающую разность потенциалов  $U_1$ . Это должно приводить к падению силы тока, протекающего по цепи. Поглощение атомом энергии от электрона означает, что атом переходит в возбужденное состояние.

Результаты опыта оказались следующими. До напряжения  $U = 4,9$  В наблюдается монотонное увеличение силы тока с повышением напряжения (это объясняется тем, что наблюдаются только упругие столкновения электронов с атомами ртути), затем при напряжении  $U = 4,9$  В происходит резкое падение силы тока (электроны испытывают неупругие столкновения с атомами ртути, отдают им полностью свою кинетическую энергию и не могут преодолеть задерживающую разность потенциалов  $U_1$ ). При дальнейшем повышении напряжения ток начинает снова возрастать (электроны, испытавшие неупругое столкновение с атомами ртути, получают в пространстве между катодом и сеткой достаточную кинетическую энергию от ускоряющего электрического поля для преодоления задерживающего напряжения  $U_1$  и достигают анода). При напряжении  $U = 9,8$  В  $= 2 \cdot 4,9$  В электроны испытывают два неупругих столкновения с атомами ртути, теряют полностью свою кинетическую энергию, что сопровождается вторым резким падением силы тока в цепи. Такое поведение наблюдается также при напряжениях, кратных значению  $4,9$  В, т. е.  $14,7$  В и т. д. (см. рис. 3.4, б).

Следовательно, полученная ВАХ свидетельствует о том, что энергия атома в стационарных состояниях принимает только определенные значения. Этот факт подтверждает первый постулат Бора. Наименьшая



порция энергии  $\Delta W$ , которую может поглотить атом, соответствует переходу электрона из основного состояния ( $W_1$ ) на первое возбужденное ( $W_2$ ), для атомов ртути она равна:  $\Delta W = W_2 - W_1 = |e|U = 4,9$  эВ. При обратных переходах (с первого возбужденного стационарного состояния в основное стационарное состояние) должны излучаться кванты энергии (фотоны), соответствующие излучению с длиной волны  $\lambda = 2\pi c / (W_2 - W_1) = 254$  нм, что соответствует ультрафиолетовому излучению. Этот факт был также подтвержден экспериментом.

Подводя итог, можно сделать вывод о том, что результаты опыта Франка и Герца полностью подтвердили постулаты Бора о существовании стационарных состояний атома и механизме излучения атома. Теория Бора сыграла большое значение в развитии науки в начале двадцатого века. Она позволила провести систематизацию имеющихся в большом количестве опытных данных по излучению атомов.

#### 3.1.4. Уравнения Шредингера для атома водорода, его решение. Главное квантовое число. Орбитальное квантовое число

В квантовой механике, при рассмотрении задачи о поведении электрона в атоме водорода, необходимо решить уравнение Шредингера следующего вида:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) - \frac{z|e|^2}{4\pi\epsilon_0 r} \psi = W \psi. \quad (3.12)$$

Удобно решать такое уравнение в сферической системе координат (рис. 3.5, а), так как потенциальное поле, в котором движется электрон, является сферически симметричным ( $U(r, \theta, \varphi) = U(r)$ ).

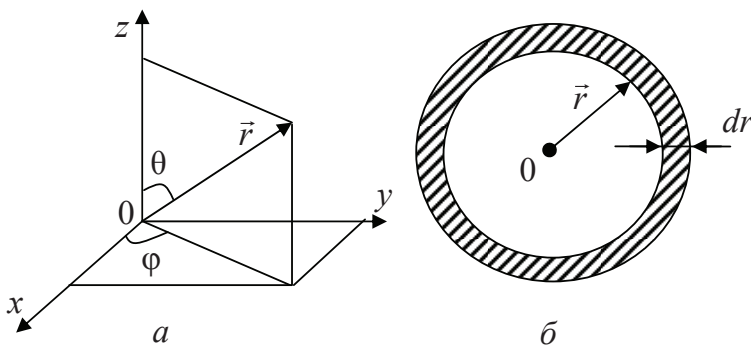


Рис. 3.5

Решение уравнения Шредингера является довольно-таки сложным и здесь не приводится.

Из решения следует, что собственные волновые функции этой задачи  $\psi(r, \theta, \varphi) = \psi_{n,\ell,m}(r, \theta, \varphi)$  нумеруются набором трех квантовых чисел  $n$ ,  $\ell$  и  $m$ , которые называются главным квантовым числом  $n$ , орбитальным (азимутальным) квантовым числом  $\ell$  и магнитным квантовым числом  $m$ .

Рассмотрим каждое квантовое число подробнее.

**3 этап. Анализ полученного решения. 1). Энергетический спектр электрона в атоме.** Энергетический спектр электрона в атоме водорода и в водородоподобных ионах полностью определяется главным квантовым числом  $n$ , энергетический спектр является дискретным и сходящимся.

Все выводы теории Бора относительно энергетического спектра и спектров излучения справедливы и здесь (п. 3.1.2). Приведем формулы для энергетического спектра, спектров испускания, справедливые и для водородоподобных ионов:

$$W_n = -\frac{z^2 A}{n^2} \quad n=1, 2, 3, \dots, \infty, \quad (3.13)$$

$$\frac{1}{\lambda} = z^2 R \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad \nu = \frac{c}{\lambda} = z^2 R' \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad (3.14)$$

где  $z$  — заряд иона,  $R'$ ,  $R$  — постоянные Ридберга.

В квантовой механике понятие траектории для электрона отсутствует, т. е. электроны не совершают движение по орбитам. Но, как показывают решения уравнения Шредингера, понятия орбитального механического и магнитного момента электронов остаются, остается справедливым гиромагнитное отношение (3.2) и тот факт, что направления векторов  $\vec{L}$  и  $\vec{p}_m$  будут противоположны (п. 3.1.2).

Новым в квантовой механике является тот факт, что для квантования модулей этих векторов вводится новое квантовое число — орбитальное квантовое число  $\ell$

$$L_\ell = \hbar \sqrt{\ell(\ell+1)}, \quad p_{m\ell} = \frac{|e|\hbar}{2m} L_\ell = \mu_B \sqrt{\ell(\ell+1)}, \quad (3.15)$$

где в формулу введена новая постоянная — *магнетон Бора*  $\mu_B$ , который определяет единицу квантования магнитного момента электрона

$$\mu_B = \frac{\hbar|e|}{2m_e} = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/Тл}. \quad (3.16)$$

Орбитальное квантовое число  $\ell$  при фиксированном значении  $n$  принимает следующие значения:

$$n = \text{const}; \quad \ell = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1. \quad (3.17)$$

Всего  $\ell$  принимает  $n$  значений.

Принято состояния с разными значениями  $\ell$  обозначать буквами латинского алфавита, а именно состояния с  $\ell = 0$  называют  $s$ -состоянием, состояния с  $\ell = 1, 2, 3, 4$  называют соответственно  $p$ -,  $d$ -,  $f$ -,  $e$ -состояниями и т. д.

2) *Вероятность обнаружения электрона внутри атома.* Рассмотрим распределение электронного заряда внутри атома. Сначала рассмотрим  $s$ -состояния. Как показывает решение уравнения Шредингера, волновые функции в  $s$ -состоянии являются сферически симметричными:  $\psi_{ns}(r, \theta, \varphi) = \psi_{ns}(r)$ . Поэтому здесь удобнее рассматривать вероятность обнаружения электрона в шаровых слоях единичной толщины (см. рис. 3.5, б)

$$P(r) = \frac{dP(r)}{dr} = \frac{|\psi(r)|^2 dV}{dr} = \frac{|\psi(r)|^2 4\pi r^2 dr}{dr} = |\psi(r)|^2 4\pi r^2.$$

Для волновой функции в квантовом состоянии с  $n = 1$  и  $\ell = 0$  расчеты приводят к следующему выражению:

$$\psi_{1s} = A \cdot \exp\left(-\frac{r}{r_1}\right), \quad (3.18)$$

где  $r_1$  — радиус первой боровской орбиты (формула (3.6)).

На рис. 3.6, а приведен график плотности вероятности  $P_{1s}(r)$  обнаружения электрона внутри атома в  $1s$ -состоянии. Из него видно, что вероятность найти электрон внутри атома отлична от нуля на всех расстояниях от ядра. Электрон внутри атома образует шаровое облако переменной плотности — большей плотности электронного облака соответствует большая вероятность обнаружения электрона (см. рис. 3.6, б). Такое поведение электрона не согласуется с классическим представлением о движении электрона по орбите, справедливое в теории Бора. Взаимосвязь с теорией Бора здесь заключается в том, что наибольшая вероятность обнаружения электрона внутри атома при-

ходится на расстояние, соответствующее радиусу первой боровской орбиты (рис. 3.6, а).

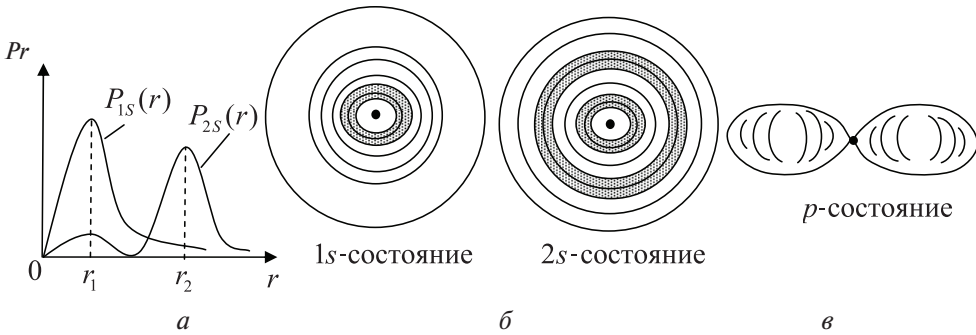


Рис. 3.6

Для электрона в  $2s$ -состоянии электронное облако также будет шаровым, но здесь наблюдаются два расстояния, на которых плотность электронного облака является максимальной, они соответствуют радиусам первой и второй стационарных орбит электрона в теории Бора (рис. 3.6, б).

Для электрона в состояниях с  $\ell > 0$  волновые функции будут зависеть от углов  $\theta$  и  $\varphi$ , т. е. плотность электронного облака будет иметь определенную направленность в пространстве. В этих случаях удобнее рассматривать вероятность попадания электрона в объем  $dV = dx dy dz$ . Так, например, для  $p$ -состояния ( $\ell = 1$ ) плотность вероятности обнаружения электрона или плотность электронного облака представляет собой пространственную восьмерку (рис. 3.6, в). Для остальных состояний с  $\ell > 1$  электронные облака принимают более сложный вид.

Отметим, что вид электронного облака в атоме определяется в основном главным и орбитальным квантовыми числами.

### 3.1.5. Магнитное орбитальное квантовое число. Пространственное квантование проекций магнитных моментов электрона

В квантовой механике, в отличие от классической механики, проекции орбитального механического момента  $\vec{L}_\ell$  и магнитного момента  $\vec{p}_m$  электрона на направление внешнего магнитного поля (это направление обычно выбирают вдоль оси  $Oz$ ) квантуются, т. е. принимают дискретный набор значений. Это явление называют пространственным квантованием. Пространственное квантование магнитных моментов атомов было подтверждено в опытах О. Штерна и В. Герлаха (см. п. 3.2.4).

Для описания квантования этих проекций вводят новое квантовое число — магнитное квантовое число  $m$

$$L_{\ell Z} = m\hbar, \quad p_{mZ} = \mu_B m. \quad (3.19)$$

Для фиксированного значения  $\ell$  магнитное орбитальное квантовое число  $m$  принимает  $2(\ell + 1)$  значение

$$m = -\ell, -(\ell - 1), (\ell - 2), \dots, 0, 1, 2, (\ell - 1), \ell. \quad (3.20)$$

Оказывается, что одновременно точно известна только одна проекция векторов  $\vec{L}_\ell$  и  $\vec{p}_m$  на оси  $Ox$ ,  $Oy$  и  $Oz$ , т. е. проекции этих векторов  $(L_{\ell X}, L_{\ell Y}, L_{\ell Z}), (p_{mX}, p_{mY}, p_{mZ})$  являются сопряженными величинами.

Для того чтобы наглядно представить правила квантования проекций векторов  $\vec{L}_\ell$  и  $\vec{p}_m$  электрона на направление внешнего магнитного поля, используется векторная модель. В качестве примера построим ее для орбитального механического момента  $\vec{L}_\ell$  электрона в  $p$ -состоянии ( $\ell = 1, m = -1, 0, 1$ , рис. 3.7, а).

Сначала рассчитаем модуль вектора  $\vec{L}_\ell$  и его проекции на ось  $Oz$ :  $L_\ell = \hbar\sqrt{\ell(\ell + 1)} = \hbar\sqrt{2}$ ,  $L_{\ell Z} = -\hbar, 0, \hbar$ . Затем из начала оси  $Oz$  проводим вектора  $\vec{L}_\ell$  так, чтобы их концы находились на окружности радиуса, равного модулю векторов  $\vec{L}_\ell$ , а их проекции соответствовали значениям  $-\hbar, 0, \hbar$ . Для того чтобы точно известной была только проекция векторов  $\vec{L}_\ell$  на ось  $Oz$ , приводим вектора  $\vec{L}_\ell$  во вращение вокруг этой оси.

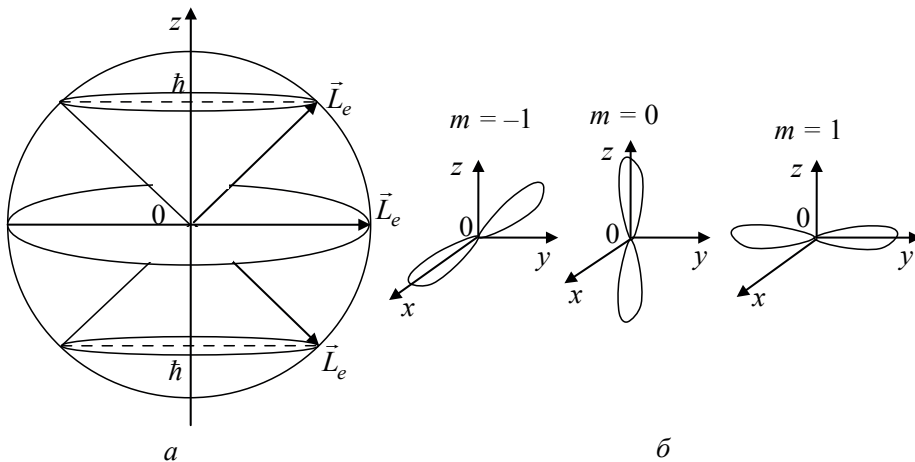


Рис. 3.7

Отметим, что магнитное квантовое число определяет ориентацию электронного облака во внешнем магнитном поле. На рис. 3.7, б приведены ориентации электронного облака для электрона, находящегося в  $p$ -состоянии.

### 3.1.6. Спиновые механический и магнитный моменты электрона. Кратность вырождения уровней энергии. Правила отбора

**1. Спиновые механический и магнитный моменты электрона.** Оказалось, что рассмотренное выше решение задачи на атом водорода является неполным. На это указывали различные факты. К ним, например, можно отнести опыты по определению магнитных моментов атомов, проведенные Штерном и Герлахом (1922 г., см. п. 3.2.4), магнитомеханические опыты Эйнштейна и де Хааса по определению гиромангнитного отношения для металлов. Также на это указывает анализ спектроскопических данных, в частности, появление дублетов желтых линий (близких по значениям длин волн двух желтых линий) в спектре излучения щелочных металлов.

Все это привело Уленбека и Гаудсмита (1925 г.) к гипотезе существования у электрона собственного механического момента  $\vec{L}_S$ . Сначала считали, что собственный механический момент  $\vec{L}_S$  электрона связан с тем, что электрон вращается вокруг своей оси, но это предположение оказалось ошибочным, так как приводило к значениям скоростей вращения, превышающих скорость света в вакууме. Теперь считается, что собственный механический момент  $\vec{L}_S$ , его еще называют *спином* или спиновым моментом (в переводе с английского слово *spin* означает вращение), не связан с движением электрона как целого, а является таким же неотъемлемым свойством электрона, как его заряд, масса и т. д.

Спину  $\vec{L}_S$  электрона соответствует собственный магнитный момент  $\vec{p}_{mS}$ , именно их существование устраняет расхождение между теорией и экспериментом. Модули векторов  $\vec{L}_S$  и  $\vec{p}_{mS}$  для электрона квантуются, т. е. принимают дискретный набор значений. Для описания квантования модулей этих моментов вводится спиновое квантовое число  $S$

$$L_S = \hbar\sqrt{s(s+1)}; p_{mS} = 2\mu_B\sqrt{s(s+1)}, \quad (3.21)$$

которое для электрона принимает только одно значение, равное  $S = 1/2$ .

Гиромагнитное отношение для собственных  $\vec{L}_S$  и  $\vec{p}_{mS}$  моментов электрона в два раза больше гиромагнитного отношения для орбитальных моментов

$$\frac{|\vec{p}_{mS}|}{|\vec{L}_S|} = \frac{|e|}{m_e}, \quad (3.22)$$

что подтверждается магнитомеханическими экспериментами, проведенными Эйнштейном и де Хаасом.

Оказывается, что квантуются также и проекции спина  $\vec{L}_S$  и собственного магнитного момента  $\vec{p}_{mS}$  на направление внешнего магнитного поля. Для описания квантования проекций этих векторов вводится магнитное спиновое квантовое число  $m_S$

$$L_{SZ} = \hbar m_S, \quad p_{mSZ} = 2\mu_B m_S. \quad (3.23)$$

Магнитное спиновое квантовое число принимает для электрона два значения:  $m_S = \pm 1/2$ .

Все частицы по значению их спинового квантового числа  $s$  разбиваются на два класса частиц. Оказывается, что поведение коллектива тождественных частиц определяется значением проекции их спина (собственного механического момента)  $L_{SZ}$  на направление внешнего магнитного поля, т. е. спиновым квантовым числом  $S$ . Оно определяет полную волновую функцию системы тождественных частиц и соответственно особенности их поведения.

В современной физике  $L_{SZ}$  принято указывать в единицах  $\hbar$  ( $L_{SZ} = \pm S$ ) и называют просто спином. Частицы, у которых спин равен полуцелому числу, называют *фермионами*. Для них справедлив *принцип Паули*, согласно которому в системе тождественных фермионов в одном квантовом состоянии может находиться только один фермион, т. е. в системе не может быть двух фермионов с одинаковым набором всех квантовых чисел. Для *бозонов*, частиц с целым спином, в одном квантовом состоянии может находиться сколь угодно много бозонов. Говорят, что бозоны — «коллективисты», а фермионы — «индивидуалисты».

**2. Кратность вырождения уровней энергии.** Итак, состояние электрона в атоме определяется набором четырех квантовых чисел ( $n, \ell, m, m_S$ ), спиновое квантовое число в этот набор не включается, так как оно принимает только одно значение.

Из решения задачи на атом водорода следует, что энергия электрона в атоме водорода определяется только главным квантовым числом  $n$ . Поэтому на одном уровне энергии могут находиться несколько квантовых состояний электрона. *Квантовые состояния с одинаковым значением энергии называют вырожденными, а их число кратностью вырождения уровня энергии.* Учитывая значения, которые принимают квантовые числа ( $\ell$ ,  $m$ ,  $m_s$ ), можно оценить кратность вырождения уровня энергии со значением главного квантового числа равным  $n$  в атоме водорода:

$$N_{\text{кр}} = 2 \sum_{\ell=0}^{n-1} \ell \cdot (\ell + 1) = 2n^2. \quad (3.24)$$

Из формулы (3.24) следует, что все уровни энергии в атоме водорода являются вырожденными и с увеличением  $n$  кратность вырождения нарастает.

**3. Правила отбора.** Оказывается, что в спектрах испускания и поглощения атомами фотонов возможны только такие переходы, которые разрешены правилами отбора. Эти правила являются следствием решения задачи на атом водорода. Для электрона, движущегося в центрально симметричном поле ядра (случай атома водорода и водородоподобных атомов), разрешены лишь переходы между уровнями, для которых орбитальное квантовое число  $\ell$  может изменяться на единицу ( $\Delta\ell = \pm 1$ ), а магнитное квантовое число  $m$  на величину  $\Delta m = 0, \pm 1$ .

Это приводит к тому, что в сериях линий излучения атомарного водорода возможны не все переходы. Так, например, для серии Лаймана переходы происходят на уровень с главным квантовым числом  $n = 1$ , где находятся только  $s$ -состояния ( $\ell = 0$ ). При этом возможны только переходы с верхних  $n\ell$  уровней ( $n > 1$ ) на  $1s$  уровень:  $n\ell \rightarrow 1s$ . Для серии Бальмера переходы происходят на уровень с  $n = 2$ , где находятся  $s$ - и  $p$ -состояния. Поэтому правила отбора для серии Бальмера разрешают следующие переходы:

$$n > 2 \quad np \rightarrow 2s \quad ns \rightarrow 2p \quad nd \rightarrow 2p.$$

Невозбужденный атом водорода находится в  $1s$ -состоянии, поэтому при поглощении им фотона возможны только переходы следующего вида:  $1s \rightarrow n\ell$ .

Количественной характеристикой разрешенных квантовых переходов является их вероятность, определяющая интенсивность спектраль-



ных линий. Квантовая теория в отличие от теории Бора позволяет их оценить, при этом наблюдается согласие расчетов с экспериментом.

## 3.2. Многоэлектронные атомы

### 3.2.1. Электронные состояния

В многоэлектронном атоме в поле ядра движутся  $z$  электронов, которые взаимодействуют друг с другом и ядром. Задача становится многочастичной и поэтому точно не решается. Причем волновые функции для многоэлектронного атома имеют смысл условной вероятности и пользоваться ими достаточно трудно. Так, например, для атома гелия, в поле ядра которого движутся два электрона, квадрат модуля волновой функции  $|\Psi(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, t)|^2$  имеет следующий смысл. Он дает вероятность того, что один из двух электронов находится в единичном объеме находящегося около точки пространства с координатами  $(x_1, y_1, z_1)$  в момент времени  $t$  при условии, что второй электрон в этот момент времени находится в единичном объеме около точки с координатами  $(x_2, y_2, z_2)$ .

Для решения задачи в этом случае можно, например, использовать приближение самосогласованного поля: считается, что один электрон движется в эффективном самосогласованном поле ядра и остальных  $(z-1)$  электронов. Тогда задача становится одночастичной, что позволяет применять для описания поведения электрона тот же набор квантовых чисел  $(n, \ell, m, m_s)$ , как и для атома водорода.

Эффективное поле  $U(r)$ , в котором движется электрон, называют самосогласованным, так как движение самого электрона влияет на вид этого потенциального поля. Схема расчета потенциального поля в этом случае следующая (см. рис. 3.8).

Задается вид волновой функции электрона, в который входят варьируемые параметры. Выбираются начальные значения для этих параметров, и по известной волновой функции  $\psi_1(\vec{r})$  рассчитывают потенциальное поле, в котором движется электрон, и решают уравнение Шредингера. Полученное решение уравнения Шредингера для волновой функции  $\psi_2(\vec{r})$  сравнивают с начальной волновой функцией  $\psi_1(\vec{r})$ . Если они не совпадают, то изменяют параметры этой волно-

вой функции и снова решают уравнение Шредингера и т. д. Эта процедура повторяется до тех пор, пока на определенном этапе с номером  $N$  исходная волновая функция  $\Psi_N(\vec{r})$  и полученная в результате решения уравнения Шредингера волновая функция  $\Psi_{N+1}(\vec{r})$  не совпадут.

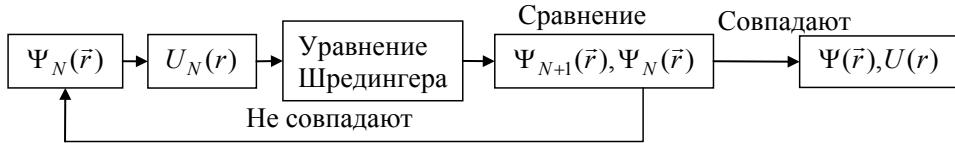


Рис. 3.8

Найденное таким образом сферически симметричное потенциальное поле  $U(r)$  будет иметь более сложную зависимость от  $r$ , чем используемый при решении задачи на атом водорода вид  $U(r)$  (формула (3.1)).

Это приводит к тому, что снимается вырождение по орбитальному квантовому числу  $\ell$ , т. е. энергия электрона в многоэлектронном атоме будет зависеть также и от значения  $\ell$ :  $W = W(n, \ell)$ .

Для классификации электронных состояний вводятся следующие понятия.

1) *Слой* — группа электронных состояний с фиксированным значением главного квантового числа  $n$ . Слои принято обозначать заглавными буквами латинского алфавита:  $n=1$ :  $K$ -слой;  $n=2$ :  $L$  — слой;  $n=3$ :  $M$  — слой;  $n=4$ :  $N$  — слой и т. д.

Число электронов в слое равно кратности вырождения уровней в атоме водорода, т. е. равно  $2n^2$ .

2) *Оболочка* — группа электронных состояний с фиксированными значениями главного  $n$  и орбитального  $\ell$  квантовых чисел. Для обозначения оболочки указывают главное квантовое число и в виде буквы орбитальное квантовое число. Так, например,  $1s$ -оболочка,  $2p$ -оболочка,  $3d$ -оболочка и т. д. Число электронов в оболочке равно  $2\ell(\ell+1)$ , число оболочек в слое равно значению главного квантового числа  $n$  слоя.

Для оболочек, орбитальное квантовое число  $\ell$  которых не равно нулю ( $\ell \neq 0$ ), появляется дополнительное снятие вырождения, т. е. внутри оболочки имеются состояния с различными значениями энергии.

Это можно объяснить спин-орбитальным взаимодействием. Действительно, можно считать, что в магнитном поле, создаваемом орби-

тальным магнитным моментом  $\vec{L}_\ell$ , находится спиновый магнитный момент  $\vec{p}_{mS}$  электрона. Тогда разным проекциям спинового момента в этом магнитном поле будет соответствовать разная энергия.

Наиболее полное снятие вырождения будет происходить во внешнем магнитном поле, когда энергия электрона будет зависеть от всех квантовых чисел. Как показывают расчеты, для небольших значений главного квантового числа выполняются следующие неравенства:

$$\Delta W(\text{между слоями}) \gg \Delta W(\text{между оболочками внутри слоя}) \gg \Delta W(\text{внутри слоя}),$$

согласно которым расстояние по энергии между слоями значительно превосходит расстояние по энергии между оболочками внутри одного слоя, а оно в свою очередь будет значительно больше расстояния между состояниями внутри одной оболочки. Поэтому можно с достаточной степенью точности для энергии электрона в многоэлектронном атоме записать следующее соотношение:

$$W(n, \ell, m, m_s) \approx W(n) = -\frac{(z - \sigma_n)^2 A}{n^2}, \quad (3.25)$$

где входящая в формулу величина  $\sigma_n$  называется постоянной экранирования. Она учитывает экранировку поля ядра электронами, находящимися ближе к ядру, чем рассматриваемый электрон, и влияние на движение отдельного электрона других электронов атома.

Так, для электрона, находящегося в  $K$ -слое,  $\sigma_1$  равно единице, так как в  $K$ -слое находятся два электрона, и один электрон экранирует поле ядра для другого электрона. Для  $L$ -слоя  $\sigma_2 \approx 8$ , поскольку в двух слоях находится 10 электронов и примерно около восьми электронов экранируют поле ядра для электрона в  $L$ -слое.

На рис. 3.9, *a* приведена упрощенная схема энергетических уровней многоэлектронного атома. Как видно, она напоминает схему энергетических уровней атома водорода. Если же рассмотреть уровни энергии одного слоя в увеличенном масштабе, то тогда можно увидеть внутри одного слоя состояния с разными значениями энергии (см. рис. 3.9, *б*).

Приведем таблицу распределения электронных состояний по слоям и оболочкам для многоэлектронных атомов (см. табл. 3.1).

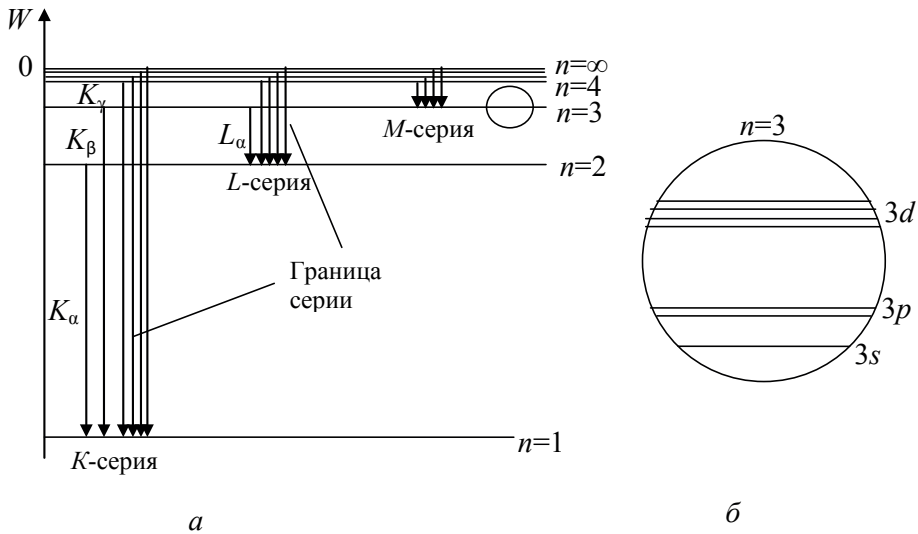


Рис. 3.9

Таблица 3.1

$n$	Слой	$\ell$	Оболочка	$m$	$m_s$	Число электронных состояний в оболочке	Число электронных состояний в слое
1	$K$	0	$1s$	0	$\pm 1/2$	2	2
2	$L$	0	$2s$	0	$\pm 1/2$	2	8
		1	$2p$	$-1, 0, 1$	$\pm 1/2$	6	
3	$M$	0	$3s$	0	$\pm 1/2$	2	18
		1	$3p$	$-1, 0, 1$	$\pm 1/2$	6	
		2	$3d$	$-2, -1, 0, 1, 2$	$\pm 1/2$	10	
4	$N$	0	$4s$	0	$\pm 1/2$	2	32
		1	$4p$	$-1, 0, 1$	$\pm 1/2$	6	
		2	$4d$	$-2, -1, 0, 1, 2$	$\pm 1/2$	10	
		3	$4f$	$-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$	$\pm 1/2$	14	

При заполнении таблицы было учтено, что квантовые числа ( $n, \ell, m, m_s$ ) принимают следующие значения:

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots;$$

$$n = \text{const} : \ell = 0, 1, 2, \dots, n-1;$$

$$\ell = \text{const} : m = -\ell, -(\ell-1), \dots, 0, 1, 2, \dots, (\ell-1), \ell; \quad m_s = \pm \frac{1}{2}.$$

В качестве примера рассчитаем число электронных состояний в атоме, если для них  $n=5$ , а  $m=-2$ . Для этого распишем все электронные состояния с фиксированными значениями  $n=5$  и  $m=-2$ .

$$n=5 \Rightarrow \ell = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow m = \begin{pmatrix} 0 & m_s = \pm 1/2 \\ -1, 0, 1 & m_s = \pm 1/2 \\ -2, -1, 0, 1, 2 & m_s = \pm 1/2 \\ -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 & m_s = \pm 1/2 \\ -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 & m_s = \pm 1/2 \end{pmatrix}$$

Итак, видно, что число электронных состояний со значениями  $n=5$  и  $m=-2$  равно шести, где учтено, что магнитное спиновое квантовое число принимает два значения независимо от значений остальных квантовых чисел.

### 3.2.2. Характеристические рентгеновские спектры

Можно провести аналогию между сериями линий излучения атомарного водорода и спектром излучения многоэлектронного атома (см. рис. 3.9). Необходимо учесть, что для многоэлектронного атома входящий в выражение для энергии электрона квадрат заряда ядра ( $z^2$ ) принимает значения порядка  $(50)^2 = 2500$ , что приводит к смещению спектральных линий в область рентгеновского излучения.

В этом случае серии Лаймана будет соответствовать  $K$ -серия, серии Бальмера —  $L$ -серия и т. д. В каждой серии линий для многоэлектронных атомов по аналогии с атомом водорода выделяют головную линию серии ( $K_\alpha, L_\alpha, M_\alpha, \dots$ ), вторую линию серии ( $K_\beta, L_\beta, M_\beta, \dots$ ), третью линию серии ( $K_\gamma, L_\gamma, M_\gamma, \dots$ ) и т. д.

Это рентгеновское излучение называют *характеристическим рентгеновским излучением*, так как оно является специфичным для каждого химического элемента, позволяет найти его по виду этого спектра.

В подтверждение этого можно отметить закон, установленный экспериментально Мозли в 1913 г. Согласно этому закону *корень квадратный из частоты  $\nu$  характеристического рентгеновского излучения элемента и его атомный номер  $z$  связаны линейной зависимостью*

$$\sqrt{\nu/R'} = (z - \sigma) / n, \quad (3.26)$$

где  $R'$  — постоянная Ридберга (см. формулу (3.11));  $\sigma$  — постоянная экранирования, которая принимает одинаковое значение для всех линий одной серии (например, для  $K$ -серии  $\sigma = 1$ , для  $L$ -серии  $\sigma = 7,5$  и т. д.);  $n$  — главное квантовое число.

В соответствии с законом Мозли в каждой серии линий увеличение  $z$  на единицу увеличивает  $\sqrt{\nu}$  на одну и ту же величину. Это позволяет расположить элементы в ряд в соответствии с возрастанием порядкового номера  $z$ .

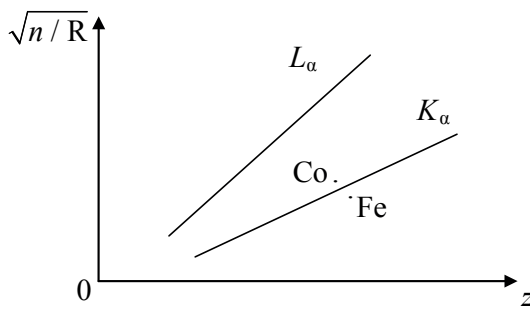


Рис. 3.10

На рис. 3.10 в качестве примера приведены зависимости  $\sqrt{\nu}$  для головных линий  $K_\alpha$  и  $L_\alpha$  соответственно  $K$ - и  $L$ -серий от порядкового номера  $z$ ; видно, что точки ложатся на прямые линии с разными углами наклона для каждой серии.

Можно привести один пример, подтверждающий закон Мозли. При построении графиков

зависимости  $\sqrt{\nu}$  от  $z$  оказалось, что элементы Fe и Co не попадают на прямые линии (см. рис. 3.11). В соответствии с законом Мозли необходимо было переставить местами эти элементы в Периодической системе элементов Д. И. Менделеева, что и было подтверждено дальнейшими исследованиями.

Можно показать, что квантовая теория многоэлектронных атомов позволяет объяснить закон Мозли.

Действительно, в соответствии с формулой (3.13) для корня квадратного из частоты  $K_\alpha$ -линии различных атомов можно записать

$$h\nu = W_2 - W_1 = -\frac{(z - \sigma_2)^2 A}{2^2} - \left(-\frac{(z - \sigma_1)^2 A}{1^2}\right) = \frac{3}{4} A(z - 1)^2, \quad (3.27)$$

где принято, что  $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ .

Закон Мозли достаточно точно выполняется для легких элементов, для элементов со значениями  $z \geq 50$  наблюдаются отклонения, приводящие к смещению спектра рентгеновского излучения в сторону больших частот. Это приводит к тому, что постоянная экранирования  $\sigma$  может принимать различные значения для разных элементов ( $\sigma$  становится меньше единицы для линий  $K$ -серии, а для линий  $L$ -серии отклоняется от значения, равного 7,5).

### 3.2.3. Периодическая система элементов Д. И. Менделеева

Заполнение электронных состояний в атомах происходит в соответствии с принципом Паули и условием минимальности энергии. *Принцип Паули* утверждает, что в любой квантовой системе не может быть двух электронов с одинаковым набором всех квантовых чисел (п. 3.1.6). В соответствии с *условием минимальности энергии* при прочих равных условиях электрон занимает состояния с наименьшей энергией. Уменьшение числовых значений квантовых чисел  $n$  и  $\ell$  приводит к уменьшению энергии электрона в атоме:  $\downarrow n \Rightarrow \downarrow W$ ,  $n = \text{const}: \downarrow \ell \Rightarrow \downarrow W$ , поэтому электроны занимают сначала состояния с наименьшими значениями  $n$  и  $\ell$ .

Вводится понятие *электронной конфигурации*. Она показывает распределение электронов по заполненным оболочкам атома, ее удобно применять при анализе взаимосвязи различных свойств элементов со степенью заполнения электронных оболочек атомов.

Итак, первым элементом Периодической системы элементов является атом водорода (H, электронная конфигурация  $1s^1$ ). Для него единственный электрон занимает состояние с наименьшей энергией. Для второго элемента системы элементов, гелия (He, электронная конфигурация  $1s^2$ ), происходит заполнение  $1s$ -оболочки и одновременно заполняется  $K$ -слой (см. табл. 3.2).

С элемента лития (Li) начинается заполнение  $L$ -слоя. В соответствии с принципом Паули третий электрон не может находиться в  $K$ -слое, поэтому он занимает наиболее выгодное по энергии свободное состояние, т. е. состояние в  $L$ -слое.

На атоме бериллия (Be, электронная конфигурация  $1s^2 2s^2$ ) заканчивается заполнение  $2s$ -оболочки  $L$ -слоя, при переходе от атома бора (B, электронная конфигурация  $1s^2 2s^2 2p^1$ ) к атому неона (Ne, электронная конфигурация  $1s^2 2s^2 2p^6$ ) происходит заполнение  $2p$ -оболочки и заполнение  $L$ -слоя (см. табл. 3.2).

Таблица 3.2

**Заполнение электронных оболочек и слоев  
в Периодической системе элементов Д. И. Менделеева**

№ п/п	Элемент	Слой	Оболочка	Электронная конфигурация								
1	H	<i>K</i>	1s	1s <sup>1</sup>								
2	He			1s <sup>2</sup>								
3	Li	<i>L</i>	2s	1s <sup>2</sup>	2s <sup>1</sup>							
4	Be			1s <sup>2</sup>	2s <sup>2</sup>							
5	B		2p		1s <sup>2</sup>	2s <sup>2</sup>	2p <sup>1</sup>					
6	C				1s <sup>2</sup>	2s <sup>2</sup>	2p <sup>2</sup>					
7	N				1s <sup>2</sup>	2s <sup>2</sup>	2p <sup>3</sup>					
8	O				1s <sup>2</sup>	2s <sup>2</sup>	2p <sup>4</sup>					
9	F				1s <sup>2</sup>	2s <sup>2</sup>	2p <sup>5</sup>					
10	Ne				1s <sup>2</sup>	2s <sup>2</sup>	2p <sup>6</sup>					
11	Na				<i>M</i>	3s	1s <sup>2</sup>	2s <sup>2</sup>	2p <sup>6</sup>	3s <sup>1</sup>		
12	Mg						1s <sup>2</sup>	2s <sup>2</sup>	2p <sup>6</sup>	3s <sup>2</sup>		
13	Al	3p		1s <sup>2</sup>		2s <sup>2</sup>	2p <sup>6</sup>	3s <sup>2</sup>	3p <sup>1</sup>			
...	...			...		...	...	...	...			
18	Ar			1s <sup>2</sup>		2s <sup>2</sup>	2p <sup>6</sup>	3s <sup>2</sup>	3p <sup>6</sup>			
19	K	<i>N</i>	4s	1s <sup>2</sup>	2s <sup>2</sup>	2p <sup>6</sup>	3s <sup>2</sup>	3p <sup>6</sup>	—			
20	Ca			1s <sup>2</sup>	2s <sup>2</sup>	2p <sup>6</sup>	3s <sup>2</sup>	3p <sup>6</sup>	—			
21	Sc	<i>M</i>	3d	1s <sup>2</sup>	2s <sup>2</sup>	2p <sup>6</sup>	3s <sup>2</sup>	3p <sup>6</sup>	3d <sup>1</sup>			
22	Ti			1s <sup>2</sup>	2s <sup>2</sup>	2p <sup>6</sup>	3s <sup>2</sup>	3p <sup>6</sup>	3d <sup>2</sup>			
23	V			1s <sup>2</sup>	2s <sup>2</sup>	2p <sup>6</sup>	3s <sup>2</sup>	3p <sup>6</sup>	3d <sup>3</sup>			
24	Cr			1s <sup>2</sup>	2s <sup>2</sup>	2p <sup>6</sup>	3s <sup>2</sup>	3p <sup>6</sup>	3d <sup>4</sup>			
25	Mn			1s <sup>2</sup>	2s <sup>2</sup>	2p <sup>6</sup>	3s <sup>2</sup>	3p <sup>6</sup>	3d <sup>5</sup>			
26	Fe			1s <sup>2</sup>	2s <sup>2</sup>	2p <sup>6</sup>	3s <sup>2</sup>	3p <sup>6</sup>	3d <sup>5</sup>			
27	Co			1s <sup>2</sup>	2s <sup>2</sup>	2p <sup>6</sup>	3s <sup>2</sup>	3p <sup>6</sup>	3d <sup>7</sup>			
28	Ni			1s <sup>2</sup>	2s <sup>2</sup>	2p <sup>6</sup>	3s <sup>2</sup>	3p <sup>6</sup>	3d <sup>8</sup>			
29	Cu			1s <sup>2</sup>	2s <sup>2</sup>	2p <sup>6</sup>	3s <sup>2</sup>	3p <sup>6</sup>	3d <sup>10</sup>			
30	Zn			1s <sup>2</sup>	2s <sup>2</sup>	2p <sup>6</sup>	3s <sup>2</sup>	3p <sup>6</sup>	3d <sup>10</sup>			

Итак, при переходе от одного элемента к другому происходит периодическое заполнение внешних электронных оболочек атомов. Это приводит к периодичности свойств элементов, что связано с тем, что многие их физико-химические свойства определяются, в основном, электронами внешних оболочек.



Так, например, элементы Периодической системы, для которых внешней является  $s$ -оболочка и на ней находится только один электрон, представляют собой щелочные металлы (Li, Na, K, Rb, Cs, Fr, первая группа элементов системы элементов), они легко вступают в химические реакции, отдавая этот электрон.

Если же на внешней  $s$ -оболочке элементов находятся два электрона, то такие элементы также являются металлами (Be, Mg, Ca, Sr, Ba, Ra, их называют щелочно-земельными металлами, они находятся во второй группе элементов системы). Эти элементы также легко вступают в химические реакции.

Другим наглядным примером периодичности свойств могут служить элементы, у которых две электронные  $s$ - и  $p$ -оболочки внешнего слоя являются полностью заполненными. Это могут быть оболочки  $L$ -слоя (Ne,  $2s^2 2p^6$ ),  $M$ -слоя (Ar,  $3s^2 3p^6$ ),  $N$ -слоя (Kr,  $4s^2 4p^6$ ),  $O$ -слоя (Xe,  $5s^2 5p^6$ ) и  $P$ -слоя (Rn,  $6s^2 6p^6$ ). Исключением в этой группе элементов является гелий (He), так как у него отсутствует заполненная  $p$ -оболочка.

Такая электронная конфигурация приводит к увеличенной энергии связи внешних электронов с ядром, к большей устойчивости атома и к малой его активности при вступлении в химические реакции. Поэтому все эти элементы в природе встречаются в виде инертных газов.

Можно также привести и другие примеры, которые показывают, что *периодичность свойств элементов заложена в самой структуре атома.*

Периодичность заполнения внешних электронных оболочек нарушается у элементов переходных рядов. Для этих элементов сначала происходит заполнение внутренних электронных оболочек. Это обусловлено тем, что для элементов с большими номерами различия энергий электронов на внешних оболочках будут малыми и здесь большую роль начинают играть спин-орбитальные взаимодействия, они и приводят к нарушению периодичности заполнения электронных оболочек.

Различают следующие переходные ряды:

$3d$ -ряд  $3d^k 4s^2$  Sc  $\rightarrow$  Zn заполняется  $3d$ -оболочка  $M$ -слоя,

$4d$ -ряд  $4d^k 5s^2$  Y  $\rightarrow$  Cd заполняется  $4d$ -оболочка  $N$ -слоя,

$5d$ -ряд  $5d^k 6s^2$  La  $\rightarrow$  Hg заполняется  $5d$ -оболочка  $O$ -слоя,

$6d$ -ряд  $6d^k 7s^2$  Ac  $\rightarrow$  Lr заполняется  $6d$ -оболочка  $P$ -слоя,

$4f$ -ряд  $4f^k 5s^2$  La  $\rightarrow$  Lu заполняется  $4f$ -оболочка  $N$ -слоя,

$5d$ -ряд  $5f^k 6s^2$  Ac  $\rightarrow$  Lr заполняется  $5d$ -оболочка  $O$ -слоя.

Число элементов в  $d$ -ряду равно числу состояний в  $d$ -оболочке, т. е. равно 10, а в  $f$ -ряду — 14. Элементы  $4f$ -ряда получили название *лантаниды* по первому элементу этого ряда, а элементы  $5f$ -ряда называют *актиниды*.

Пример заполнения  $3d$ -оболочки приведен в табл. 3.2. Как следует из таблицы, не у всех  $d$ -элементов внешняя  $3s$ -оболочка будет заполнена полностью. Так, для хрома и меди энергетически более выгодным будет электронная конфигурация, для которой в  $3s$ -оболочке будет находиться один электрон. Для атома меди это связано с тем, что в этом случае  $3d$ -оболочка будет полностью заполненной.

Для элементов  $4f$ -ряда заполнение внутренней  $f$ -оболочки происходит в условиях, когда уже полностью заполнены три внешние  $5p$ -,  $5s$ - и  $6s$ -оболочки. Поэтому заполнение  $f$ -оболочки мало сказывается на свойствах этих элементов, они близки по своим химическим свойствам. Это также справедливо и для актинидов.

В настоящее время проводятся исследования, направленные на получение новых элементов системы Д. И. Менделеева. За последнее время открыты элементы с номерами от 104 до 109. Трудности в получении этих элементов и анализе их характеристик связаны с тем, что они получаются в очень малом количестве при столкновении частиц высокой энергии в ускорителях.

#### 3.2.4. Опыт Штерна и Герлаха. Эффект Зеемана

Немецкие ученые О. Штерн и В. Герлах в начале XX в. (1922 г.) провели ряд опытов по измерению магнитных моментов различных атомов. Полученные при этом выводы оказали существенное влияние на развитие квантовой физики того времени.

Схема опыта приведена на рис. 3.11, *а*. Полученный за счет испарения с поверхности нагретого металла поток атомов формировался в вакууме в узкий пучок и попадал в неоднородное магнитное поле, вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  которого был направлен по оси  $Oz$  (см. рис. 3.11, *а*). Резко неоднородное поле, нарастающее вдоль оси  $Oz$ , создавалось с помощью специальной формы полюсов электромагнита (см. рис. 3.11, *в*).

Следует отметить, что поведение атома в неоднородном магнитном поле аналогично поведению контура с током, так как их поведение полностью определяется имеющимися у них магнитными моментами.

Поэтому на атом будет действовать сила, вызывающая его поступательное движение вдоль или против оси  $Oz$  в зависимости от знака

проекции  $p_{mZ,AT}$  магнитного момента атома на направление магнитного поля, т. е. на ось  $Oz$ .

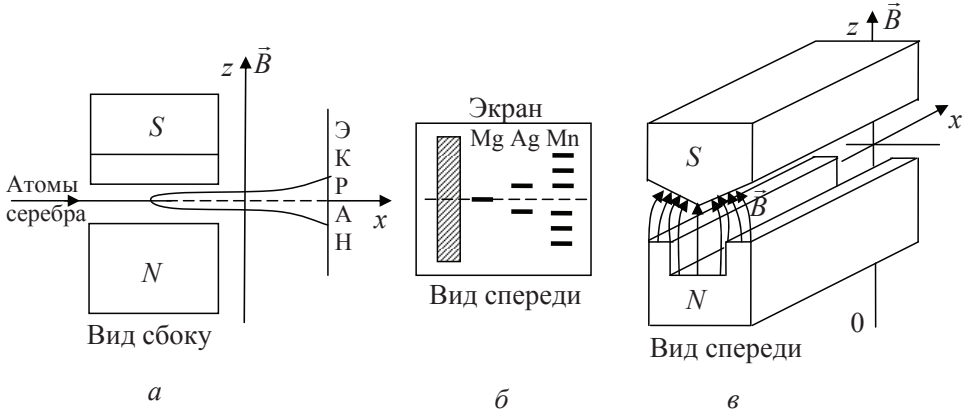


Рис. 3.11

Проекция этой силы на направление магнитного поля определяется следующей формулой:

$$F_Z = -\frac{dW_p}{dz} = p_{m,AT} \frac{\partial B_Z}{\partial z} \cos \alpha = p_{mZ,AT} \frac{\partial B_Z}{\partial z}, \quad \alpha = \widehat{\vec{p}_{m,AT}, \vec{B}}, \quad (3.28)$$

аналогичной формуле, полученной в разделе «Электромагнетизм», в случае замкнутого контура с током. Отметим, что на атомы сила Лоренца не действует, так как их электрический заряд равен нулю.

По результатам опытов были сделаны следующие выводы.

**1. Пространственное квантование проекций магнитных моментов атомов.** Предположим, что возможны любые ориентации векторов магнитных моментов атомов на направление магнитного поля. Тогда атомы пучка будут испытывать различные отклонения относительно первоначального направления движения в магнитном поле, и на экране будет наблюдаться сплошной след (полоса), оставленный атомами (рис. 3.11, б). Причем на границе этой полосы попадают атомы, для которых вектора магнитных моментов направлены либо вдоль, либо против направления магнитного поля.

Однако, опыты, проведенные для пучков из различных атомов, показали, что на экране наблюдаются четко определенные отклонения атомов в магнитном поле, и атомы попадают в строго определенные

места на экране (см. рис. 3.11, б, где приведены два следа, оставленных на экране пучком атомов серебра, и шесть следов, оставленных атомами марганца). Это доказывает тот факт, что проекции векторов магнитного момента атомов на направление внешнего магнитного поля квантуются, т. е. принимают дискретный набор значений.

**2. Магнитные моменты атомов.** Магнитные моменты атомов можно было оценить по результатам опытов следующим образом. Во-первых, из параметров установки определяют неоднородность ( $\partial B_z / \partial z$ ) магнитного поля вдоль оси  $Oz$ . Во-вторых, измеряя расстояния следов атомов на экране от оси  $Ox$ , можно оценить из геометрических размеров установки проекцию  $F_z$  силы, действующей на атом в магнитном поле. Это позволяет в соответствии с формулой (3.28) найти проекцию вектора магнитного момента атома  $\vec{p}_{m,AT}$  на ось  $Oz$ . Из правил квантования проекций (формула (3.19)) можно определить углы  $\alpha$  и тем самым найти магнитный момент атома ( $p_{m,AT} = p_{mZ,AT} / \cos\alpha$ ).

**3. Собственный магнитный момент электрона.** Во время постановки опытов считалось, что у электрона в атоме существуют только орбитальные механический и магнитный моменты.

Из формул (3.19) и (3.20) следует, что в этом случае должно наблюдаться нечетное число следов (т. к. магнитное орбитальное квантовое число  $m$  принимает  $(2\ell + 1)$  значение), один в центре экрана и четное число симметрично расположенных относительно центра экрана (относительно оси  $Ox$ ) следов.

Известно, что для электронов заполненных электронных оболочек суммарный орбитальный магнитный момент будет равен нулю. Поэтому магнитный момент атома будет определяться только магнитными моментами электронов на внешней оболочке. Если внешней является  $s$ -оболочка, то тогда орбитальный магнитный момент электронов и соответственно магнитный момент атома будет равен нулю ( $\ell = 0 \Rightarrow$

$$p_{m\ell} = \frac{|e|\hbar}{2m} L_\ell = \mu_B \sqrt{\ell(\ell+1)} = 0) \text{ и такие атомы должны будут попадать}$$

в центр экрана, не испытывая отклонения в магнитном поле. Это и наблюдается для атомов магния (электронная конфигурация  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$ , рис. 3.11, б).

Однако, вопреки предсказанию теории (результат опыта должен быть таким же, как и для магния), для атомов серебра, находящихся в основном состоянии (в этом случае на внешней электрон-

ной  $5s$ -оболочке находится один электрон), на экране наблюдались два четких следа, расположенных симметрично относительно центра экрана, а в центре экрана следов атомов обнаружено не было (см. рис. 3.11, б). Такой результат нельзя объяснить, оставаясь в рамках теории, предполагавшей у электрона наличие только орбитальных моментов.

Существование магнитного момента у атомов серебра может быть связано только с тем, что электрон обладает собственным магнитным моментом, который и приводит к возникновению двух проекций на направление внешнего магнитного поля.

Опыты Штерна и Герлаха, а также и ряд других опытов (например, магнитомеханические опыты Эйнштейна и де Хааса по определению гиромангнитного отношения для металлов) привели Уленбека и Гаудсмита (1925 г.) к гипотезе существования собственного механического момента — спина у электрона.

**4. Эффект Зеемана.** Эффект Зеемана (1896 г.) заключается в расщеплении уровней энергии и спектральных линий атома при помещении его в магнитное поле. Это связано с тем, что проекции магнитного момента атома на направление внешнего магнитного поля квантуются, т. е. принимают дискретный набор значений. При объяснении этого эффекта необходимо определить магнитный момент атома.

Отметим, что для большинства атомов полный магнитный момент атома  $\vec{p}_{m,AT}$  получается следующим образом. Сначала складывают все орбитальные магнитные моменты электронов в результирующий орбитальный магнитный момент  $\vec{M}_L$  и все спиновые магнитные моменты электронов в результирующий спиновый магнитный момент  $\vec{M}_S$ . Затем эти результирующие моменты складывают в полный магнитный момент атома  $\vec{M}_J$ , определяемый новым квантовым числом  $J$ , которому соответствует магнитное квантовое число  $m_J$ , которое принимает  $(2J + 1)$  значений.

Каждой проекции магнитного момента  $\vec{p}_{m,AT}$  атома соответствует своя дополнительная энергия  $\Delta W = -p_{m,AT} B_Z \cos \alpha$ , которая определяется магнитным квантовым числом  $m_J$ . Поэтому в магнитном поле происходит дополнительное снятие вырождения по этому магнитному квантовому числу  $m_J$ . Величина добавочной энергии будет малой, что приводит к расщеплению каждой спектральной линии на несколько близко расположенных линий.

### 3.2.5. Лазеры

Под лазером (оптический квантовый генератор) понимают устройство, генерирующее когерентные электромагнитные волны за счет вынужденного испускания или вынужденного рассеяния света активной средой, находящейся в оптическом резонаторе (для ультракоротких волн такой генератор называют мазером).

Слово лазер является аббревиатурой слов английского выражения «Light Emplification by Stimulated Emision of Radiation» — усиление света вынужденным излучением. Существующие лазеры охватывают широкий диапазон длин волн от ультрафиолетового излучения до субмиллиметрового излучения.

*Когерентность и направленность* — основные характеристики излучения лазера, *вынужденное излучение и обратная связь* — главные процессы, приводящие к генерации.

Поскольку в лазерах используется вынужденное излучение атомов, постольку излучение лазера представляет собой поток тождественных фотонов, что и определяет свойства лазерного излучения.

Рассмотрим подробнее работу лазера.

Каждый лазер содержит три основных компонента: активную среду; систему накачки, с помощью которой создается активная среда; оптический резонатор.

*Активная среда* — это среда, в которой интенсивность проходящего света усиливается. В обычной среде такое явление невозможно, так как количество атомов, находящихся в основном состоянии, превосходит количество атомов в возбужденном состоянии. Поэтому число фотонов, поглощенных и испущенных за счет самопроизвольных процессов, будет преобладать над числом фотонов, испущенных при вынужденных переходах.

Ситуация изменяется в случае инверсной заселенности уровней энергии атомов. В этом случае число атомов на верхнем уровне будет больше, чем на нижнем уровне. Такая среда и называется активной средой.

*Система накачки.* Создание активной среды возможно с помощью системы накачки. Она может быть импульсной (для лазера на рубине накачка происходит за счет мощной импульсной лампы, она создает широкий спектр излучения) или непрерывной — для гелий-неонового лазера накачка производится непрерывно за счет электрического разряда, применяются также газодинамические процессы, возбуждение электронным пучком и т. д.

Рассмотрим процесс создания активной среды в лазере на рубине (рубин представляет собой вещество в виде кристалла корунда  $\text{Al}_2\text{O}_3$  с примесью атомов хрома). Импульсная накачка происходит за счет мощной газоразрядной лампы, излучающей в широком диапазоне частот. Ее излучение переводит атомы хрома в возбужденное состояние, представляющее собой широкую полосу поглощения (рис. 3.12, *а*). С этой полосы идут переходы снова на основной уровень 1 и безызлучательные переходы на уровень 3. Этот уровень является метастабильным, т. е. время жизни на нем существенно превышает обычное время жизни атома в возбужденном состоянии (порядка в  $10^5$  раз). Это приводит к накоплению атомов на этом уровне и созданию инверсной населенности уровней 1 и 3. Излучение лазера соответствует переходам атомов с уровня 3 на уровень 1.

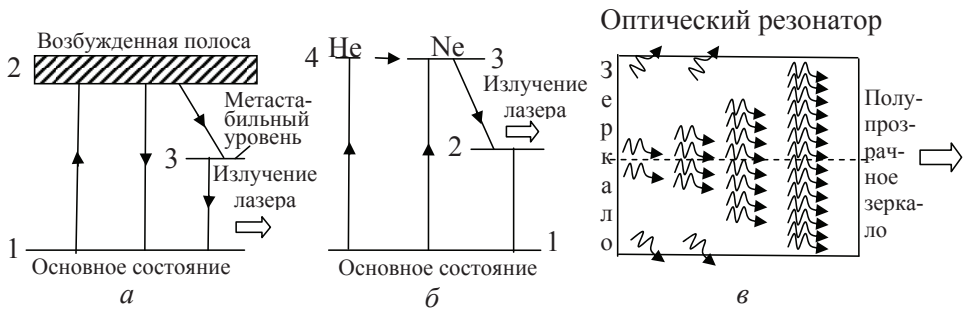


Рис. 3.12

Другой способ — способ непрерывной накачки за счет электрического разряда осуществляется в четырехуровневой системе гелий-неонового лазера (рис. 3.12, *б*).

Отметим, что под электрическим разрядом в газах понимают протекание электрического тока в газах, сопровождающееся изменением состояния газа — газ ионизируется, становится способным проводить электрический ток.

Возникающие при этом электроны, ускоренные электрическим полем, способны при столкновениях передавать энергию атомам и приводить к их возбуждению.

В электрическом разряде часть атомов неона (Ne) переходит на возбужденные уровни энергии 3 и 2 атома неона. Затем они переходят об-

ратно, при этом не возникает инверсной заселенности верхних уровней энергии.

Наличие атомов гелия (He) кардинально меняет ситуацию. Это связано с тем, что первый возбужденный уровень атома He (уровень 4, рис. 3.12, б) совпадает по энергии с уровнем атома неона под номером 3. Поэтому за счет столкновений с возбужденными атомами гелия количество атомов неона на уровне 3 возрастает — при таких столкновениях энергия атомов гелия передается атомам неона. При этом достигается инверсная заселенность уровней 2 и 3 (число атомов неона на уровне 3 будет превышать число атомов неона на уровне 2). Этот переход 2–3 и используется для лазерного излучения.

*Оптический резонатор.* Фотоны, полученные за счет вынужденных переходов, могут иметь различные направления движения, в связи с чем не удастся получить определенную направленность излучения в пространстве. Для того чтобы создать условия для усиления света, необходимо выделить определенное направление распространения излучения и заставить излучение проходить активную среду в этом направлении большое количество раз. Только в этом случае можно сформировать излучение лазера.

Все это можно сделать с помощью оптического резонатора. Под ним понимают устройство, в котором возбуждаются стоячие или бегущие электромагнитные волны оптического диапазона. Оптический резонатор, например, может представлять собой два плоских параллельных зеркала, одно из которых полностью отражает падающее на него излучение, а другое является полупрозрачным (см. рис. 3.12, в).

Фотоны, направление движения которых не совпадает с осью резонатора (она перпендикулярна плоскости зеркал, рис. 3.12, в), выходят через боковую поверхность резонатора и вкладывают в излучение лазера не дают. Напротив, фотоны, направление распространения которых совпадает с направлением оси за счет многократного отражения от зеркал, проходят активную среду многократно, увеличивая интенсивность лазерного излучения. Излучение, достигая определенного значения интенсивности, выходит из резонатора.

*Применение лазеров.* Применение лазеров является многообразным. С их открытием в науке появились новые разделы, такие как нелинейная оптика, голография, лазерная химия, лазерное разделение изотопов, лазерная спектроскопия, лазерный термоядерный синтез, лазерные технологии и т. д.



Сверхстабильные лазеры являются основой оптических стандартов частоты, лазерных сейсмографов и других точных физических приборов.

Лазеры с перестраиваемой частотой существенно повысили разрешающую способность и чувствительность спектроскопических методов вплоть до наблюдения спектров отдельных атомов.

Высокая концентрация энергии позволяет нагреть малые количества вещества до высоких температур и решить проблему управляемого термоядерного синтеза. Газовые лазеры используются для сварки, резки и плавления металлов.

## 4. ОСНОВЫ ФИЗИКИ ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

---

### 4.1. Элементы физики элементарных частиц

---

**В** настоящее время известно около 500 элементарных частиц. Под ними понимают частицы, которые по современным представлениям нельзя разложить на составные части. Большинство из них имеют внутреннее строение (все адроны состоят из кварков), но так как в свободном состоянии кварки в природе не встречаются, то и эти частицы можно считать элементарными.

Иное дело ядра атомов и сами атомы. Частицы, входящие в их состав, встречаются в свободном состоянии, и поэтому ядра атомов и сами атомы не относятся к классу элементарных частиц.

Под истинно элементарными частицами понимают частицы, претендующие на роль первичных элементов материи, истинно элементарные частицы не имеют внутренней структуры. К ним относят лептоны, кварки и частицы-переносчики взаимодействий (фотон, промежуточные векторные бозоны, глюоны и не открытый пока еще гравитон).

Все многообразие существующих в настоящее время элементарных частиц построено из лептонов (их число, включая антилептоны, равно 12) и кварков (их число, включая антикварки, равно 12), которые взаимодействуют посредством частиц-переносчиков взаимодействий (их число равно 4).

Для элементарных частиц вводятся такие общие характеристики, как масса, время жизни в вакууме, электрический заряд, магнитный момент и спин частицы. Напомним, что под спином понимают проекцию спинового момента  $L_{SZ}$  частицы на направление внешнего магнитного поля, выраженную в единицах  $\hbar$  (см. п. 3.1.6), спин определяет принадлежность частицы к классу бозонов или фермионов. Спин частицы принято обозначать буквой  $J$ . Так, например, спин электрона равен  $J = 1/2$ .

При протекании реакций между элементарными частицами для всех видов взаимодействия выполняются законы сохранения энергии, импульса, момента импульса и электрического заряда  $Q$ .

Для описания взаимодействий между элементарными частицами вводятся новые квантовые числа (их называют внутренними квантовыми числами). К ним относятся лептонный заряд, барионный заряд, изоспин, проекция изоспина, четность, странность, очарование, красота, истина и т. д. Этим квантовым числам соответствуют законы сохранения лептонного заряда, барионного заряда, изоспина, проекции изоспина, четности, «странности  $S$ », «очарования  $C$ », «красоты  $b$ » и «истинности  $t$ ». Они также выполняются при протекании реакций между элементарными частицами. Некоторые из этих законов нарушаются в тех или иных видах взаимодействий.

По времени жизни разделяют частицы на стабильные (электрон, протон, фотон и нейтрино), квазистабильные и короткоживущие (к ним относят резонансы). Квазистабильные частицы распадаются за счет электромагнитного и слабого взаимодействий, их время жизни составляет  $\Delta t_{\text{ж}} \geq 10^{-20}$  с. Время жизни большинства элементарных частиц, распадающихся за счет слабого взаимодействия, лежит в диапазоне ( $10^{-6} - 10^{-14}$ ) с.

Короткоживущие частицы называют резонансами, они распадаются за счет сильного взаимодействия, их время жизни  $\Delta t_{\text{ж}} \sim (10^{-22} - 10^{-24})$  с.

Отметим, что в ядерной физике принято измерять массу частиц в атомных единицах массы (а. е. м.) или в энергетических единицах (в соответствии с формулой  $W = mc^2$ ), причем

$$1 \text{ а. е. м.} = 931,50 \text{ МэВ} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}. \quad (4.1)$$

Для того чтобы провести подробную классификацию всех элементарных частиц, необходимо прежде всего рассмотреть характеристику видов взаимодействий, в которые вступают эти частицы.

### 4.1.1. Типы взаимодействий

Наиболее важным свойством всех элементарных частиц является их способность рождаться и уничтожаться (испускаться и поглощаться) при взаимодействии с другими частицами. Различные процессы с элементарными частицами при изученных энергиях ( $\sim 1 \text{ ГэВ} = 10^9 \text{ эВ}$ ) заметно отличаются по интенсивности протекания. В соответствии с этим взаимодействия элементарных частиц делят на четыре типа (класса): сильное, электромагнитное, слабое и гравитационное взаимодействия.

Каждое из них можно охарактеризовать приведенными ниже параметрами.

1. Константа взаимодействия  $\alpha$  характеризует максимальное значение силы взаимодействия или энергии взаимодействия, она является безразмерной величиной, ее принято оценивать по формуле:  $\alpha = (\text{заряд})^2 / (\hbar c)$ . Подставляя для электромагнитного взаимодействия заряд протона (выбор протона связан с тем, что он вступает во все виды взаимодействий), получим:  $\alpha_E = (\text{заряд})^2 / (\hbar c) = 1 / 137$ . Константу гравитационного взаимодействия  $\alpha_G$  можно оценить из сравнения сил гравитационного и электромагнитного взаимодействия для двух протонов

$$\alpha_G / \alpha_E = F_G / F_E = (Gm_p^2 / r^2) / (|e|^2 / (4\pi\epsilon_0 r^2)) = Gm_p^2 4\pi\epsilon_0 / |e|^2 \approx 10^{-36},$$

что дает для константы  $\alpha_G$  следующее значение:  $\alpha_G \approx 10^{-36} \alpha_E \approx 10^{-38}$ .

Для сильного и слабого взаимодействий константы  $\alpha_S$  и  $\alpha_W$  оценивают из большой совокупности экспериментальных данных о реакциях взаимодействия элементарных частиц.

2. Радиус взаимодействия  $r$  — расстояние, на котором эти взаимодействия являются наиболее интенсивными.

3. Длительность  $\Delta t_{\text{вз}}$  протекания процессов взаимодействия частиц за счет данного вида взаимодействия.

4. Частицы-переносчики взаимодействия являются квантами соответствующих полей, посредством которых осуществляется взаимодействие между частицами.

Поясним, что понимают под последней характеристикой взаимодействия. Известно, что электромагнитное взаимодействие между электрически заряженными частицами переносится с помощью электромагнитного поля. Так как электромагнитную волну можно предста-

вить как поток фотонов, квантов электромагнитного поля, то говорят, что такое взаимодействие между частицами переносится с помощью фотонов. Подобно этому такое же понимание механизма взаимодействий переносится и на другие его виды.

1. *Сильное взаимодействие*:  $\alpha_s \approx 1$ ,  $r \approx 10^{-15}$  м,  $\Delta t_{B3} \approx 10^{-23}$  с, это взаимодействие осуществляется посредством  $\pi$ -мезонов, они переносят взаимодействие между нуклонами в ядре. Существует три вида  $\pi$ -мезонов, это  $\pi^+$ -,  $\pi^-$ - и  $\pi^0$ -мезоны (массы  $\pi^+$ - и  $\pi^-$ -мезонов равны  $140 \text{ МэВ} = 273 m_{\text{эл}}$ , а  $\pi^0$ -мезона —  $135 \text{ МэВ} = 264 m_{\text{эл}}$ ), они являются бозонами, для них спин равен нулю.  $\pi^+$ - и  $\pi^-$ -мезоны имеют электрический заряд, равный по модулю заряду электрона, а  $\pi^0$ -мезон электрического заряда не имеет.

В настоящее время существует новый уровень понимания сильного взаимодействия, согласно которому *сильное взаимодействие между кварками осуществляется путем обмена между ними глюонами*.

2. *Электромагнитное взаимодействие*:  $\alpha_E \approx 1 \cdot 10^{-2}$ ,  $r = \infty$ ,  $\Delta t_{B3} \approx 10^{-20}$  с, переносчиком этого взаимодействия является фотон, его масса покоя равна нулю, а спин равен единице, т. е. это бозон. Фотоны электрического заряда не имеют, они переносят взаимодействие между электрически заряженными частицами.

3. *Слабое взаимодействие*:  $\alpha_W \approx 1 \cdot 10^{-6}$ ,  $r \approx 10^{-18}$  м,  $\Delta t_{B3} \approx 10^{-9}$  с; переносчики взаимодействия — промежуточные векторные бозоны:  $W^+$ -,  $W^-$  и  $Z^0$ -бозоны, это самые тяжелые (для  $W^+$ -,  $W^-$ -бозонов  $80 \text{ ГэВ}$ , а для  $Z^0$ -бозона  $91,6 \text{ ГэВ}$ ), и нестабильные (время жизни составляет всего  $3 \times 10^{-25}$  с) частицы из всех известных элементарных частиц. Два из них ( $W^+$ ,  $W^-$ ) имеют электрический заряд, равный по модулю заряду электрона, а  $Z^0$ -бозон — электрически нейтральная частица.

Как следует из их названия, они являются бозонами, для них спин равен единице.

Слабое взаимодействие обуславливает все виды  $\beta$ -распада и отвечает за взаимодействие нейтрино с веществом.

4. *Гравитационное взаимодействие*:  $\alpha_G \approx 1 \cdot 10^{-38}$ ,  $r = \infty$ ,  $\Delta t_{B3}$  — неизвестно; переносчиком взаимодействия предположительно являются гравитоны (масса покоя равна нулю, это бозоны, спин для них равен двум). Экспериментально гравитоны не обнаружены.

Интенсивность гравитационного взаимодействия очень мала, и поэтому в процессах взаимодействия, протекающих в микромире, гра-

витационное взаимодействие себя никак не проявляет. Это замечание справедливо для расстояний между частицами, превышающих значения  $r \geq 10^{-35}$  м.

Из рассмотренных выше видов взаимодействий следует, что наиболее быстро протекают процессы с участием сильного взаимодействия, для этих процессов наблюдается наибольшая интенсивность и соответственно наименьшее время протекания процессов распада.

#### *4.1.2. Основные методы экспериментального исследования в физике элементарных частиц*

1. *Космические лучи.* Нужно отметить, что основные результаты в начальной стадии развития физики элементарных частиц были достигнуты при исследовании космического излучения. Под ним понимают поток элементарных частиц высоких энергий, преимущественно протонов, приходящих на Землю со всех направлений из космического пространства, а также вторичное излучение, рожденное в атмосфере Земли в результате взаимодействия этого потока с атомными ядрами молекул воздуха. Оказывается, что во вторичном излучении встречаются практически все известные элементарные частицы.

Космические лучи разделяются на высокоэнергетические галактические космические лучи с энергиями, достигающими  $10^{21}$  эВ, и солнечные космические лучи умеренных энергий, принимающих значения  $\leq 10^{10}$  эВ. Первые из них приходят на Землю от источников, находящихся вне Солнечной системы, а вторые связаны с активностью Солнца.

Детальное изучение зарядов и масс частиц вторичных космических лучей привело к открытию таких элементарных частиц, как позитрон (Андерсон, 1932), мюоны (Андерсон и Неддермейер, 1936 г.),  $\pi$ -мезоны и  $K$ -мезоны,  $\Lambda$ -гиперон и т. д. В настоящее время космические лучи остаются и еще долго будут оставаться уникальным источником частиц сверхвысоких энергий, поскольку даже в самых больших современных ускорителях максимально достижимая энергия частиц на сегодняшний день составляет порядка  $\sim 10^{14}$  эВ.

Однако использование космических лучей для изучения реакций между элементарными частицами вызывает большие затруднения, связанные с непредсказуемостью эксперимента и необходимостью доставки приборов на сравнительно большие высоты ( $\sim 50$  км).

2. *Ускорители элементарных частиц.* В настоящее время основные результаты в физике элементарных частиц получают на кольцевых ускорителях, получивших название коллайдеры. На них проводят столкновение ускоренных электрическим полем встречных пучков протонов с антипротонами, протонов с протонами, электронов с позитронами, электронов с протонами и т. д.

Появление более мощных ускорителей позволяет увеличить энергию сталкивающихся между собой частиц и тем самым сблизить их на меньшие расстояния друг к другу, а на этих меньших расстояниях и происходит видоизменение физической картины мира.

Отметим, что увеличение энергии сталкивающихся частиц уменьшает соответствующую им длину волны де Бройля и тем самым позволяет исследовать внутреннее строение различных частиц, линейные размеры которых  $\ell$  превышают  $\lambda_B$ :

$$\lambda_B = h / p = h / (W / c) = hc / W \leq \ell \Rightarrow \uparrow W \Rightarrow \downarrow \lambda_B.$$

Итак, новые этапы в исследовании физики элементарных частиц связаны с появлением новых более мощных ускорителей.

#### 4.1.3. Основные экспериментальные достижения в физике элементарных частиц

Рассмотрим, какие успехи были достигнуты в описании различных видов взаимодействий за последнее время.

1. *Обменный характер сильного взаимодействия.* Обсудим в связи с этим, как изменялись взгляды на сильное взаимодействие. Прежде всего рассмотрим, как осуществляется сильное взаимодействие между частицами.

Примером сильного взаимодействия является взаимодействие между нуклонами в ядре. Поскольку нуклон (протон или нейтрон) может испускать  $\pi$ -мезоны, которые затем снова поглощаются этим же нуклоном, постольку каждый отдельный нуклон окружен облаком из виртуальных  $\pi$ -мезонов (см. рис. 4.1, а). Процессы испускания и поглощения  $\pi$ -мезонов приводят к тому, что около нуклона постоянно находятся  $\pi$ -мезоны, они образуют облако из виртуальных  $\pi$ -мезонов.

*Виртуальная частица* — это частица, которую нельзя обнаружить за время ее существования. Поясним, почему возможно существование таких частиц. Рассмотрим для примера процесс испускания протоном  $\pi^0$ -мезона. При этом должна протекать следующая реакция:

$p \rightarrow p + \pi^0$ , которая запрещена законом сохранения энергии:  $m_p c^2 \neq m_p c^2 + m_\pi c^2$ . Однако можно не заметить нарушение этого закона сохранения энергии. Такую возможность дает соотношение неопределенности Гейзенберга для энергии и времени ( $\Delta W \Delta t \geq \hbar$ ). Если время  $\Delta t$  существования  $\pi^0$ -мезона (время между его испусканием и поглощением протоном), а соответственно и время измерения  $\Delta t_{\text{изм}}$  энергии такой реакции будет меньше величины  $\hbar / (m_\pi c^2)$  ( $\Delta t_{\text{изм}} \leq \Delta t \leq \hbar / \Delta W = \hbar / (m_\pi c^2)$ ), то в этом случае нельзя обнаружить нарушение закона сохранения энергии. Такое время измерения не дает возможности оценить с достаточной точностью энергию реакции на опыте (погрешность определения энергии реакции будет превышать энергию покоя  $\pi$ -мезона:  $\Delta W > m_\pi c^2$ ), поэтому заметить нарушение закона сохранения не удастся — за это время, испущенный  $\pi$ -мезон будет снова поглощен протоном.

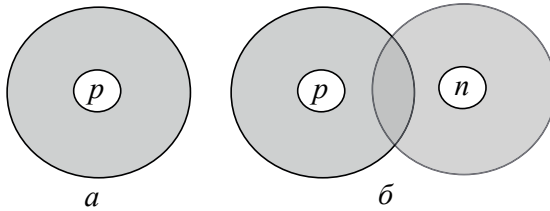


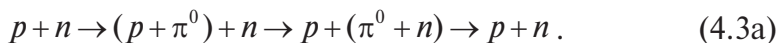
Рис. 4.1

Такой подход к описанию сильного взаимодействия позволяет найти радиус облака из виртуальных  $\pi$ -мезонов и соответственно расстояния, на которых будет эффективно такое взаимодействие. Радиус взаимодействия приблизительно будет равен расстоянию, на которое может отойти виртуальный  $\pi$ -мезон за время его существования от нуклона

$$r \approx c \Delta t = \hbar / (m_\pi c) = 1,5 \cdot 10^{-15} \text{ м}, \quad (4.2)$$

что согласуется с радиусом сильного взаимодействия.

Итак, каждый нуклон окружен облаком, состоящим из виртуальных  $\pi$ -мезонов. Когда два нуклона подходят на расстояние, при котором происходит перекрывание их облаков из виртуальных  $\pi$ -мезонов (см. рис. 4.1, б), происходит обмен этими частицами, в результате которого и устанавливается сильное взаимодействие



Как видно из реакции, никаких изменений в итоге реакции не произошло, но обмен виртуальными частицами привел к возникновению сильного взаимодействия.



Кроме реакции (4.3а), могут также протекать следующие реакции обмена виртуальными  $\pi$ -мезонами:

$$p + n \leftrightarrow (n + \pi^+) + n \leftrightarrow n + (\pi^+ + n) \leftrightarrow n + p, \quad (4.3б)$$

$$n + p \leftrightarrow (p + \pi^-) + p \leftrightarrow p + (\pi^- + p) \leftrightarrow p + n. \quad (4.3в)$$

Итак, *сильное взаимодействие между нуклонами в ядре устанавливается за счет обмена виртуальными  $\pi$ -мезонами.*

## 2. Новые открытия в физике элементарных частиц.

При достижении энергии сталкивающихся частиц порядка 1 ГэВ расстояние между частицами составило порядка  $10^{-16}$  м, и это позволило установить, что нуклоны и  $\pi$ -мезоны имеют внутреннее строение, они состоят из кварков. Поэтому в настоящее время возник новый уровень объяснения сильного взаимодействия — оно осуществляется между кварками с помощью глюонов. Каждый кварк окружен облаком виртуальных глюонов.

Далее, когда на ускорителях были достигнуты энергии сталкивающихся частиц порядка 100 ГэВ, что соответствует расстояниям между частицами порядка  $10^{-18}$  м, были экспериментально обнаружены переносчики слабого взаимодействия — промежуточные векторные бозоны ( $W^+$ ,  $W^-$  и  $Z^0$ -бозоны). Это открытие было сделано в 1983 г. на кольцевом ускорителе, на нем проводили столкновение встречных пучков ускоренных электрическим полем протонов и антипротонов.

Нужно отметить, что промежуточные векторные бозоны были предсказаны в 60-е годы XX века физиками-теоретиками Глэшоу, Саламом и Вайнбергом. Они *создали единую теорию электрослабого взаимодействия*. Согласно этой теории на расстояниях  $r \leq 10^{-18}$  м электромагнитное и слабое взаимодействия сливаются в одно *электрослабое взаимодействие*, которое переносится четырьмя безмассовыми частицами. С обнаружением на опыте промежуточных векторных бозонов эта теория получила экспериментальное подтверждение.

Поясним, почему возможно объединение электрического и слабого взаимодействий при расстояниях  $r \leq 10^{-18}$  м. Это связано с тем, что при увеличении энергии сталкивающихся частиц они сближаются между собой настолько близко, что происходит уменьшение влияния на их взаимодействие облака виртуальных частиц — переносчиков взаимодействий, и чем больше энергия столкновения частиц, тем меньше будет влияние этого облака. В этом случае интенсивность

электромагнитного взаимодействия уменьшается, а слабого возрастает, и на расстояниях  $r \leq 10^{-18}$  м они сливаются в единое электрослабое взаимодействие.

#### 4.1.4. Частицы и античастицы

В 1928 г. Дирак записал уравнение Шредингера, которое было справедливо для скоростей частиц, близких к скорости света (релятивистское уравнение Шредингера). Из его решения следовало, что возможно существование частицы, которая отличается от электрона  $e^-$  знаком электрического заряда. Она была названа позитроном  $e^+$ . В 1932 г. эта частица была обнаружена Андерсоном по характерному треку в камере Вильсона, напоминающему след, оставленный электроном, но закрученный в противоположную сторону.

По общепринятым в настоящее время представлениям позитрон является античастицей электрону. Для частиц и античастиц совпадают их масса и спин, модуль магнитного момента, а также время жизни в вакууме. Одинаковыми для них по величине и противоположными по знаку должны быть электрические заряды, магнитные моменты и все остальные квантовые числа, которые приписывают частицам для описания их взаимодействий (например, барионный заряд, лептонный заряд, изоспин, проекция изоспина, «странность», «очарование», «красота», «истина»). Способ распада частицы также не меняется, происходит лишь замена частиц распада на античастицы.

При встрече частицы и античастицы между ними протекает *реакция аннигиляции*, при которой они превращаются в другие частицы. Так, при встрече электрона и позитрона образуются два  $\gamma$ -кванта

$$e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma. \quad (4.4)$$

Итак, для каждой частицы существует своя античастица.

Существуют истинно нейтральные частицы, для них все квантовые числа, отличающие частицу от античастицы, равны нулю, и поэтому античастицы совпадают с самой частицей. Примерами таких истинно нейтральных частиц являются фотон,  $\pi^0$ -мезон,  $\eta^0$ -мезон и т. д.

Теория не запрещает существования антивещества и антимира. Антиатомы этого антивещества содержат позитронные оболочки и антиядра, состоящие из антипротонов и антинейтронов (антипротоны  $\bar{p}$  и антинейтроны  $\bar{n}$  были экспериментально получены в 1955 и 1956 гг.). В вакууме антиатом также стабилен, как и обычный атом.

В настоящее время во Вселенной не обнаружено существование антимиров. Если бы они существовали, то на границе вещества и антивещества протекали бы процессы аннигиляции, сопровождающиеся излучением  $\gamma$ -квантов, чего не наблюдается на эксперименте.

Теперь можно привести классификацию элементарных частиц, учитывая, что у них существуют и античастицы (античастицы в классификации не указываются).

#### 4.1.5. Классификация элементарных частиц

Все частицы можно разделить на следующие группы.

1. *Фундаментальные бозоны.* В эту группу входят частицы, которые являются переносчиками взаимодействий. Сюда включают фотон, глюон, промежуточные векторные бозоны и пока еще не открытый гравитон.

2. *Лептоны.* К этой группе относят частицы, которые не участвуют в сильных взаимодействиях. Они участвуют в слабых взаимодействиях, и если у них имеется электрический заряд, то и в электромагнитных взаимодействиях. В переводе с греческого языка *leptos* означает тонкий, легкий. Это название осталось за лептонами и после открытия  $\tau$ -лептона, который по своей массе никак не может быть отнесен к легким частицам.

Лептонами являются электрон ( $e^-$ ), мюон ( $\mu^-$ ), тау-лептон ( $\tau^-$ ) и соответствующие им три нейтральных частицы: электронное ( $\nu_e$ ), мюонное ( $\nu_\mu$ ) и тау-нейтрино ( $\nu_\tau$ ). Электрические заряды мюона и тау-лептона равны по модулю электрическому заряду электрона и являются отрицательными. Массы этих частиц составляют  $m_{эл} = 0,511$  МэВ,  $m_\mu = 106$  МэВ,  $m_\tau = 1784$  МэВ. Все эти частицы являются фермионами, для них спин равен  $1/2$ .

Нужно отметить, что все лептоны подразделяются на лептоны первого ( $e^-$ ,  $\nu_e$ ), второго ( $\mu^-$ ,  $\nu_\mu$ ) и третьего ( $\tau^-$ ,  $\nu_\tau$ ) поколений.

Для лептонов вводится квантовое число — *лептонный заряд*  $L$ . Существует три вида лептонного заряда ( $L_e$ ,  $L_\mu$  и  $L_\tau$ ), они соответствуют лептонам первого, второго и третьего поколений. Для них и соответствующих им антилептонам лептонные заряды принимают следующие значения:

Лептоны

Антилептоны

Первое поколение: ( $e^-$ ,  $\nu_e$ ) —  $L_e = +1$ ,  $L_\mu = L_\tau = 0$ ; ( $e^+$ ,  $\bar{\nu}_e$ ) —  $L_e = -1$ ,  $L_\mu = L_\tau = 0$ ;

Второе поколение:  $(\mu^-, \nu_\mu) - L_\mu = +1, L_e = L_\tau = 0$ ;  $(\mu^+, \tilde{\nu}_\mu) - L_\mu = -1, L_e = L_\tau = 0$ ;

Третье поколение:  $(\tau^-, \nu_\tau) - L_\tau = +1, L_e = L_\mu = 0$ ;  $(\tau^+, \tilde{\nu}_\tau) - L_\tau = -1, L_e = L_\mu = 0$ .

Для всех остальных частиц лептонный заряд  $L$  принимает значение, равное нулю ( $L = 0$ ).

Частицы нейтрино принимают участие только в слабых взаимодействиях, поэтому они обладают большой проникающей способностью, слабо взаимодействуют с веществом. Так, расстояния, которые они могут пройти в веществе, не испытав ни одного столкновения, составляют порядка  $\approx 10^{15}$  км, т. е. они могут, в частности, пролететь сквозь Солнце или Землю, не испытав ни одного столкновения.

В настоящее время сведения о нейтрино являются неполными. Так, в частности, не ясным остается вопрос о массе покоя нейтрино — равна она нулю или нет. В настоящее время известны лишь оценки верхнего предела для масс  $m_\nu$  электронного  $\nu_e$  ( $\leq 3$  эВ), мюонного  $\nu_\mu$  ( $\leq 0,19$  МэВ) и тау-нейтрино  $\nu_\tau$  ( $\leq 18,2$  МэВ).

Отличие от нуля массы покоя электронного нейтрино имеет существенное значение для дальнейшего развития Вселенной. Нейтрино во всех ее разновидностях настолько много во Вселенной, что учет массы покоя (если она существует) всех нейтрино приведет к тому, что средняя плотность  $\rho$  вещества Вселенной может превысить критическое значение  $\rho_K$ , входящее в уравнения общей теории относительности. Тогда, согласно решению этих уравнений, расширение Вселенной со временем сменится ее сжатием. Если же масса покоя нейтрино равна нулю, то тогда  $\rho < \rho_K$  и будет происходить бесконечное во времени расширение Вселенной.

3. *Адроны.* К адронам (в переводе с греческого *hadros* — сильный, массивный, крупный) относятся частицы, принимающие участие в сильных взаимодействиях. Помимо этого они могут участвовать и в других видах взаимодействия. Так, например, протон участвует во всех видах взаимодействия, чего нельзя сказать об электроны.

Адроны составляют подавляющую часть всего многообразия элементарных частиц (кроме них еще остаются 6 лептонов, 6 кварков и 4 бозона — переносчика взаимодействия).

Адроны подразделяются на две большие группы частиц — *мезоны* (порядка 80 частиц), эти частицы являются бозонами, их спин является целым числом, и *барионы* (порядка 140 частиц), они относятся к фермионам, для них спин является полуцелым числом.

Среди адронов по времени жизни выделяют стабильную частицу — протон, квазистабильные частицы ( $\Delta t_{\text{ж}} \geq 10^{-20}$  с) и короткоживущие частицы, их называют резонансами ( $\Delta t_{\text{ж}} = (10^{-22} \div 10^{-24})$  с), они являются возбужденными состояниями адронов.

Барионам приписывают новое квантовое число — барионный заряд  $B$ . Он для барионов равен единице ( $B = 1$ ), для антибарионов равен минус единице ( $B = -1$ ), для всех остальных частиц он равен нулю ( $B = 0$ ).

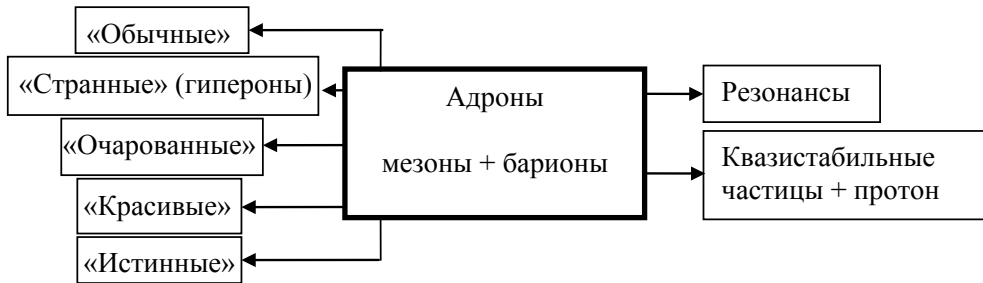


Рис. 4.2

По мере открытия все новых и новых адронов для описания взаимодействий между ними приходилось вводить новые квантовые числа — «странность»  $S$ , «очарование»  $C$ , «красота»  $b$  и «истинность»  $t$ . Это привело к тому, что среди адронов выделяют также такие группы частиц, как 1) обычные (протон, нейтрон и  $\pi$ -мезоны); 2) «странные» (гипероны); 3) «очарованные»; 4) «красивые» и 5) «истинные» (правдивые) частицы. Причем в эти группы частиц входят как мезоны, так и барионы (рис. 4.2).

Открытие большого количества адронов привело к необходимости поиска закономерностей, которые могли бы составить основу их классификации. Выделение изотопических мультиплетов было первым шагом на этом пути.

#### 4.1.6. Изотопические мультиплеты. Супермультиплеты

Как оказалось, адроны можно разбить на группы «похожих» частиц, в каждую из которых входят частицы с примерно равными массами и одинаковыми внутренними характеристиками (спином, внутренней четностью, барионным зарядом  $B$ , «странностью»  $S$ , «очарованием»  $C$ ,

«красотой»  $b$  и «истинностью»  $t$ ), но с разным электрическим зарядом  $Q$ . Такие группы называют *изотопическими мультиплетами*. Сильное взаимодействие для всех частиц, входящих в изотопический мультиплет, одинаково, т. е. не зависит от электрического заряда, в этом и состоит одно из проявлений симметрии сильного взаимодействия, называемое *изотопической инвариантностью*.

Простейший пример частиц, которые можно объединить в один изотопический мультиплет (дублет), это протон и нейтрон. Опыт показывает, что сильное взаимодействие протона с протоном, нейтрона с нейтроном и протона с нейтроном одинаково, это и послужило исходным пунктом для установления изотопической инвариантности и возможности рассматривать протон и нейтрон как два различных зарядовых состояния одной частицы — нуклона.

Другие примеры изотопических мультиплетов: 1)  $\pi$ -мезоны ( $\pi^+$ ,  $\pi^0$ ,  $\pi^-$ );  $\Sigma$ -гипероны ( $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$ ), образующие изотопические триплеты; 2)  $K$ -мезоны ( $K^+$ ,  $K^0$ ) и анти  $K$ -мезоны ( $K^-$ ,  $\bar{K}^0$ ), образующие два изотопических дублета.

Частицам, входящим в изотопический мультиплет, приписывается квантовое число — *изотопический спин*  $I$  (его еще называют *изоспином*), он определяет число частиц или число зарядовых состояний адрона в изотопическом мультиплете. Изотопический спин (изоспин) одна из внутренних характеристик (квантовых чисел) адронов.

Частицы в мультиплете отличаются друг от друга значением проекции изотопического спина  $I_3$ ; соответствующие значения их электрических зарядов определяются формулой Гелл-Мана — Нишиджимы

$$Q/|e| = I_3 + Y/2, \quad (4.5)$$

где  $Y$  так называемый гиперзаряд адрона. По мере открытия новых адронов, обладающих новыми квантовыми числами («странность»  $S$ , «очарование»  $C$ , «красота»  $b$  и «истинность»  $t$ ), формула для гиперзаряда изменялась. Так, для обычных адронов (протон, нейтрон,  $\pi$ -мезоны) гиперзаряд равен  $Y = B$ , для «странных» частиц (гиперонов)  $Y = B + S$ , а с учетом квантовых чисел  $C$ ,  $b$  и  $t$  он будет равен

$$Y = B + S + C + b + t. \quad (4.6)$$

В формуле (4.5)  $I_3$  пробегает с интервалом в единицу все значения от некоторого максимального значения, равного изотопическому спину  $I$  (целого или полуцелого), до минимального, равного ( $-I$ ). Общее

число значений, которое может принимать  $I_3$  (и  $Q$ ) для данного изотопического мультиплета, и, следовательно, число частиц в изотопическом мультиплете равно  $n = 2I + 1$ . Величину  $I_3$  называют проекцией изотопического спина. Названия изоспин, проекция изоспина связаны с формальной математической аналогией этих понятий с обычным спином частиц и его проекциями на ось  $Oz$  (см. п. 4.1.5).

Проверим формулу (4.5) для нескольких изотопических мультиплетов.

1) *Изотопический дублет нуклонов* ( $p, n$ ): изотопический спин равен  $I = 1/2$ , проекция изоспина принимает два значения  $I_3 = (1/2, -1/2)$ , гиперзаряд равен единице  $Y = B = 1$  и соответственно  $Q/|e|$ , т. е. здесь имеется два зарядовых состояния — положительно заряженный протон и незаряженный нейтрон.

2) *Изотопический триплет пионов* ( $\pi^+, \pi^0, \pi^-$ ):  $I = 1, I_3 = (+1, 0, -1)$ ,  $Y = B = 0$ , что дает три зарядовых состояния  $Q/|e| = +1, 0, -1$ .

3) *Изотопический синглет*, состоящий из  $\Lambda$ -гиперона:  $I = 0, I_3 = 0, B = 1, S = -1, Y = B + S = +1 - 1 = 0, Q/|e| = 0$ , т. е. заряд частицы равен нулю.

4) *Изотопический синглет*, состоящий из  $\Omega^-$ -гиперона:  $I = 0, I_3 = 0, B = 1, S = -3, Y = B + S = +1 - 3 = -2, Q/|e| = -1$ , т. е.  $\Omega^-$ -гиперон имеет электрический заряд, равный заряду электрона.

Переход от одной частицы к другой из одного и того же изотопического мультиплета, не меняя величины изотопического спина, меняет его проекцию, поэтому такой переход можно формально представить как поворот в условном изотопическом (зарядовом) пространстве. Тот факт, что сильное взаимодействие частиц, входящих в определенный изотопический мультиплет, не зависит от проекции изотопического спина, можно интерпретировать как независимость (инвариантность) сильного взаимодействия относительно вращений в изотопическом пространстве. Это условие является общей формулировкой изотопической инвариантности и из него следует закон сохранения изотопического спина в сильном взаимодействии.

На основании изотопической инвариантности удастся предсказать существование, массу и заряды новых частиц, если были известны их изотопические партнеры. Так, было предсказано существование частиц  $\pi^0$  ( $\pi^0$ -мезона),  $\Sigma^0$  ( $\Sigma^0$ -гиперона),  $\Xi^0$  ( $\Xi^0$ -гиперона) в изотопических триплетах по уже известным частицам ( $\pi^+, \pi^-$ ), ( $\Sigma^+, \Sigma^-$ ) и ( $\Xi^+, \Xi^-$ ).

Дальнейшее изучение закономерностей в физике элементарных частиц позволило сделать вывод о том, что странные и обычные адроны в совокупности образуют более широкие объединения частиц с близкими свойствами, чем изотопические мультиплеты. Эти объединения называются *супермультиплетами*. Согласно правилу Накано, Нишиджима и Гелл-Мана (1953 г.) частицы такого супермультиплета имеют одинаковые спин ( $J$ ) и внутреннюю четность  $P$ , но различаются не только значениями электрического заряда, но и странности. Эти супермультиплеты символически обозначают  $J^P$ . Числа входящих в них частиц равны 8, 9 и 10. Приведем пример супермультиплета для мезонов (включая антимезоны  $\pi^+$ ,  $K^+$ ,  $\tilde{K}^0$ ). Всего 9 частиц:

$$J^P = 0^-: \pi^+, \pi^0, \pi^-, \eta, \eta', K^+, K^0, \tilde{K}^0, K^- \quad (4.7a)$$

и барионов (8 частиц)

$$J^P = 1/2^-: \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \Lambda, p, n, \Xi^-, \Xi^0. \quad (4.7b)$$

Возникновение супермультиплетов истолковывается как проявление существования для адронов более широкой группы симметрии, получившей название *унитарной симметрии*. Унитарная симметрия является менее точной, чем изотопическая, это приводит к довольно значительному различию в массах частиц в пределах одного супермультиплета.

Дальнейшие открытия «очарованных», «красивых» и «правдивых» адронов привели к необходимости построения *сверхмультиплетов* и к существованию еще более общей симметрии.

Обнаружение для адронов свойств симметрии, связанных с унитарными группами, и закономерностей разбиения их на мультиплеты и супермультиплеты явилось основой для вывода о существовании особых структурных единиц, из которых построены адроны, т. е. к открытию кварков.

#### 4.1.7. Кварковая модель строения адронов

Экспериментальные данные при столкновениях частиц с энергией 1 ГэВ позволили выявить внутреннее строение адронов. Наличие же у них различных симметрий, связанных с разбиением их на изотопические мультиплеты и супермультиплеты, явились основой для создания кварковой модели адронов. Оказалось, что адроны имеют внутреннюю структуру, они состоят из кварков.



Кварковая модель строения адронов была разработана в 1964 г. Гелл-Маном и Цвейгом. Согласно этой модели все адроны состоят из кварков, причем барионы состоят из трех кварков:  $B = (qqq)$ , а мезоны — из кварка и антикварка:  $M = (q\bar{q})$ . Существует шесть видов кварков (шесть ароматов). Они получили название от первых букв английских слов:  $u$ -кварк (*up*, вверх),  $d$ -кварк (*down*, вниз),  $s$ -кварк (*strange*, странный),  $c$ -кварк (*charm*, очарованный),  $b$ -кварк (*beauty*, красивый) и  $t$ -кварк (*truthful*, истинный, правдивый).

Таблица 4.1

Квантовые числа	$u$	$d$	$s$	$c$	$b$	$t$
Спин	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2
Электрический заряд, $Q/ e $	2/3	-1/3	-1/3	2/3	-1/3	2/3
Барионный заряд, $B$	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3
Изоспин	1/2	1/2	0	0	0	0
Проекция изоспина	-1/2	1/2	0	0	0	0
«Странность», $S$	0	0	-1	0	0	0
«Очарование», $C$	0	0	0	1	0	0
«Красота», $b$	0	0	0	0	1	0
«Истина», $t$	0	0	0	0	0	1
Масса, ГэВ	0,318	0,322	0,512	~1,3	~4,7	174

Кварки участвуют во всех видах взаимодействий, существующих между элементарными частицами. При этом кваркам приписывают квантовые числа, приведенные в табл. 4.1.

Из табл. 4.1 можно сделать два важных вывода: 1) для кварков наблюдаются дробные значения электрического и барионного зарядов, такие значения зарядов не встречаются в природе ни у одной из наблюдавшихся частиц; 2) квантовые числа, вводимые для описания сильного взаимодействия, привязаны к конкретным кваркам. Так, изоспином обладают кварки  $u$  и  $d$ , по названию кварка можно судить о том, как направлен вектор изоспина. Странностью обладает только  $s$ -кварк, очарованием  $c$ -кварк, красотой  $b$ -кварк и истинностью  $t$ -кварк.

Поэтому по кварковому составу частицы можно судить о наличии у нее различных квантовых чисел. Так, например, все «странные» частицы содержат  $s$ -кварк, «очарованные» частицы  $c$ -кварк, «красивые» частицы  $b$ -кварк и «истинные» (правдивые) частицы —  $t$ -кварк.

Отметим, что кварки в свободном состоянии в природе не встречаются. Это связано с тем, что силы взаимодействия между кварками возрастают при увеличении расстояния между ними, поэтому для их создания в одиночном состоянии требуется очень большая энергия. Это явление, при котором кварк не может вылететь из элементарной частицы, называют конфаймент (*confinement*-удержание, пленение).

Принцип Паули (см. п. 3.1.6) запрещает существование барионов, в состав которого входят два или три одинаковых по аромату кварков, находящихся в одинаковых квантовых состояниях. Однако такие частицы существуют. Примерами таких частиц являются омега минус гиперон  $\Omega^- = (sss)$  и резонансы  $\Delta^{++} = (uuu)$  и  $\Delta^- = (ddd)$  со спином  $3/2$ .

Для снятия этого запрета для кварков вводится *новое квантовое число — цвет (или цветовой заряд)*. Оно принимает три значения (цвета) — красный, зеленый и синий цвет. Эти цвета при своем смешении дают белый цвет или бесцветную комбинацию.

Введение цвета приводит к снятию ограничения, накладываемого принципом Паули, т. е. возможно существование барионов, состоящих из трех кварков одного аромата, но разного цвета.

Считается, что мезоны и барионы являются бесцветными частицами, т. е. их цвет является внутренним свойством этих частиц, присутствующим только сильному взаимодействию.

Бесцветной частице будут соответствовать такие комбинации цветов, как поровну красный, зеленый, синий ( $K\bar{3}\bar{C}$ , соответствует барионам) или поровну антикрасный, антизеленый, антисиний ( $\bar{K}\bar{3}\bar{C}$ , соответствует антибарионам). Приведенные ниже комбинации (они несут в себе скрытый цвет) соответствуют мезонам или антимезонам — красный и антикрасный ( $K\bar{K}$ ), зеленый и антизеленый ( $3\bar{3}$ ), синий и антисиний ( $C\bar{C}$ ).

Поэтому с учетом нового квантового числа (цвет) строение барионов и мезонов будет выглядеть таким образом:  $B = (q_k q_c q_s)$ ,  $M = (q_k \bar{q}_k)$ .

Сильное взаимодействие между кварками переносят восемь безмассовых частиц, их называют глюонами. *Глюоны*  $g$  (от английского слова glue — клей) являются бозонами, их спин равен единице. Это цветные частицы, они обладают двумя цветовыми характеристиками — цветом и антицветом. Из трех цветов ( $K, 3, C$ ) и трех антицветов ( $\bar{K}, \bar{3}, \bar{C}$ ) можно составить девять цветовых комбинаций ( $K\bar{3}, K\bar{C}, 3\bar{K}, 3\bar{C}, C\bar{K}, C\bar{3}$  и т. д.), одна из которых является абсолютно бесц-

ветной ( $K\tilde{K} + 3\tilde{3} + C\tilde{C}$ ) и поэтому отбрасывается, что и приводит к числу глюонов, равному восьми.

Механизм установления сильного взаимодействия между кварками аналогичен механизму взаимодействия нуклонов в ядре (см. формулу (4.3)). Приведем в качестве примера реакцию обмена глюонами между кварками, она приводит к установлению между ними сильного взаимодействия. Учтем, что при поглощении и испускании кварками глюонов выполняется закон сохранения цвета. Рассмотрим реакцию взаимодействия  $d$ -кварка (зеленый цветовой заряд) с  $u$ -кварком (синий цветовой заряд) с изменением их цвета

$$d_3 + u_C \leftrightarrow (d_C + g_{3\bar{C}}) + u_C \leftrightarrow d_C + (g_{3\bar{C}} + u_C) \leftrightarrow d_C + u_3. \quad (4.8)$$

Аналогично можно записать и другие реакции обмена глюонами, в которых цвет участвующих в ней кварков или изменяется, или не изменяется.

Кварковая модель объясняет наличие большого числа адронов и преобладание среди них резонансов. Многочисленность адронов — отражение их сложного строения и возможности существования различных возбужденных состояний кварковых систем.

#### 4.1.8. Примеры построения адронов из кварков

1. *Нуклоны* (протон и нейтрон) — это барионы ( $B = 1$ ), масса частиц составляет  $m_p = 938,27$  МэВ,  $m_n = 939,57$  МэВ. Протон является стабильной частицей, а свободный нейтрон испытывает  $\beta^-$ -распад (бета-минус распад) за счет слабого взаимодействия за время, равное приблизительно 15 минутам. Нуклоны построены из  $d$ -кварка и  $u$ -кварка:  $p = (uud)$ ,  $n = (udd)$ .

2. *Гипероны* (от греческого *hyper* — сверх, выше) — это нестабильные частицы с массой больше массы нуклонов, они имеют большое (по ядерным масштабам) время жизни. Гипероны обладают особым квантовым числом, «странностью»  $S$  и вместе с  $K$ -мезонами (их еще называют каонами) и некоторыми резонансами образуют группу странных частиц. Первый гиперон был открыт в космических лучах в 1947 г. К гиперонам относятся такие частицы, как  $\Lambda$ -гиперон ( $\Lambda = (uds)$ ,  $m = 1116$  МэВ),  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$  и  $\Sigma^-$ -гипероны ( $\Sigma^+ = (uus)$ ,  $\Sigma^0 = (uds)$ ,  $\Sigma^- = (dds)$ ,  $m = 1190$  МэВ),  $\Xi^-$  и  $\Xi^0$ -гипероны ( $\Xi^- = (dss)$ ,  $\Xi^0 = (uss)$ ,  $m = 1320$  МэВ),  $\Omega^-$  ( $\Omega^- = (sss)$ ,

$m = 1670$  МэВ),  $K^+$ -мезон ( $K^+ = (u\bar{s})$ ,  $m = 494$  МэВ) и  $K^0$ -мезон ( $K^0 = (d\bar{s})$ ,  $m = 498$  МэВ).

3.  $\pi$ -мезоны (пионы):  $\pi^+ = (u\bar{d})$ ,  $\pi^- = (d\bar{u})$  и  $\pi^0 = (u\bar{u} \pm d\bar{d})$ ; они относятся к классу адронов и являются среди них наиболее легкими. Масса пионов — промежуточная между массами протона и электрона, в связи с этим они и были названы мезонами (от греческого *mesos* — средний, промежуточный):  $m_{\pi^\pm} \approx 140$  МэВ,  $m_{\pi^0} = 135$  МэВ. Пионы участвуют во всех фундаментальных взаимодействиях. Слабое взаимодействие ответственно, в частности, за нестабильность заряженных пионов, которые распадаются в основном (на 99,97%) по схеме:  $\pi^\pm = \mu^\pm + \tilde{\nu}_\mu (\nu_\mu)$  за время, равное  $2,6 \times 10^{-8}$  с. Нейтральные пионы распадаются в результате электромагнитного взаимодействия преимущественно на два  $\gamma$ -кванта:  $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$  (98,85%) и имеют время жизни  $0,83 \cdot 10^{-16}$  с. Наиболее характерно участие пионов в процессах сильного взаимодействия.

Существование пионов было постулировано японским физиком Х. Юкавой в 1935 г. для объяснения короткодействующего характера и большой величины ядерных сил. Экспериментально пионы были открыты в 1947 г. по их распаду  $\pi^\pm = \mu^\pm + \tilde{\nu}_\mu (\nu_\mu)$ , зарегистрированному в ядерных фотоэмульсиях, облученных космическими лучами. Существование нейтральных пионов следовало из обнаруженной на опыте зарядовой независимости ядерных сил. Экспериментально  $\pi^0$ -мезоны были обнаружены в 1950 г. по  $\gamma$ -квантам от их распада  $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ ;  $\pi^0$ -мезоны рождались в столкновениях фотонов и протонов высокой энергии ( $\sim 300$  МэВ) с ядрами.

4. *Резонансы (резонансные частицы)* — короткоживущие возбужденные состояния адронов. В отличие от других нестабильных элементарных частиц резонансы распадаются в основном за счет сильного взаимодействия. Поэтому их время жизни лежит в интервале  $10^{-22} - 10^{-24}$  с, что по порядку величины близко к характерному ядерному времени жизни ( $\sim 10^{-23}$  с).

Первый резонанс был открыт в 1951 г. итальянским физиком Ферми с сотрудниками при изучении рассеяния  $\pi^\pm$ -мезона на протонах

$$\pi^+ + p \rightarrow \Delta^{++} \rightarrow \pi^+ + p, \quad (4.9a)$$

$$(u\bar{d}) + (uud) \rightarrow (uuu) \rightarrow (u\bar{d}) + (uud). \quad (4.9б)$$

Как следует из реакции (4.9), протон присоединяет  $\pi^+$ -мезон и переходит в возбужденное состояние с положительным зарядом  $2|e|$ , которое сразу распадается за счет сильного взаимодействия на первоначальные частицы.

В современных обозначениях это был резонанс  $\Delta^{++} = (uuu)$  или, по-старому,  $\Delta_{33} = (1232)$ , где цифры индекса обозначают удвоенный изотопический спин (первое число) и удвоенный спин (второе число), а в скобках указана масса резонанса в МэВ. Ширина этого резонанса составила  $\Gamma = 116$  МэВ. Основная часть резонансов была обнаружена в 60-х гг. XX в. в экспериментах на протонных ускорителях.

Резонансы делятся на барионные, обладающие барионным зарядом ( $B = 1$ ) и распадающиеся на мезоны и один стабильный барион, и мезонные резонансы ( $B = 0$ ), распадающиеся на мезоны.

К 1981 г. открыто более 300 резонансов, которые группируются примерно в 40 барионных и 30 мезонных изотопических мультиплеттах (см. п. 4.1.5).

5) «Очарованные», «красивые» и «истинные» частицы. В последнее время были обнаружены частицы, в состав которых входят тяжелые  $c$ -,  $b$ -кварки. В группе «очарованных» частиц — это  $J/\Psi$ -мезоны:  $J/\psi = (c\bar{c})$ , мезоны  $D^+ = (c\bar{d})$ ,  $D^0 = (c\bar{u})$ ,  $F^+ = (c\bar{s})$ . К группе «красивых» частиц относятся  $\Upsilon$ -мезоны:  $\Upsilon = (b\bar{b})$ , а также мезоны  $B^+ = (u\bar{b})$  и  $B^0 = (d\bar{b})$ .

Самый тяжелый  $t$ -кварк был открыт в 1995 г. на ускорителе, на котором сталкивались пучки протонов и антипротонов. Из-за малого времени жизни этого кварка он не успевает войти в состав или мезона, или бариона, т. е. образовать связанную систему кварков. Поэтому адронов с квантовым числом  $t$  (истина) не существует.

#### 4.1.9. Законы сохранения при процессах взаимодействия элементарных частиц

В настоящее время существуют универсальные законы сохранения, которые выполняются для всех видов взаимодействий. Эти законы связаны с фундаментальными свойствами пространства и времени, с наличием определенной у них симметрии. Причем симметрия понимается как инвариантность физических законов, уравнений движения относительно некоторой группы преобразований. Так, напри-

мер, закон сохранения энергии  $W$  связан с однородностью времени, т. е. с инвариантностью физических законов относительно изменения начала отсчета времени; закон сохранения импульса  $\vec{p}$  с однородностью пространства (инвариантность относительно пространственных сдвигов) и момента импульса  $\vec{L}$  с изотропностью пространства (инвариантность относительно вращений пространства).

В теории элементарных частиц в настоящее время возникло много специфических законов сохранения. Некоторые из них являются *универсальными законами* — законы сохранения электрического  $Q$ , барионного  $B$  и лептонного  $L_e, L_\mu, L_\tau$  зарядов, они выполняются для всех взаимодействий между элементарными частицами, а другие, приближенные законы сохранения, выполняются для одних типов взаимодействий и нарушаются для других.

Так, например, только в сильном взаимодействии выполняется закон сохранения изоспина  $I$ . В сильном и электромагнитном взаимодействии выполняются законы сохранения проекции изоспина, «странности» ( $S$ ), «очарования» ( $C$ ), «красоты» ( $b$ ) и «истины» ( $t$ ).

Слабое взаимодействие нарушает многие законы сохранения, которые выполняются в сильном и электромагнитном взаимодействии. Так, в слабом взаимодействии нарушаются законы сохранения изоспина, четности, странности, очарования, красоты, истины.

Известно, что каждому виду симметрии физической системы соответствует свой закон сохранения, своя сохраняющаяся физическая величина. В теории элементарных частиц неясно, с какими видами симметрии связаны те или иные законы сохранения квантовых чисел —  $B, L_e, L_\mu, L_\tau, S, C, b, t$ . Только для электрического заряда  $Q$  и для изоспина  $I$  можно утвердительно ответить на этот вопрос. Так, закон сохранения электрического заряда связан с тем, что смещение (изменение) потенциала на любое значение не изменяет уравнений движения заряда в электрическом поле. Закон сохранения изоспина связан с инвариантностью сильного взаимодействия относительно поворотов в специальном изотопическом пространстве.

Законы сохранения играют большую роль, они запрещают протекание процессов, происходящих с их нарушением, играют роль правил отбора.

4.1.10. Примеры выполнения и нарушения законов сохранения при протекании реакций между элементарными частицами

1. Реакция  $\beta^-$ -распада нейтрона. Она происходит за счет слабого взаимодействия по схеме

$$n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{matrix} u \\ d \\ d \end{matrix} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} u \rightarrow u \\ d \rightarrow d \\ d \rightarrow u + W^- \end{matrix} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} u \rightarrow u \\ d \rightarrow d \\ d \rightarrow u + e^- + \tilde{\nu}_e \end{matrix} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} u \\ d \\ u \end{matrix} \right\} + e^- + \tilde{\nu}_e \quad (4.10a)$$

и представляет собой распад  $d$ -кварка за счет слабого взаимодействия с участием промежуточного векторного бозона  $W^-$

$$d \rightarrow u + W^- \rightarrow u + e^- + \tilde{\nu}_e. \quad (4.10б)$$

Как видно, процесс протекает в два этапа — сначала рождается  $W^-$  бозон, а затем он распадается на электрон и электронное антинейтрино:  $W^- \rightarrow e^- + \tilde{\nu}_e$ .

В реакции (4.10a) сохраняется: 1) электрический заряд (электрический заряд частиц до и после реакции равен нулю); 2) лептонный заряд (для нейтрона лептонный заряд равен нулю, для продуктов реакции также лептонный заряд в сумме равен нулю ( $L_e = +1$  для электрона и  $L_e = -1$  для электронного антинейтрино)); 3) барионный заряд (барионный заряд частиц до и после реакции равен единице: для нейтрона и протона  $B = 1$ ).

Проекция изоспина не сохраняется: для протона  $I_3 = 1/2$ , для нейтрона  $I_3 = -1/2$ . Квантовые числа «странность» ( $S$ ), «очарование» ( $C$ ), «красота» ( $b$ ) и «истина» ( $t$ ) для исходных частиц и продуктов реакции равны нулю.

2. Реакции рождения и распада гиперонов. Гипероны рождаются парами, а распадаются по одиночке. Для того чтобы описать это странное поведение гиперонов, для них было введено новое квантовое число — «странность»  $S$ . Приведем для примера две реакции с участием гиперонов

$$\pi^- + p \rightarrow K^+ + \Sigma^-, \quad (4.11a)$$

$$\Lambda \rightarrow \pi^- + p. \quad (4.11б)$$

Реакция образования гиперонов (4.11a) протекает за счет сильного взаимодействия. Поэтому в ней наряду с выполнением закона сохранения электрического заряда выполняется и закон сохранения странности (для  $K^+$ -мезона  $S = 1$ , для сигма минус  $\Sigma^-$ -гиперона  $S = -1$ , для  $\pi^-$  и  $p$  «странность»  $S = 0$ ). Реакция (4.11б) протекает с участием сла-

бого взаимодействия, и для нее нарушается закон сохранения «странности» (для  $\Lambda$ -гиперона  $S = -1$ ).

3. *Закон сохранения лептонного заряда* запрещает протекание реакции следующего вида:  $\nu_\mu + n \rightarrow p + e^-$ . В этой реакции для исходных частиц лептонный заряд равен  $L_\mu = +1$ ,  $L_e = L_\tau = 0$ , а для продуктов реакции  $L_e = +1$ ,  $L_\mu = L_\tau = 0$ . Следовательно, не выполняются законы сохранения для лептонных зарядов  $L_e$  и  $L_\mu$ .

4. *Неоднозначность протекания реакций между элементарными частицами.* В физике элементарных частиц при одинаковом составе исходных частиц реакция их взаимодействия может протекать по различным схемам с различной вероятностью. Так, в качестве первого примера можно привести реакцию распада  $K^0$ -мезона за счет слабого взаимодействия. Имеется несколько схем его распада — короткоживущий канал (время распада порядка  $10^{-10}$  с)

$$K_S^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-, \quad K_S^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0 \quad (4.12a)$$

и долгоживущий канал (время распада порядка  $5 \cdot 10^{-8}$  с):

$$K_L^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0, \quad K_L^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0 + \pi^0, \quad (4.12б)$$

$$K_L^0 \rightarrow \pi^+ + e^- + \tilde{\nu}_e, \quad K_L^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e. \quad (4.12в)$$

Во втором примере рассмотрим реакцию взаимодействия  $\pi^-$ -мезона и протона  $p$ . К реакции, записанной в формуле (4.11а), можно добавить еще одну

$$\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n. \quad (4.13)$$

4.1.11. *Закон сохранения четности. Зарядовое сопряжение (C), CP-преобразование (комбинированная инверсия), обращение времени (T-преобразование), CPT — теорема*

1. *Закон сохранения четности.* Исследования в физике элементарных частиц наглядно показывают необходимость экспериментальной проверки существующих законов сохранения. Это связано с тем, что появляющиеся новые экспериментальные данные могут привести к изменению области их применимости.

Приведем ряд примеров, показывающих, как изменялись взгляды на инвариантность (неизменность) физических законов (уравнений движения) при таких преобразованиях, как пространственная инверсия, зарядовое сопряжение и обращение времени.



Под четностью частицы понимают характеристику ее состояния, отображающую свойства симметрии ее волновой функции  $\psi(\vec{r})$  относительно пространственной инверсии.

При пространственной инверсии происходит замена знаков координат частицы  $(x, y, z)$  на противоположные координаты  $(-x, -y, -z)$ , при этом радиус-вектор  $\vec{r}$  частицы заменяется на противоположный радиус-вектор:  $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$ . Такую операцию можно осуществить за счет отражения в зеркале, расположенном в плоскости  $zOx$  ( $y \rightarrow -y$ ), и затем поворота осей координат вокруг оси  $Oy$  на  $180^\circ$  ( $x \rightarrow -x, z \rightarrow -z$ , см. рис. 4.3, а). Операция зеркального отражения переводит правовинтовую систему координат в левовинтовую систему координат.

Вводится квантовое число *четность*  $P$ , оно определяется внутренними свойствами частицы. Если волновая функция частицы при пространственной инверсии является четной ( $\psi(-\vec{r}) = \psi(\vec{r})$ ), то тогда  $P = +1$ , если нечетной ( $\psi(-\vec{r}) = -\psi(\vec{r})$ ), то  $P = -1$  (см. рис. 4.3, б). Так, например, для протона, нейтрона и электрона четность  $P = +1$ , а для фотона  $P = -1$ .

Долгое время считалось, что пространство-время обладает зеркальной симметрией (симметрией, связанной с заменой правого на левое), т. е. оно инвариантно относительно пространственной инверсии. Это означает, что в природе для любого физического процесса должен существовать его зеркальный аналог. В этом случае для частиц должна сохраняться четность, поскольку она инвариантна относительно зеркального отражения.

Однако в 1957 г. было экспериментально обнаружено несохранение четности в слабом взаимодействии. Оказалось, что при  $\beta$ -распаде ядер кобальта в направлении его спина вылетают примерно в 1,5 раза меньше электронов, чем в противоположном направлении (см. рис. 4.3, в). Зеркальное отражение этого процесса приводит к смене направления спинов атомов кобальта на противоположное (происходит замена правого вращения на левое, см. рис. 4.3, в), и поэтому больше электронов должно лететь в направлении, совпадающем со спином ядер кобальта, что не наблюдается на опыте. Следовательно, зеркальная симметрия в таком процессе нарушается, а именно, *процесс, полученный за счет зеркального отражения, в природе не существует*. Следовательно, в слабых взаимодействиях нарушается закон сохранения четности — слабое взаимодействие приводит к изменению четности волновых функций частиц.

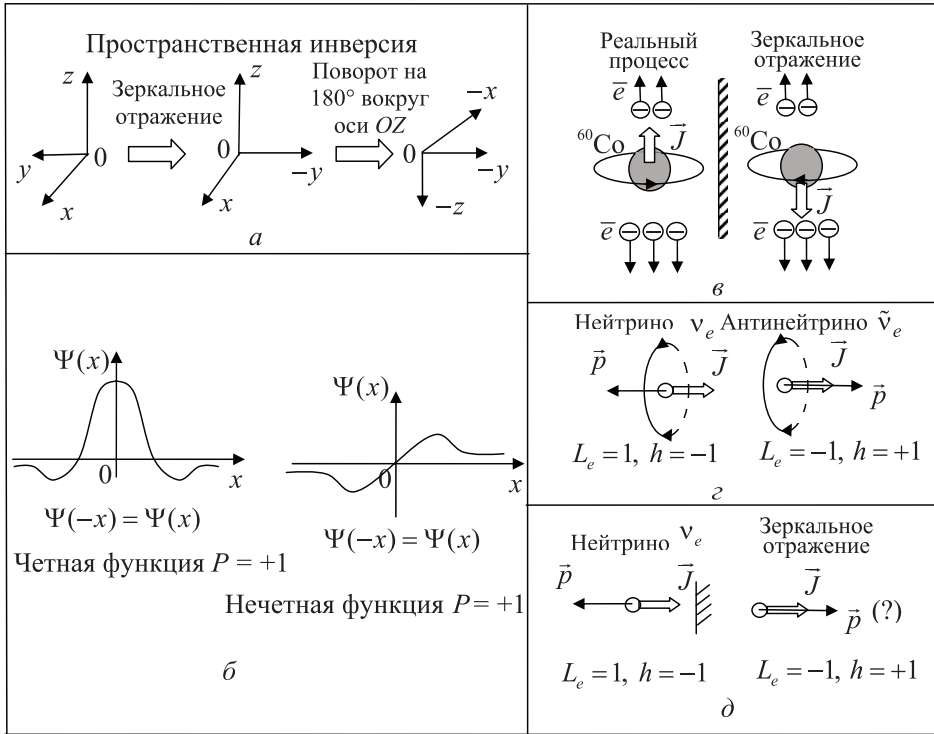


Рис. 4.3

Вторым доказательством нарушения четности является существование *спиральности* у нейтрино. Было экспериментально доказано, что импульс и спин нейтрино всегда направлены в противоположные стороны (рис. 4.3,  $\varepsilon$ ). Такие частицы называют левополяризованными (либо левовинтовыми или левозакрученными), так как они движутся подобно левому винту (рис. 4.3,  $\varepsilon$ ) и им приписывают спиральность  $h$ , равную  $h = -1$ . Говорят, что нейтрино обладает отрицательной спиральностью.

Для антинейтрино направления импульса и спина совпадают, для нее спиральность равна  $h = +1$ , она обладает положительной спиральностью. Это правополяризованная (правовинтовая, правозакрученная) частица, она движется подобно правому винту (рис. 4.3,  $\varepsilon$ ).

Процесс зеркального отражения нейтрино ( $L_e = +1, h = -1$ ) приводит к возникновению частицы ( $L_e = +1, h = +1$ ), которой не существует в природе (рис. 4.3,  $\delta$ ), так как для такой частицы спиральность  $h = +1$ , что не соответствует нейтрино, а для антинейтрино ( $L_e = -1, h = +1$ ) лептонный заряд должен быть равен  $(-1)$ .

2. *Зарядовое сопряжение (C), CP–преобразование (комбинированная инверсия), обращение времени (T–преобразование), CPT–теорема.*

Зарядовое сопряжение — это такое преобразование, при котором все значения квантовых чисел (зарядов), описывающих частицу, изменяют свой знак на противоположный, а масса, импульс и спин частицы остаются неизменными.

Такое преобразование должно привести к замене частицы на античастицу, оно справедливо для сильных и электромагнитных взаимодействий (уравнения Максвелла не изменяются в результате такого преобразования).

Для слабого взаимодействия зарядовое сопряжение не приводит к возникновению античастицы. Так, в результате такого преобразования из нейтрино не получается частица антинейтрино:  $(L_e = +1, h = -1) \Rightarrow (L_e = -1, h = -1)$ , так как спиральность при этом не изменяется. Это свидетельствует о нарушении инвариантности законов относительно зарядового сопряжения для слабых взаимодействий.

До 1964 года считалось, что комбинированное CP–преобразование (последовательное применение пространственной инверсии и зарядового сопряжения) приводит к инвариантности физических законов для слабого взаимодействия (оно переводит нейтрино в антинейтрино и наоборот). Однако было экспериментально доказано, что распад истинно нейтральных каонов  $K_L^0$  и  $K_S^0$  происходит с нарушением CP–инвариантности. Нарушение CP–инвариантности было подтверждено в 2001–2002 гг. в процессах с участием B–мезонов.

T–инвариантность означает, что физические законы и уравнения движения не изменяются при замене знака времени  $t: t \rightarrow -t$ . Это справедливо для сильных и электромагнитных взаимодействий (T–преобразование оставляет неизменными уравнения Максвелла)

Существует CPT–теорема, которая утверждает, что последовательное применение всех трех преобразований к существующему миру не изменяет его. Учитывая CPT–теорему и нарушение CP–инвариантности в слабых взаимодействиях, можно сделать вывод о нарушении T–инвариантности в этих взаимодействиях. Этот факт требует детальной проработки вопросов, связанных с фундаментальными свойствами пространства и времени.

#### 4.1.12. Видоизменение физической картины мира с уменьшением расстояний между частицами

Проблемы эволюции Вселенной тесно связаны с физикой элементарных частиц. Действительно, развитие Вселенной происходило из состояния, при котором все вещество Вселенной было нагрето до очень высокой температуры и сжато в точку, размеры которой были существенно меньше размеров элементарных частиц. Расширение Вселенной из такого состояния называют Большим Взрывом (БВ). В последующие моменты времени Вселенная проходила этапы, которые пытаются изучить в настоящее время в физике элементарных частиц. Для этого увеличивают энергию столкновения частиц в ускорителях.

На рис. 4.4 приведены шкалы, на которых отмечено время  $t$  после начала Большого Взрыва, линейные размеры  $\ell$  Вселенной и средние энергии  $W$  частиц в эти моменты времени. Отметим, что эти средние энергии  $W$  частиц можно получить в ускорителях, увеличивая энергию  $W_{\text{СТ}}$  столкновения частиц, причем  $W = W_{\text{СТ}}$ . Однако экспериментальные возможности ускорителей заряженных частиц накладывают существенные ограничения на перемещение по шкале энергий и соответственно по шкале времени к началу Большого Взрыва (в настоящее время  $W_{\text{СТ МАКС}} \approx 100$  ГэВ).

Рассмотрим основные этапы, которые проходит Вселенная при своем развитии (они выделены цифрами 1, 2, и 3 на рис. 4.4). Прежде всего экспериментально было доказано слияние слабого и электромагнитного взаимодействий при достижении энергий столкновения частиц порядка 100 ГэВ. Это происходит в точке 1 (см. рис. 4.4), при этом линейные размеры Вселенной были равны  $\ell \approx 10^{-18}$  м, а время, прошедшее после начала Большого Взрыва, составляло  $t \approx 10^{-10}$  с.

Затем согласно теории Великого объединения (ТВО) при достижении средней энергии частиц порядка  $10^{15}$  ГэВ (точка 2 на рис. 4.4, для нее линейные размеры Вселенной были равны  $\ell \approx 10^{-31}$  м, а время  $t$  от начала БВ составляло  $t \approx 10^{-36}$  с) должно происходить слияние трех взаимодействий в единое взаимодействие (к электрослабому взаимодействию присоединяется сильное взаимодействие). Такую энергию столкновения на ускорителях не удастся достичь в обозримом будущем, что предполагает поиски доказательств ТВО в окружающем мире, т. е. поиски того, что осталось на данный момент времени после БВ.

ТВО предсказывает распад протона и существование магнитных зарядов (монополей Дирака). Французский ученый Дирак впервые, исходя из требования симметрии уравнений Максвелла, предсказал существование монополей — источников сферически симметричного магнитного поля. Они имеют очень большую массу ( $\approx 10^{16} - 10^{17}$  ГэВ), поэтому их нельзя обнаружить с помощью ускорителей.

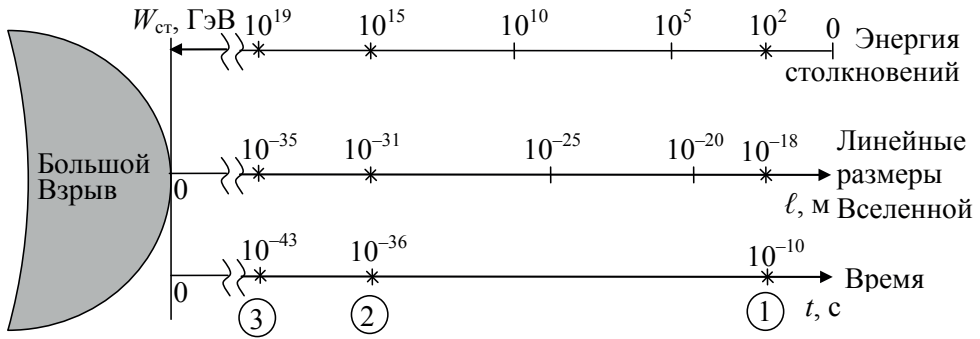


Рис. 4.4

Согласно ТВО вероятность распада протона является очень малой величиной — так, время жизни протона по ТВО превышает  $10^{32}$  лет, что также затрудняет получение доказательств о справедливости ТВО.

На ранних этапах развития Вселенной выделяют еще одну пограничную точку — точку 3 ( $W \approx 10^{19}$  ГэВ;  $l \approx 10^{-35}$  м;  $t \approx 10^{-43}$  с), в которой происходит слияние всех четырех видов взаимодействий. Этой точке соответствует энергия, называемая планковской энергией  $W_{\text{пл}}$ . Планковская энергия получается комбинацией трех фундаментальных постоянных, таких как гравитационная постоянная  $G$ , постоянная Планка  $\hbar$  и скорость света  $c$

$$W_{\text{пл}} = \sqrt{\hbar c^5 / G} \approx 1,2 \cdot 10^{19} \text{ ГэВ}. \quad (4.14)$$

В точке 3 должно наблюдаться много интересных событий. Так, например, в этой точке появляются кванты длины  $\ell_{\text{пл}}$ , времени  $t_{\text{пл}}$  и массы  $m_{\text{пл}}$ , числовые значения которых можно найти из планковской энергии  $W_{\text{пл}}$ :

$$m_{\text{пл}} = W_{\text{пл}} / c^2 = \sqrt{\hbar c / G} \approx 1,2 \cdot 10^{19} \text{ ГэВ}, \quad (4.15a)$$

$$t_{\text{ПЛ}} = \hbar/W_{\text{ПЛ}} = \sqrt{\hbar G/c^5} \approx 10^{-43} \text{ с}, \quad (4.156)$$

$$\ell_{\text{ПЛ}} = ct = \sqrt{\hbar G/c^3} \approx 10^{-35} \text{ м}. \quad (4.15\text{В})$$

На расстояниях  $\ell < \ell_{\text{ПЛ}}$  происходит распад на кванты единого непрерывного пространства — времени. Это приводит к тому, что в этой области теряет смысл понятие «прошлое» и «будущее».

Появление квантов длины  $\ell_{\text{ПЛ}}$ , времени  $t_{\text{ПЛ}}$  и массы  $m_{\text{ПЛ}}$  приводит к необходимости создания квантовой теории гравитации. При этом наиболее разработанной в данной области физики считается *теория суперструн*.

Согласно этой теории при переходе через точку 3 ( $\ell < \ell_{\text{ПЛ}}$ ) все многообразие частиц переходит в одномерные объекты (суперструны), имеющие линейные размеры порядка планковской длины  $\ell_{\text{ПЛ}}$ .

Суперструны совершают колебания с разными частотами в 26-мерном пространстве-времени. Эти колебания распространяются в пространстве, возникают волны, квантование которых и приводит к многообразию частиц для расстояний  $\ell \geq \ell_{\text{ПЛ}}$ . Для того чтобы исключить нефизические решения, необходимо было предположить наличие особой *суперсимметрии* — симметрии между бозонами и фермионами (каждому бозону соответствует свой фермион). Такая суперсимметрия позволяет снизить размерность пространства-времени до десяти. При образовании частиц шесть измерений скручиваются (компактируются) внутри частиц и получается обычное четырехмерное пространство-время.

## 4.2. Физика атомного ядра

### 4.2.1. Характеристики атомного ядра

В опытах Резерфорда по рассеянию  $\alpha$ -частиц веществом (1911 г.) было доказано, что положительный заряд и практически вся масса атома сосредоточены в малом по размерам ядре (линейные размеры ядра составляют порядка  $10^{-14}$ – $10^{-15}$  м, а размеры атома  $\sim 10^{-10}$  м).

1. *Состав ядра.* Сначала считалось, что в состав ядра входят протоны и электроны. Но вскоре такая модель ядра была отвергнута из-за

того, что она противоречила многим фактам (например, спинам и магнитным моментам ядер). К тому же легкие по сравнению с протоном электроны ( $m_p = 1870m_e$ ) не могут входить в состав ядра в силу его малых размеров.

Это следует из соотношений неопределенностей Гейзенберга для координаты и импульса. Действительно, можно оценить минимальную энергию электрона в ядре, если предположить, что неопределенность по координате электрона в ядре равна диаметру ядра. Рассчитывая энергию электрона в релятивистском случае ( $W \gg W_0$ ), получим:

$$p_x \geq \Delta p_x = h/\Delta x = h/2R, \quad W_{\text{мин}} = cp_x = (hc)/2R \approx 100 \text{ МэВ}. \quad (4.16)$$

Такая оценка не согласуется со значением энергии электрона, вылетающего при  $\beta$ -распаде из ядра:  $W_{\text{макс}} \approx (0,02-14) \text{ МэВ}$ . Электроны с энергией 100 МэВ согласно формуле (4.16) должны были бы находиться в ядре, размеры которого превышали бы известные из опыта размеры в 10 и более раз.

После открытия нейтрона (Чедвик, 1932 г.) окончательно сложилась протонно-нейтронная модель атомного ядра.

Массы протона и нейтрона примерно одинаковы и равны  $m_p = 1,00759 \text{ а.е.м.} = 938,28 \text{ МэВ}$ ,  $m_n = 1,00898 \text{ а.е.м.} = 939,57 \text{ МэВ}$ . Протон имеет положительный электрический заряд, равный по модулю заряду электрона ( $q_p = |e|$ ), а нейтрон электрического заряда не имеет. Собственные магнитные моменты для протона и нейтрона соответственно равны:

$$\mu_p = +2,79 \mu_y, \quad \mu_n = -1,91 \mu_y, \quad (4.17)$$

$$\mu_y = \frac{e\hbar}{2m_p} = 5,05 \cdot 10^{-27} \text{ Дж/Тл}, \quad (4.18)$$

где  $\mu_y$  называют ядерным магнетонам, он является единицей квантования ядерного магнитного момента.

Необычные значения магнитных моментов протона и нейтрона можно объяснить обменным характером ядерного взаимодействия (см. п. 4.1.2, формула (4.3)). В соответствии с ним каждый нуклон испускает виртуальные частицы-переносчики взаимодействий, т. е. нуклон может находиться часть времени в виртуальном состоянии:  $p \leftrightarrow n + \pi^+$ ,  $n \leftrightarrow p + \pi^-$ , обмениваясь виртуальными  $\pi$ -мезонами. Орбитальное дви-

жение  $\pi$ -мезонов и приводит к наблюдаемым значениям магнитных моментов нуклонов.

2. *Обозначение ядра.* Ядро химического элемента  $X$  принято обозначать символом  ${}^A_Z X$ . Здесь  $Z$  называют *зарядовым числом* — оно определяет заряд ядра ( $Z|e|$ ) или порядковый номер элемента в периодической системе элементов, или число электронов в электрически нейтральном атоме;  $A = (Z + N)$  — *массовое число*, оно дает суммарное число протонов ( $Z$ ) и нейтронов ( $N$ ) в ядре или число нуклонов в ядре.

3. *Типы ядер.* Среди ядер выделяют разные группы ядер, отметим некоторые из них:

1) *изотопы* — это ядра, у которых одинаковое число протонов ( $Z_1 = Z_2$ ), но разное число нейтронов ( $N_1 \neq N_2$ ); так, например, для водорода имеется три изотопа — протий  ${}^1_1\text{H}$ , дейтерий  ${}^2_1\text{H}$  и тритий  ${}^3_1\text{H}$ ;

2) *изобары* — ядра, у которых одинаковые массовые числа ( $A_1 = A_2$ ), но разные зарядовые числа ( $Z_1 \neq Z_2$ ), эти ядра образуются, например, при  $\beta$ -распаде ядер;

3) *изомеры* — ядра, у которых одинаковое число нейтронов ( $N_1 = N_2$ ), но разное число протонов ( $Z_1 \neq Z_2$ ).

У всех ядер существуют изотопы. Это приводит к тому, что приводимое в системе элементов Д. И. Менделеева для каждого элемента массовое число не является целым, так как оно учитывает наличие разных изотопов для данного элемента и процентное содержание их в земной коре.

4. *Размеры ядер.* В предположении сферической формы ядра для зависимости радиуса ядра от его массового числа экспериментально, с помощью различных методик, была получена следующая формула:

$$R = (1,2 - 1,5) \cdot 10^{-15} A^{1/3} \text{ м.} \quad (4.19)$$

Из нее следует, что плотность ядерного вещества во всех ядрах примерно одинакова, т. е. ядерное вещество несжимаемо

$$\rho = m/V \approx m_p A / (4\pi R^3 / 3) \approx 10^{17} \text{ кг/м}^3, \quad (4.20)$$

и его плотность чрезвычайно велика по сравнению с плотностью обычных веществ.

5. *Магнитный и спиновый моменты ядра.* Суммарный спин ядра складывается из спинов его отдельных нуклонов (для них он равен  $1/2$ ). В зависимости от массового числа  $A$  спин ядра может быть полуцелым (при нечетном  $A$ ) или целым, в том числе включая нулевое зна-



чение (при четном  $A$ ). Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что в ядрах наблюдается антипараллельная ориентация спинов отдельных нуклонов в ядре и поэтому суммарный спин ядра принимает малые значения. У ядер с четным числом протонов и нейтронов спин ядра равен нулю.

#### 4.2.2. Ядерные силы. Свойства ядерных сил

Между нуклонами в ядре действуют ядерные силы, возникает новый вид взаимодействия — сильное взаимодействие. Ядерные силы обладают следующими свойствами:

1. *Они по интенсивности превосходят кулоновские примерно в 100 раз* (см. п. 4.1.1). Поэтому ядерные силы удерживают в ядре положительно заряженные протоны, между которыми также действуют кулоновские силы отталкивания.

2. *Ядерные силы не зависят от электрического заряда частиц*, т. е. интенсивность ядерного взаимодействия между протоном и нейтроном, нейтроном и нейтроном, протоном и протоном одинаковы, вследствие этого нейтроны также удерживаются вместе внутри ядра.

3. *Ядерные силы приводят к тому, что ядро является устойчивым образованием*, т. е. при его получении выделяется энергия. Она называется *энергией связи атомного ядра* и рассчитывается по формуле

$$W_{\text{CB}} = \Delta mc^2 = 931,5 \frac{\text{МэВ}}{\text{а.е.м.}} ((A - Z)m_n + Zm_p - m_{\text{я}}), \quad (4.21a)$$

где разность масс  $\Delta m$  называют *дефектом массы*.

*Энергия связи  $W_{\text{CB}}$  атомного ядра представляет собой минимальную энергию, которую нужно сообщить ядру, чтобы разделить его на отдельные нуклоны и развести их на расстояния, на которых они не взаимодействуют.*

Для удобства расчетов энергии связи ее выражают в МэВ, а массы частиц в атомных единицах массы. Кроме того, в формуле (4.21a) вместо массы ядра и массы протона вводят массы нейтрального атома и атома водорода. Это является удобным приемом, так как измерить экспериментально массу ядра достаточно сложно, и если это невозможно, то требуется удаление всех электронов из атома. Получаемая при этом неточность в расчетах является малой (она равна энергии взаимодействия электронов с ядром). В этом случае формула (4.21a) примет вид

$$W_{CB} = \Delta mc^2 = 931,5 \frac{\text{МэВ}}{\text{а.е.м.}} ((A - Z)m_n + Zm_H - m_{\text{АТОМА}}). \quad (4.216)$$

Для сравнения прочности ядер, для оценки силы взаимодействия нуклонов в ядре вводят удельную энергию связи как энергию связи, приходящуюся на один нуклон,

$$W_{\text{уд}} = W_{CB} / A. \quad (4.22)$$

Усредненный график зависимости удельной энергии связи от массового числа приведен на рис. 4.5. Из него следует, что наиболее прочными являются ядра элементов с массовыми числами порядка 50, т. е. вблизи железа. У них наблюдаются самые большие значения  $W_{\text{уд}}$ .

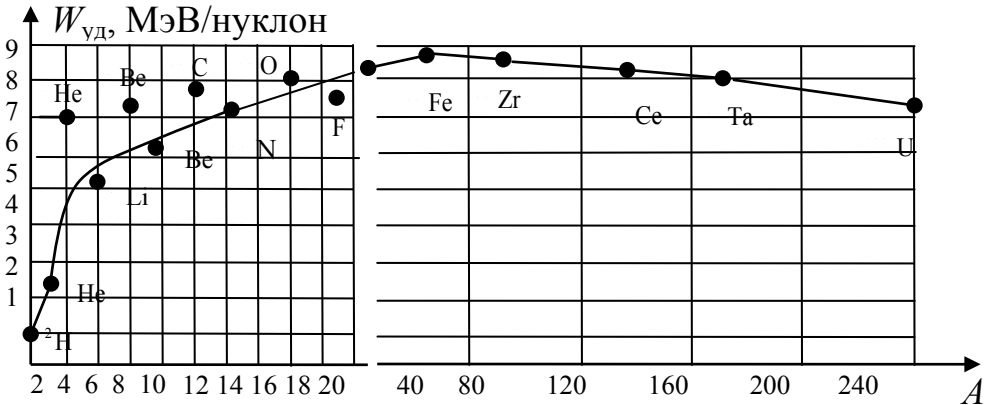


Рис. 4.5

Такая зависимость  $W_{\text{уд}}$  приводит к выводу о возможности выделения энергии для двух типов ядерных реакций — это реакции деления тяжелых ядер и синтеза легких ядер. В таких реакциях образуются более устойчивые ядра, т. е. ядра с большей удельной энергией связи.

Так, например, если ядро с массовым числом 200 ( $W_{\text{уд}} \approx 7,8$  МэВ) разделить на два ядра с массовыми числами 100 ( $W_{\text{уд}} = 8,6$  МэВ), то при этом будет выделяться энергия, равная  $W_{\text{яд}} \approx 200 \cdot (8,6 - 7,8) = 160$  МэВ.

4. Ядерные силы зависят от ориентации спинового момента нуклонов. Так, атом дейтерия образуется только в том случае, когда спиновые моменты протона и нейтрона направлены параллельно друг другу.

5. Ядерные силы не являются центральными, т. е. их нельзя представить как силы, действующие вдоль прямой, соединяющей нуклоны.

Это, в частности, проявляется в зависимости ядерных сил от спина нуклонов.

6. *Ядерные силы обладают свойством насыщения.* Это подтверждается тем фактом, что удельная энергия связи ядра  $W_{\text{уд}}$  слабо изменяется при переходе от одного ядра к другому (при массовых числах ядер  $A$ , больших 20). Уменьшение  $W_{\text{уд}}$  при больших массовых числах связано с тем, что при увеличении порядкового номера элемента возрастает сила кулоновского отталкивания протонов внутри ядра. Это приводит к меньшей устойчивости ядер, их удельная энергия связи уменьшается (см. рис. 4.5).

7. *Ядерные силы являются короткодействующими.* Этот факт позволяет объяснить механизм распада тяжелых ядер. Так, при попадании нейтрона в ядро оно возбуждается и принимает различные формы и, в частности, форму в виде гантели (рис. 4.6). В узкой области перешейка ядерные силы будут ослаблены (в них участвует малое количество ядер), поэтому за счет далекодействующих кулоновских сил (их интенсивность при этом не ослабевает) ядро распадается, образуя два осколка, разлетающиеся с большими скоростями, и два-три нейтрона. Энергия при ядерной реакции выделяется, в основном, в виде кинетической энергии разлетающихся осколков.

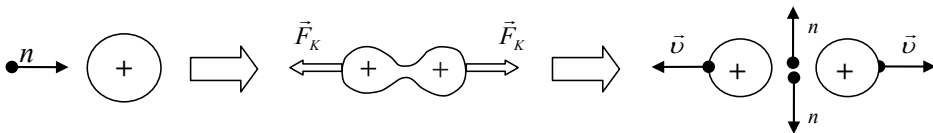


Рис. 4.6

#### 4.2.3. Модели атомного ядра

Как было отмечено выше, ядро представляет собой систему сильно взаимодействующих частиц, причем ядерные силы не являются центральными. Это не позволяет в рамках квантовой механики точно решить задачу на движение частиц внутри ядра.

В связи с этим в настоящее время используют ряд моделей, которые описывают достаточно хорошо то или иное свойство ядер.

1. *Капельная модель ядра.* Она рассматривает ядро как каплю заряженной жидкости. Ядро и заряженную каплю жидкости объединяют

такие свойства, как несжимаемость ядерного вещества и жидкости, а также короткодействующий характер сил, действующих между нуклонами и между молекулами жидкости.

Такая модель позволяет получить полуэмпирическую формулу для энергии связи ядра (формула Вейцеккера)

$$W_{\text{СВ}} = C_{\text{ОБ}}A - C_{\text{ПОВ}}A^{2/3} - C_{\text{КУЛ}}Z^2A^{1/3} - C_{\text{СИМ}}(A - 2Z) + C_{\text{ПАР}}A^{-\epsilon}\delta. \quad (4.23)$$

Выражение (4.23) содержит такие слагаемые, как объемная, поверхностная, кулоновская энергии связи (они вытекают из аналогии ядра с каплей жидкости), а также энергия симметрии и энергия спаривания. Входящие в формулу постоянные коэффициенты выбираются из наилучшего согласия теории и эксперимента.

Опытным путем установлено, что легкие ядра, у которых число протонов и нейтронов одинаково ( $Z = N$ ), имеют повышенную стабильность по сравнению с другими ядрами ( $Z \neq N$ ) того же массового числа ( $A = Z + N$ ). Отрицательная добавка в энергию связи ядра для случая ( $Z \neq N$ ) и называется энергией симметрии. Вторая добавка в энергию связи (энергия спаривания) связана с тем, что для четно-четных ядер (у них число протонов и нейтронов является четным) энергия связи максимальна по сравнению с нечетно-нечетными ядрами. Это свидетельствует о спаривании, объединении внутри ядра одинаковых нуклонов в пары.

Параметр  $\delta$  в формуле (4.23) принимает значения ( $\delta = +1$ ) для четно-четных ядер,  $\delta = 0$  для ядер с нечетным массовым числом  $A$  и  $\delta = -1$  для нечетно-нечетных ядер.

Капельная модель также помогает объяснить механизм деления тяжелых ядер (см. рис. 4.6 и пояснения к нему).

2. *Оболочечная модель ядра* рассматривает ядро как квантовую систему, в которой в потенциальном поле ядра движутся нуклоны. Решение квантовой задачи на движение частиц в потенциальном поле приводит к возникновению дискретного набора уровней энергии отдельно для протонов и нейтронов. Заполнение уровней идет в соответствии с принципом Паули и условием минимальности энергии, т. е. так же, как и заполнение электронных оболочек в многоэлектронном атоме.

Вид потенциального поля выбирается из условия наилучшего согласия расчетных данных с экспериментом, при этом задача сводится к одночастичной задаче (подобно решению задачи квантовой механики для многоэлектронных атомов, см. п. 3.2.1).

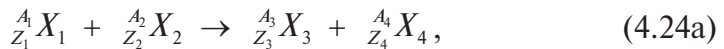
Эта модель объясняет существование наиболее устойчивых ядер (их называют магическими ядрами). Согласно этой модели они соответствуют полностью заполненным нейтронным или протонным оболочкам. К ним относятся ядра с числом протонов или нейтронов, равных 2, 8, 20, 28, 50, 82 и 126 и 184. А если происходит одновременное заполнение нейтронных и протонных оболочек, то такие ядра будут наиболее устойчивыми (дважды магические ядра), это ядра гелия  ${}^4_2\text{He}$ , кислорода  ${}^{16}_8\text{O}$ , кальция  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$  и  ${}^{48}_{20}\text{Ca}$ , свинца  ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ .

Такая модель также объясняет магнитные моменты ядер и их спины в основном и возбужденном состояниях.

В настоящее время разрабатывается обобщенная модель ядра, которая учитывает особенности как капельной, так и оболочечной моделей ядра.

#### 4.2.4. Ядерные реакции

Под ядерной реакцией понимают процесс взаимодействия ядер или ядра и элементарной частицы, приводящий к их взаимному превращению. Общая схема ядерной реакции выглядит таким образом:



или в краткой форме

$$X(a, b)Y, \quad (4.24b)$$

где  $X$ ,  $Y$  обозначают исходное и образующееся в результате реакции ядро;  $a, b$  — известные частицы, которые часто встречаются в различных ядерных реакциях, — это электрон ( $e^-$ ), позитрон ( $e^+$ ), протон ( $p$ ), нейтрон ( $n$ ),  $\alpha$ -частица ( ${}^4_2\text{He}$ ) и т. д.

При протекании ядерной реакции выполняются следующие законы сохранения:

- 1) энергии  $W$  ( $W_1 + W_2 = W_3 + W_4$ ); 2) импульса  $\vec{p}$  ( $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4$ );
- 3) момента импульса  $\vec{L}$  ( $\vec{L}_1 + \vec{L}_2 = \vec{L}_3 + \vec{L}_4$ ); 4) электрического заряда  $Z$  ( $Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$ ); 5) массового числа  $A$  (числа нуклонов,  $A_1 + A_2 = A_3 + A_4$ ) заряда (см. п. 4.1.7)

Можно также отметить выполнение законов сохранения, введенных для описания взаимодействий между элементарными частицами (см. п. 4.1.7). Это законы сохранения лептонного заряда, изоспина (только в сильном взаимодействии), четности (за исключением реак-

ций, происходящих с участием слабого взаимодействия, это  $\beta$ -распады) и т. д.

Вводится понятие *энергии ядерной реакции*  $W_p$  — это энергия, которая выделяется или поглощается при протекании ядерной реакции. По определению она равна разности энергий покоя исходных ядер (частиц) и ядер (частиц), образующихся в результате ядерной реакции

$$W_p = (W_{01} + W_{02}) - (W_{03} + W_{04}) = 931,5 \frac{\text{МэВ}}{\text{а.е.м.}} ((m_{01} + m_{02}) - (m_{03} + m_{04})). \quad (4.25)$$

Учитывая закон сохранения энергии и разделение полной энергии на энергию покоя и кинетическую энергию ( $W = W_0 + W_K$ ), можно записать следующую формулу:

$$W_p = (W_{K3} + W_{K4}) - (W_{K1} + W_{K2}). \quad (4.26)$$

Согласно выражению (4.26) энергия при ядерной реакции выделяется ( $W_p > 0$ ) в виде кинетической энергии продуктов реакции. Если же  $W_p < 0$ , то энергия при протекании ядерной реакции поглощается.

#### 4.2.5. Явление радиоактивности

Явление радиоактивности заключается в самопроизвольном распаде ядер с испусканием элементарных частиц. Выделяют бета ( $\beta$ )- и альфа ( $\alpha$ )-распады, они сопровождаются испусканием гамма ( $\gamma$ )-лучей. Атомное ядро, испытывающее радиоактивный распад, называют *материнским*, а образующееся при этом ядро — *дочерним*.

Различают *естественную* и *искусственную радиоактивности*, первая соответствует распадам ядер радиоактивных веществ, существующих в природе, а второй вид наблюдается для радиоактивных ядер, полученных искусственным способом за счет бомбардировки исходного ядра различными частицами.

Для того чтобы определить параметры ядра, получаемого при радиоактивном распаде, применяют правила смещения, они позволяют правильно установить изменение таких параметров ядра, как его заряд и массовое число. Эти правила были введены задолго до открытия частиц нейтрино и антинейтрино. Однако, в связи с тем, что массовое число и электрический заряд нейтрино и антинейтрино равны нулю, их присутствие в реакциях распада не сказывается на правилах смещения (см. п. 4.1.4).

Выделяют три вида  $\beta$ -распада — это  $\beta^-$ -распад (из ядра вылетает электрон  $e^-$ ),  $\beta^+$ -распад (из ядра вылетает позитрон  $e^+$ ) и *электронный захват* ( $e$ -захват), ядро захватывает один электрон с  $K$ -слоя,  $L$ -слоя,

$M$ -слоя и т. д.). При  $\alpha$ -распаде из ядра вылетает  $\alpha$ -частица, представляющая собой ядро атома гелия (спин и магнитный момент  $\alpha$ -частицы равны нулю).

Для этих видов распада правила смещения записываются следующим образом:

$$\beta^- \text{-распад: } {}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + {}^0_{-1} e, \quad (4.27a)$$

$$\beta^+ \text{-распад: } {}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} Y + {}^0_{+1} e, \quad (4.27б)$$

$$e\text{-захват: } {}^A_Z X + {}^0_{-1} e \rightarrow {}^A_{Z-1} Y, \quad (4.27в)$$

$$\alpha \text{-распад: } {}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2 \text{He}. \quad (4.27г)$$

Из этих правил следует, что все радиоактивные ядра объединяются в радиоактивные семейства, число которых равно четырем — это семейства (или ряды)  ${}^{232}_{90}\text{Th}$  ( $n \leq 58$ ), нептуния  ${}^{237}_{93}\text{Np}$  ( $n \leq 59$ ), урана  ${}^{238}_{92}\text{U}$  ( $n \leq 59$ ) и актиния  ${}^{235}_{89}\text{Ac}$  ( $n \leq 58$ ). Для них массовое число определяется следующим образом:

$$A_1 = 4n, \quad A_2 = 4n + 1, \quad A_3 = 4n + 2, \quad A_4 = 4n + 3, \quad (4.28)$$

где число  $n$  принимает целочисленные значения.

Ряд нептуния состоит из изотопов, которые не встречаются в природе, они получены искусственным путем. Это приводит к тому, что ряд нептуния заканчивается изотопом висмута, в отличие от других рядов — они заканчиваются стабильными изотопами свинца.

Каждый член ряда получается из предыдущего путем  $\alpha$ - или  $\beta$ -распадов. Поэтому у соседних членов ряда массовые числа либо одинаковы (они являются изобарами) или отличаются на четыре.

#### 4.2.5.1. Основной закон радиоактивного распада.

Активность радиоактивного вещества

1. *Основной закон радиоактивного распада.* Для любого радиоактивного вещества нельзя предсказать момент времени распада того или иного ядра, известна лишь вероятность его распада. Причем на распад ядра не влияет тип вещества, его нагрев, сжатие — ядро распадается само по себе, независимо от других ядер.

Все это свидетельствует о том, что все процессы радиоактивного распада подчиняются общим законам, согласно которым вероятность

распада одного ядра в единицу времени является для данного типа ядра постоянной величиной. Ее принято называть *постоянной распада*  $\lambda$ , она дает вероятность распада одного ядра за единицу времени. Если обозначить число ядер, не распавшихся в радиоактивном веществе к моменту времени  $t$ , через  $N$ , а число распавшихся за время  $(t, t + dt)$  ядер через  $dN$  ( $dN < 0$ ), то для вероятности распада ядра за единицу времени можно записать

$$dN / (Ndt) = -\lambda,$$

откуда следует *основной закон радиоактивного распада*

$$dN / N = -\lambda dt \Rightarrow d(\ln N) = -\lambda dt \Rightarrow \int_{N_0}^N d(\ln N) = -\int_0^t \lambda dt \Rightarrow N = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (4.29)$$

В выражении (4.29) через  $N_0$  обозначено начальное число радиоактивных ядер в веществе.

2. *Период полураспада  $T$ . Среднее время жизни  $\tau$  радиоактивного ядра.* Для количественного описания явления радиоактивности вводят понятия периода  $T$  полураспада и среднего времени  $\tau$  жизни ядра.

*Период полураспада  $T$  — это время, за которое распадается половина первоначального количества ядер:*  $t = T \Rightarrow N = N_0 / 2$ . Он связан с постоянной распада  $\lambda$  формулой

$$\lambda = \ln 2 / T. \quad (4.30)$$

Получим формулу для среднего времени  $\tau$  жизни ядра. За время  $(t, t + dt)$  распадается  $dN$  ядер, их время жизни можно считать одинаковым и равным  $t$ , это связано с малостью интервала  $dt$ . Суммарное время жизни этих ядер будет равно  $(-tdN)$ . Суммируя время жизни ядер по всем интервалам  $dt$  от нуля до бесконечности и деля эту сумму на первоначальное количество частиц  $N_0$ , получим

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} (-tdN) = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} (\lambda t) N dt = \int_0^{\infty} (\lambda t) e^{-\lambda t} dt = 1 / \lambda, \\ \tau = 1 / \lambda = T / \ln 2. \quad (4.31)$$

3. *Активность радиоактивного вещества.* Для описания интенсивности протекания процессов распада в радиоактивном веществе вводят понятие активности радиоактивного вещества. *Активность радиоактивного вещества определяет число распадов в радиоактивном веществе за единицу времени*



$$A = -dN/dt = -\lambda N = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow A = A_0 e^{-\lambda t}, \quad (4.32)$$

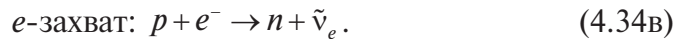
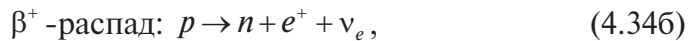
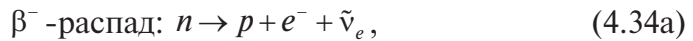
где начальная активность  $A_0$  радиоактивного вещества равна

$$A_0 = \frac{\ln 2}{T} N_0. \quad (4.33)$$

Единицей измерения активности в СИ является беккерель (Бк). При активности радиоактивного вещества в 1 Бк в веществе происходит один распад за одну секунду (1 Бк = 1 распад/с). Применяется более крупная единица, называемая кюри, она составляет 1 Ки =  $3,7 \cdot 10^{10}$  распад/с.

#### 4.2.5.2. $\beta$ -распад ядер

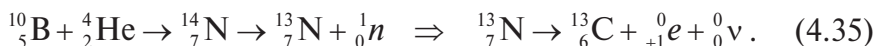
Как известно, электроны и позитроны не входят в состав ядра, поэтому они образуются в момент вылета из ядра при распаде нуклонов за счет слабого взаимодействия (см. формулу (4.10а, б)). Следовательно,  $\beta$ -распад — это внутринуклонный процесс. При этом протекают следующие реакции:



Реакция (4.34а) протекает с выделением энергии, поэтому она может протекать и для нейтрона, находящегося в свободном состоянии. Реакция (4.34б) происходит с поглощением энергии и поэтому протекает только внутри ядра, где протон может получить необходимую для протекания такой реакции энергию от других нуклонов.

Периоды полураспада  $\beta$ -активных ядер варьируются от  $10^{-2}$  с до  $10^{18}$  лет.

Отметим, что реакция  $\beta^+$ -распада, в отличие от  $\beta^-$ -распада, протекает только для радиоактивных элементов, полученных искусственным путем. Приведем пример создания искусственно радиоактивного ядра с последующим его  $\beta^+$ -распадом. При бомбардировке  $\alpha$ -частицами ядер бора получается искусственно радиоактивное ядро азота  ${}^{13}_7\text{N}$ , оно затем претерпевает  $\beta^+$ -распад



Электронный захват сопровождается характеристическим рентгеновским излучением, вызванным переходами электронов на освободившееся место либо в  $K$ -слое, либо в  $L$  — слое и т. д.

Нужно отметить, что исторически нейтрино (антинейтрино) были открыты в реакциях  $\beta^-$ -распада ядер. На существование этих частиц указывали сплошной спектр энергий вылетающих из атома электронов, а также нарушение законов сохранения импульса и момента импульса в этих реакциях.

Так, энергетический спектр электронов (он дает распределение числа электронов  $dN$  по кинетическим энергиям  $W_K$ ) оказался сплошным, кинетическая энергия вылетающих электронов изменялась непрерывно от нуля до максимального значения  $W_{K \text{ МАКС}}$  (рис. 4.7).

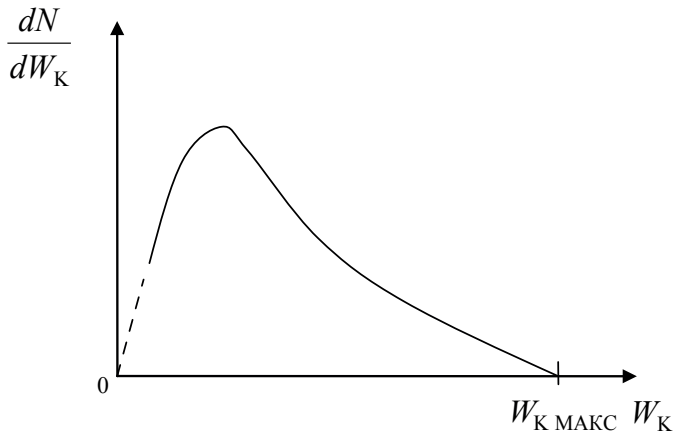


Рис. 4.7

Этот факт можно было объяснить тем, что при такой реакции образуется еще одна частица (антинейтрино), которая и забирает у электрона часть освобождающейся при реакции энергии (такое предположение сделал Паули, а название частице было дано Ферми). Причем распределение энергии между этими частицами будет различным для отдельных актов распада. Для случая  $W_K = W_{K \text{ МАКС}}$  электрон забирает практически всю энергию. Отметим, что для разных ядер  $W_{K \text{ МАКС}}$  изменяется в пределах (0,018–13,5) МэВ.

Как уже было отмечено в п. 4.1.7 (формула (4.10)), отсутствие нейтрино (антинейтрино) в реакциях (4.34а, б) приводит к невыполнению закона сохранения лептонного заряда.

$\beta$ -частицы распространяются в среде со скоростью порядка  $(1-2,89) \cdot 10^8$  м/с, что составляет 0,29–0,99 скорости света. При прохождении  $\beta$ -излучения через вещество большая часть энергии тратится на ионизацию и возбуждение атомов и молекул среды. Присутствуют также и радиационные потери (при столкновениях изменяется скорость частицы и происходит излучение фотонов). Интенсивность пучка электронов за счет этих процессов плавно убывает до нуля.

Пробег  $\beta$ -частиц в средах различен и зависит от энергии частиц и плотности среды.  $\beta$ -частицы с энергией меньше 0,1 МэВ проходят в воздухе путь, равный 10 см, в биологических тканях 0,16 мм, а  $\beta$ -частицы с энергией больше 1 МэВ соответственно 11 и 17,5 мм.

#### 4.2.5.3. $\alpha$ -распад ядер

$\alpha$ -распад наблюдается для ядер, содержащих большое число нуклонов ( $A > 200$ ,  $Z > 82$ ), число таких ядер превышает 200, имеется также около 20  $\alpha$ -радиоактивных ядер среди лантанидов. Среднее время жизни  $\alpha$ -ядер колеблется в широких пределах от  $3 \cdot 10^{-27}$  с ( $^{212}\text{Po}$ ) до  $(2-5) \cdot 10^{15}$  лет ( $^{142}\text{Ce}$ ,  $^{144}\text{Nd}$ ). Энергия  $\alpha$ -частиц, испускаемых тяжелыми ядрами, составляет порядка (4–9) МэВ, а ядрами лантанидов — (2–4,5) МэВ.

Широкие пределы изменения среднего времени  $\tau$  жизни (периода полураспада  $T$ ) радиоактивных ядер при сравнительно малых изменениях энергии  $W_\alpha$  вылетающих  $\alpha$ -частиц находят свое отражение в экспериментально установленной формуле (Гейгер и Неттолла, 1911 г.)

$$\ln T = b / \sqrt{W_\alpha} + c, \quad (4.36)$$

из нее, в частности, следует, что

$$T = \exp(b / \sqrt{W_\alpha} + c). \quad (4.37)$$

В формуле (4.36) постоянные величины  $b$ ,  $c$  определяются опытным путем. Из выражения (4.37) видно, что малые изменения энергии  $\alpha$ -частицы (показателя экспоненты) приводят к существенному изменению периода полураспада  $T$ , т. е. самой экспоненты.

Теоретическое объяснение  $\alpha$ -распад получил на основе туннельного эффекта.  $\alpha$ -частица, которая образуется в момент вылета из ядра, встречает на границе ядра высокий потенциальный барьер, который она преодолевает за счет туннельного эффекта (см. п. 2.8, пример 2).

Для вероятности выхода  $\alpha$ -частицы из ядра, т. е. для коэффициента прозрачности  $D$ , в п. 2.8 была записана следующая формула:

$$D = e^{\frac{-\text{const}}{\sqrt{W_\alpha}}} \quad (4.38)$$

Из формулы (4.38) можно получить формулу Гейгера — Неттолла (4.36), если учесть, что коэффициент прозрачности  $D$  прямо пропорционален постоянной распада  $\lambda$ .

Отметим, что для радиоактивных ядер одного семейства, испытывающих  $\alpha$ -распад, энергия вылетающих  $\alpha$ -частиц изменяется незначительно относительно определенного значения  $W_0$ :  $W_\alpha = W_0 + \Delta W_\alpha$ ,  $\Delta W_\alpha \ll W_0$ . В соответствии с формулой (4.36) малые изменения энергии  $\alpha$ -частиц должны привести к существенным изменениям периодов  $T$  полураспада (на несколько порядков), что также подтверждается экспериментом.

Энергия, выделяемая при  $\alpha$ -распаде (формула (4.27г)), делится между  $\alpha$ -частицей и дочерним ядром обратно пропорционально их массам. Если дочернее ядро образуется в возбужденном состоянии, то кинетическая энергия  $\alpha$ -частицы уменьшается на энергию возбуждения и, напротив, возрастает, если распадается возбужденное ядро.

Дискретность энергетических уровней энергии ядра приводит к тому, что возникают несколько групп  $\alpha$ -частиц, имеющих одну и ту же кинетическую энергию. Следовательно, тонкая структура спектров  $\alpha$ -частиц позволяет определить энергию возбужденных состояний ядер.

Проходя через вещество,  $\alpha$ -частицы вызывают ионизацию и возбуждение атомов и молекул, а также диссоциацию молекул. Потери энергии  $\alpha$ -частиц на образование ядер отдачи и тормозное излучение будут незначительными.

Большая начальная скорость  $\alpha$ -частиц ( $v \approx 10^7$  м/с) приводит к тому, что до остановки они успевают образовать на своем пути примерно  $10^5$  пар ионов.

Траектория движения  $\alpha$ -частиц представляет собой отрезок прямой, причем интенсивность пучка  $\alpha$ -частиц остается постоянной, если пройденный ими путь меньше длины пробега  $R$  (это расстояние, проходимое в веществе частицей до ее полной остановки, т. е. до момента времени, когда она приходит в тепловое равновесие с окружающей средой). В воздухе длина пробега  $\alpha$ -частиц составляет несколько сантиметров, для плотных веществ — порядка 0,01 мм.

#### 4.2.5.4. $\gamma$ -излучение ядер

$\gamma$ -излучение не представляет собой самостоятельный вид радиоактивного распада. Оно сопровождает  $\alpha$ - и  $\beta$ -распады, а также любые взаимные превращения ядер, при которых происходит переход ядра из возбужденных состояний в основное.

Оказывается, что уровни энергии ядра, так же как и уровни энергии атома, квантуются, т. е. принимают дискретный набор значений, но расстояние между ядерными уровнями энергии в  $10^4$  раз превышает расстояния между электронными уровнями энергии.

При радиоактивном распаде ядер обычно наблюдаются  $\gamma$ -кванты с длиной волны  $\lambda \approx (0,1 - 0,00025)$  нм, а при ядерных реакциях встречаются  $\gamma$ -кванты с длинами волн  $\lambda \approx 0,00006$  нм.  $\gamma$ -излучение ядер имеет линейчатый спектр, связанный с дискретными уровнями энергии возбужденных ядер.

Установлено, что  $\gamma$ -излучение испускается дочерним (а не материнским) ядром при его переходе из возбужденного состояния в основное состояние.

Возможен также переход ядра из возбужденного состояния в основное, при котором энергия передается непосредственно электрону атома, без излучения  $\gamma$ -кванта. При этом электрон покидает атом. Это явление называется *внутренней конверсией*, а выбиваемый электрон называется *конверсионным электроном*. Внутренняя конверсия сопровождается характеристическим рентгеновским излучением за счет перехода электронов атома на образовавшееся вакантное место во внутренней оболочке атома.

$\gamma$ -кванты не имеют электрического заряда, поэтому на них не действуют кулоновские силы. Масса покоя  $\gamma$ -квантов равна нулю, поэтому они могут двигаться только со скоростью света  $c$ , т. е. они не могут замедляться в веществе, как  $\alpha$ -частицы и электроны.

Для зависимости интенсивности пучка  $\gamma$ -излучения от расстояния, пройденного в веществе, можно также записать формулу (см. раздел «Волновая оптика»), которая применяется при рассмотрении рассеяния света веществом.

Параллельный пучок  $\gamma$ -квантов при прохождении через вещество рассеивается за счет таких процессов, как фотоэффект, эффект Комптона и образование электронно-позитронной пары.

При фотоэффекте электрон в атоме поглощает фотон и использует его энергию для вылета из атома, этот процесс рассеяния характе-

рен для энергий  $\gamma$ -квантов  $W_\gamma \leq 0,01$  МэВ и сопровождается характеристическим рентгеновским излучением.

При эффекте Комптона рассеяние  $\gamma$ -кванта происходит за счет его неупругого столкновения с атомом, со свободным электроном, этот процесс характерен для энергий  $\gamma$ -квантов, принимающих значения, равные  $W_\gamma \approx 0,5$  МэВ.

Для образования электронно-позитронной пары ( $\gamma \rightarrow e^- + e^+$ ) необходима энергия  $\gamma$ -кванта, равная  $W_\gamma = 1,02$  МэВ, — это минимальная энергия, необходимая для образования электронно-позитронной пары. Поэтому этот процесс наблюдается при энергиях  $W_\gamma \geq 1,02$  МэВ и является при таких энергиях практически единственным процессом поглощения  $\gamma$ -излучения в веществе.

#### 4.2.5.5. Влияние радиоактивного излучения на человека

Любые радиоактивные излучения оказывают вредное влияние на живую ткань, на человека. Они вызывают гибель клеток, выбивают из сложных биологических молекул атомы, приводят к ионизации атомов, к смещению их в молекуле. Все это приводит к возникновению несвойственных организму, живой ткани процессов и в итоге к возникновению различных опухолей и раковых заболеваний.

Для количественной характеристики воздействия радиоактивного излучения на вещество вводится понятие *поглощенной дозы*  $D$ , она определяет энергию излучения, которая поглощается единицей массы вещества. Единицей поглощенной дозы является *грей* (1 Гр), один грей — это такая доза облучения, при которой 1 кг вещества поглощает энергию излучения в один джоуль. Широко распространена *внесистемная единица рад*: 1 рад = 0,01 Гр.

Для того чтобы оценить биологическое воздействие различных видов радиоактивного излучения на живую ткань, на организм человека, вводят понятие *коэффициент качества излучения* ( $K$ ), он показывает, во сколько раз биологический эффект от данного вида излучения превышает биологический эффект от электромагнитного излучения при одной и той же поглощенной дозе.

Приведем значения  $K$  для разных видов радиоактивного излучения.

1)  $\gamma$ -излучение.  $K = 1$ .  $\gamma$ -излучение обладает большой проникающей способностью, оно пронизывает тело человека насквозь.

2)  $\beta$ -излучение.  $K = 1$ . Оно обладает меньшей проникающей способностью, чем  $\gamma$ -излучение.  $\beta$ -излучение проникает в тело человека на глубину порядка 2 см.

$\beta$ - и  $\gamma$ -излучения дают наибольший вклад во внешнее облучение человека, они вызывают ионизацию и возбуждение атомов тканей человека;

3)  $\alpha$ -излучение.  $K = 20$ , проникающая способность равна нулю. Оно задерживается одеждой и кожей человека.  $\alpha$ -излучение может попасть внутрь человека вместе с пищей или через слизистые оболочки носа или глаз, либо через легкие человека. Это излучение дает наибольший вклад во внутреннее облучение человека. Обладая большой массой и скоростью,  $\alpha$ -частицы при своем торможении в биологической ткани приводят к ионизации и возбуждению большого количества атомов ( $\sim 10^5$  пар ионов), к выбиванию атомов из биологически сложных молекул. Это обуславливает ряд особенностей тех химических реакций, которые протекают в веществе, в частности, в живой ткани (образование сильных окислителей, свободного водорода и кислорода и др.). Эти радиохимические реакции, протекающие в биологических тканях под воздействием  $\alpha$ -лучей, в свою очередь вызывают особую, большую, чем у других видов ионизирующих излучений, биологическую эффективность.

4) Поток нейтронов с энергией  $W < 10$  кэВ,  $K = 3$ , а для потока нейтронов с энергией  $W > 0,5$  МэВ  $K = 10$ .

Для описания биологического воздействия радиоактивного излучения на человека, на живую ткань вводится понятие *эквивалентной дозы*  $H$ , она равна произведению поглощенной дозы на коэффициент качества излучения ( $H = D \cdot K$ ) и измеряется в зивертах:  $1 \text{ Зв} = 1 \text{ Гр}$  при  $K = 1$ . Один зиверт является достаточно большой величиной, поэтому используют меньшие единицы измерения, такие как *бэр*;  $1 \text{ Бэр} = 0,01 \text{ Зв}$ .

Известны следующие оценки влияния радиоактивного излучения на человека. Получение одновременно дозы излучения в 50 Бэр приводит к лучевой болезни человека. Получение за один год суммарной дозы облучения в 150 Бэр приводит также к лучевой болезни.

Вводится понятие *предельной допустимой дозы* (ПДД) — это такая доза, которая в течение всей жизни человека (около 70 лет) не вызывает генетических и соматических (телесных) изменений. Установлено, что при ПДД, равной 0,5 Бэр в год, у человека в 70 лет может воз-

никнуть раковая болезнь. Поэтому считается, что ПДД составляет около 0,5 Бэр/год.

ПДД включает в себя, в основном, три основных вклада: 1) природный фон; 2) проживание в современных зданиях; 3) медицинские обследования.

Природный фон содержит естественные источники ионизирующих излучений, такие как космические лучи, естественная радиоактивность почвы, воды и воздуха. Она составляет на территории России примерно 0,04–0,2 Бэр в год.

Проживание в современных зданиях — за счет наличия радиоактивных ядер в применяемых строительных материалах может составить примерно одну треть ПДД (0,14 Бэр в год).

Медицинские обследования также дают определенный вклад в ПДД (примерно 0,14 Бэр/год). Для уменьшения этого вклада в ПДД во многих современных медицинских приборах используют радиоактивное излучение малой интенсивности.

#### 4.2.6. Ядерная энергетика

##### 4.2.6.1. Цепные реакции деления тяжелых ядер

Самым удобным видом энергии является электроэнергия, ее можно легко транспортировать, накапливать и преобразовывать в другие виды энергии. В больших количествах она вырабатывается на электростанциях.

Общая схема выработки электроэнергии на любой электростанции заключается в наведении ЭДС индукции в равномерно вращающейся в магнитном поле проволочной рамке (см. рис. 4.8, генератор). Вращение рамки создается турбиной (см. рис. 4.8), вращательное движение турбины вызвано либо энергией падающей воды (гидроэлектростанция), либо энергией водяного пара, полученного сжиганием обычного топлива (газ, нефть, каменный уголь, тепловые станции) или ядерного топлива (атомные электростанции).

В настоящее время выработка электроэнергии на атомных станциях является наиболее перспективным направлением развития электроэнергетики. Это связано с тем, что, во-первых, при сгорании ядерного топлива не происходит в большом количестве выбросов в атмосферу вредных веществ, и, во-вторых, для получения одного и того же количества электроэнергии необходимо значительно меньше ядерного топлива (в кг), чем при использовании традиционных видов топлива, запасы которых к тому же быстро истощаются. Альтернативная энер-



гетика типа солнечных батарей, приливных станций и ветроэнергетики дают малый вклад в суммарную потребность в энергии общества.

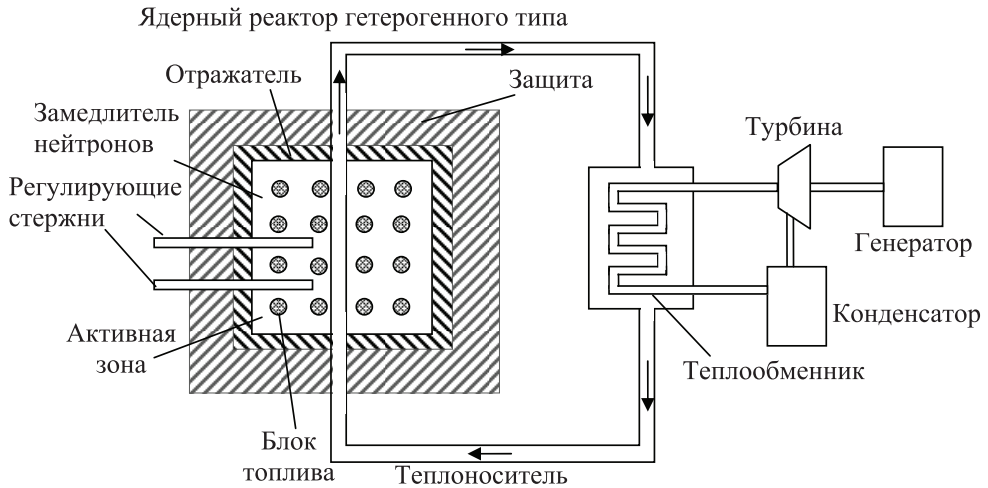
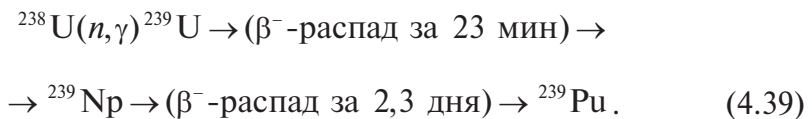


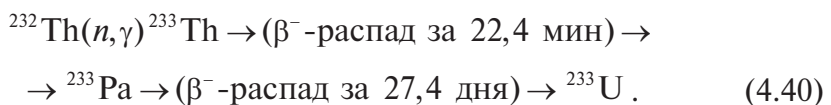
Рис. 4.8

Рассмотрим основные схемы использования ядерного топлива и перспективы развития ядерной энергетики.

Под ядерным топливом понимают вещество, которое используется в ядерных реакторах для осуществления ядерной цепной реакции деления. Существует только одно природное ядерное топливо — это урановая руда. Она содержит делящиеся ядра  $^{235}\text{U}$ , они обеспечивают протекание цепной реакции (ядерное горючее) и так называемые сырьевые ядра  $^{235}\text{U}$ . Ядра  $^{235}\text{U}$  способны захватывать нейтроны и превращаться в новые делящиеся ядра  $^{239}\text{Pu}$ , оно представляет собой не существующее в природе вторичное горючее



Вторичным горючим является также не встречающиеся в природе ядра  $^{233}\text{U}$ , образующиеся в результате захвата нейтронов сырьевыми ядрами  $^{232}\text{Th}$



Ядерное топливо размещается в тепловыделяющих элементах (ТВЭЛах) ядерного реактора.

Ядерный реактор — это устройство, в котором осуществляется управляемая ядерная цепная реакция, сопровождающаяся выделением энергии. К 1982 г. в мире работало около тысячи ядерных реакторов различных типов.

Основными частями любого ядерного реактора являются: активная зона, где находится ядерное топливо, протекает цепная реакция ядерного деления и выделяется энергия; отражатель нейтронов, окружающий активную зону; теплоноситель для отвода тепла из активной зоны; система регулирования цепной реакции, включающая в себя стержни, поглощающие нейтроны; радиационная защита (см. рис. 4.8).

*Цепная реакция деления тяжелых ядер — это ядерная реакция, самопроизвольно поддерживаемая в веществе за счет вовлечения в нее все нового и нового числа делящихся ядер.* Среди изотопов урана ее можно осуществить для ядра  $^{235}\text{U}$ . Под действием нейтрона, попадающего в ядро, оно возбуждается и делится на два радиоактивных осколка (ядра) разной массы, которые разлетаются с большими скоростями, и на два-три нейтрона (рис. 4.9).

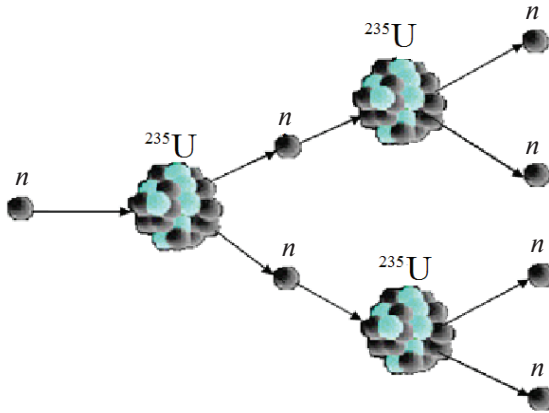
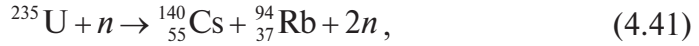


Рис. 4.9

Нейтроны, вылетающие в процессе деления из ядра, могут, в свою очередь, вызвать реакцию деления соседних ядер  $^{235}\text{U}$ , которые также испускают нейтроны, способные вызвать дальнейшее деление ядер. В итоге число делящихся ядер возрастает, возникает цепная реакция.

Исследования показали, что деление может происходить разными путями, наиболее вероятным является деление на осколки, массы которых относятся как 2:3. Запишем одну из возможных реакций деления  $^{235}\text{U}$ :



Получаемые при делении урана осколки являются радиоактивными и после ряда превращений из них получаются стабильные изотопы церия и циркония (формула (4.42)).

Энергетический выход при делении ядра урана составляет примерно 1 МэВ на нуклон, причем основную часть энергии уносят осколки.

Основная характеристика ядерного реактора — его мощность. Мощность в 1 МВт соответствует цепной реакции, в которой происходит  $3 \cdot 10^{16}$  актов деления в 1 с.

Состояние реактора характеризуется коэффициентом размножения нейтронов, он дает быстроту роста числа нейтронов, вызывающих деление ядер, и равен отношению числа нейтронов, вызвавших деление в данном поколении, к числу аналогичных нейтронов предыдущего поколения. Для цепной реакции, изображенной на рис. 4.9, коэффициент размножения нейтронов равен  $K = 4/2 = 2$ . Если эффективный коэффициент размножения нейтронов  $K_{\text{эф}}$  в активной зоне больше единицы ( $K_{\text{эф}} > 1$ ), то цепная реакция нарастает во времени; если  $K_{\text{эф}} < 1$ , то реакция затухает, а при  $K_{\text{эф}} = 1$  идет стационарный процесс, число делений постоянно во времени. В качестве делящегося вещества в ядерном реакторе применяют  $^{235}\text{U}$ ,  $^{239}\text{Pu}$ ,  $^{233}\text{U}$ . Если активная зона кроме ядерного топлива содержит замедлитель нейтронов (графит, вода и другие вещества, содержащие легкие ядра), то основная часть делений происходит под действием тепловых нейтронов.

В ядерных реакторах на тепловых нейтронах используют природный уран, в котором берется повышенное содержание ядер  $^{235}\text{U}$  ((2–4)%  $^{235}\text{U}$  вместо 0,71%  $^{235}\text{U}$  в природном уране). Малое содержание ядер  $^{235}\text{U}$  можно компенсировать замедлением нейтронов до тепловых скоростей (при этом кинетическая энергия нейтрона составляет порядка 0,03 эВ). Это увеличивает в сотни раз вероятность захвата тепловых нейтронов ядрами  $^{235}\text{U}$  с последующим их делением, что и позволяет осуществить цепную реакцию деления ядер  $^{235}\text{U}$ .

Регулирование цепной реакции в ядерном реакторе на тепловых нейтронах осуществляется обычно введением в активную зону (или выведением из нее) стержней из веществ, сильно поглощающих нейтроны (бор, кадмий и др., рис. 4.8). Если стержни введены глубоко, поглощение нейтронов в них велико и цепная реакция невозможна.

Для ядерных реакторов, у которых в активной зоне отсутствует замедлитель, основная часть делений вызывается быстрыми нейтронами с энергией  $W_n > 30$  кэВ (быстрый реактор). Возможны реакторы и на промежуточных нейтронах с энергией (1–100) эВ.

По конструкции ядерные реакторы делятся на гетерогенные и гомогенные. В гетерогенных реакторах ядерное топливо распределено в активной зоне дискретно в виде блоков, между которыми находится замедлитель нейтронов (см. рис. 4.8). В гомогенных реакторах ядерное топливо и замедлитель представляют собой однородную смесь (раствор или суспензия). Наиболее распространенными являются гетерогенные ядерные реакторы, в них блоки с ядерным топливом располагаются в активной зоне в виде стержней (ТВЭЛов), образующих правильную решетку (см. рис. 4.8).

В реакторах на быстрых нейтронах помимо выработки электроэнергии происходит образование вторичного горючего, которое может быть использовано для производства электроэнергии. Тепловая мощность современных энергетических ядерных реакторов достигает (3–5) ГВт.

#### 4.2.6.2. Термоядерные реакции

Существует еще одно перспективное направление в ядерной энергетике, это управляемый термоядерный синтез (УТС). Под ним понимают процесс слияния легких атомных ядер, проходящий с выделением энергии, при высоких температурах в регулируемых управляемых условиях.

Среди реакций синтеза легких ядер для УТС представляют интерес следующие термоядерные реакции:



В скобках указана энергия, которая выделяется при протекании реакции.

Реакции синтеза легких ядер называют термоядерными, так как протекание таких реакций требует больших температур (порядка  $T \approx 10^9 \text{ K}$ ), при которых смесь веществ превращается в плазму (ионизированный газ).

Действительно, для того чтобы началась ядерная реакция, необходимо сблизить ядра до расстояний, на которых вступают в игру ядерные силы (порядка  $10^{-15} \text{ м}$ ). Для этого необходимо преодолеть кулоновское отталкивание ядер, что можно сделать, сообщая ядрам большую начальную скорость их сближения, т. е. нагревая плазму до высокой температуры.

Разогрев плазмы до высоких температур является первым препятствием на пути осуществления термоядерного синтеза. Для нагрева плазмы свыше температуры  $T \approx 10^8 \text{ K}$  применяют высокочастотный нагрев или ввод энергии в плазму с помощью потока быстрых нейтральных частиц.

Вторым препятствием для осуществления УТС является необходимость удержания плазмы длительное время вне контакта со стенками рабочей камеры, так как любой контакт приводит к резкому снижению температуры плазмы и прекращению термоядерных реакций.

Было установлено, что для возникновения термоядерной реакции необходимо, чтобы произведение плотности  $n$  высокотемпературной плазмы на время  $\tau$  удержания этой плотности превышало  $n\tau \geq 0,5 \cdot 10^{20} \text{ с/м}^3$  для реакции (4.35а), протекающей при температуре  $T \approx 2 \cdot 10^8 \text{ K}$ , и  $n\tau \geq 10^{21} \text{ с/м}^3$  для реакции (4.35б), проходящей при температуре  $T \approx 10^9 \text{ K}$ . Это условие получило название *критерия Лоусона*.

Из этого критерия следует, что время удержания плазмы должно составлять порядка несколько секунд. Трудность этой задачи состоит в том, что плазма является крайне неустойчивой из-за дальнедействующих между заряженными частицами кулоновских сил, в ней при любом слабом возмущении возникают коллективные движения и плазма выбрасывается на стенки камеры.

Для решения этой задачи можно использовать магнитную термоизоляцию плазмы. Известно, что заряженные частицы перемещаются вдоль линий магнитного поля, навиваясь на них, и для замкнутых линий магнитного поля возникает возможность удержания плазмы вне контакта со стенками тороидальной камеры.

Существующие в настоящее время установки с магнитным удержанием плазмы еще не достигают параметров, необходимых для проведения УТС. Параметры же строящихся в настоящее время установок должны подойти к пороговым значениям параметра ( $n\tau$ ), и анализ их работы позволит сделать вывод о типе термоядерного реактора будущего.

Существует еще один тип установок, в котором на таблетку из смеси дейтерия и трития (либо просто из дейтерия) с разных сторон посылают мощное излучение нескольких лазеров, что приводит к быстрому нагреву таблетки до высокой температуры, причем лазерное излучение сжимает образовавшуюся плазму и способствует протеканию УТС.

Управляемый термоядерный синтез позволит решить энергетические проблемы человечества, поскольку дейтерий, содержащийся в воде океанов, представляет собой практически неисчерпаемый источник дешевого горючего для управляемых термоядерных реакций типа (4.43б). Так можно извлечь 1 грамм дейтерия из 60 литров воды. Однако высокое энерговыделение и большая скорость реакции слияния ядер дейтерия и трития (реакция типа (4.43а)) делают равнокомпонентную смесь дейтерия и трития наиболее перспективной для решения проблемы управляемого термоядерного синтеза (УТС). Тритий радиоактивен (период его полураспада 12,5 лет) и в природе на Земле не встречается. Поэтому необходимо предусмотреть при создании установки по УТС его производство (например, по реакции (4.43в)).

Представляет интерес и реакция (4.43г), для протекания которой требуется изотоп гелия  ${}^3_2\text{He}$ . Он имеется в достаточном количестве на Луне.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

---

**Н**астоящее учебное пособие посвящено изложению основ квантового описания окружающего нас мира. На базе выстроенных в исторической последовательности экспериментальных фактов сформулированы основные понятия и принципы современной квантовой теории. Использование математического аппарата сведено при этом до минимума, необходимого для понимания и непротиворечивого описания простейших квантовых явлений (столь противоречащих нашему обыденному опыту).

На основе введенных квантово-механических принципов и понятий обозначен круг вопросов, исследуемых в рамках современной квантовой теории: от эволюции Вселенной и описания свойств элементарных частиц до основ физики полупроводников и квантовых технологий.

Сформированные в процессе изучения данного курса компетенции необходимы для дальнейшего освоения таких бурно развивающихся прикладных направлений, как квантовое материаловедение (наноматериалы), квантовая химия, квантовая информатика.

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

---

### Квантовые компьютеры

---

1. Валиев К. А. Квантовые компьютеры и квантовые вычисления / К. А. Валиев // Успехи физических наук. 2005. Т. 175, № 1. С. 18.
2. Квантовый компьютер и квантовые вычисления / глав. ред. В. А. Садовничий. Ижевск : ИЖТ, 1999. 288 с.
3. Нильсен М. Квантовые вычисления и квантовая информация / М. Нильсен, И. Чанг. Москва : Мир, 2006. 824 с.

### Квантовая криптография

---

4. Килин С. Я. Квантовая информация / С. Я. Килин // Успехи физических наук. 1999. Т. 169. С. 507–527.
5. Румянцев К. Е. Экспериментальные испытания телекоммуникационной сети с интегрированной системой квантового распределения ключей / К. Е. Румянцев, А. П. Пленкин // Телекоммуникации. 2014. № 10. С. 11–16.
6. Румянцев К. Е. Синхронизация системы квантового распределения ключа в режиме однофотонной регистрации импульсов для повышения защищенности / К. Е. Румянцев, А. П. Пленкин // Радиотехника. 2015. № 2. С. 125–134.



## Квантовая телепортация (линии связи)

---

7. Валиев К. А. Квантовые компьютеры и квантовые вычисления / К. А. Валиев // Успехи физических наук. 2005. Т. 175, № 1. С. 18.
8. Белинский А. В. Квантовая нелокальность и отсутствие априорных значений измеряемых величин в экспериментах с фотонами / А. В. Белинский // Успехи физических наук. 2003. Т. 173, № 8.
9. Баргатин И. В. Запутанные квантовые состояния атомных систем / И. В. Баргатин, Б. А. Гришанин, В. Н. Задков // Успехи физических наук. 2001. Т. 171, № 6. С. 625–647.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

---

1. КВАНТОВАЯ ОПТИКА .....	3
1.1. Тепловое излучение .....	3
1.2. Внешний фотоэффект. Законы фотоэффекта и их объяснение .....	16
1.3. Тормозное рентгеновское излучение. Эффект Комптона. Опыт Боте .....	22
1.4. Природа электромагнитного излучения .....	27
2. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ .....	30
2.1. Идея де Бройля. Опыты, подтверждающие волновые свойства микрочастиц .....	30
2.2. Соотношения неопределенностей Гейзенберга .....	34
2.3. Волновая функция. Стандартные условия. Уравнение Шредингера. Схема решения задач механики .....	40
2.4. Задача 1. Свободная микрочастица .....	45
2.5. Задача 2. Микрочастица в прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками .....	47
2.6. Задача 3. Микрочастица в потенциальном поле в виде бесконечно протяженной прямоугольной ступеньки (низкая ступенька).....	51
2.7. Задача 4. Микрочастица в потенциальном поле в виде бесконечно протяженной прямоугольной ступеньки (высокая ступенька).....	53
2.8. Задача 5. Туннельный эффект .....	56
2.9. Задача 6. Гармонический осциллятор .....	61

---

3. АТОМ ВОДОРОДА. МНОГОЭЛЕКТРОННЫЕ АТОМЫ.....	64
3.1. Атом водорода .....	64
3.2. Многоэлектронные атомы.....	79
4. ОСНОВЫ ФИЗИКИ ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ ....	96
4.1. Элементы физики элементарных частиц .....	96
4.2. Физика атомного ядра.....	124
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	149
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА .....	150

*Учебное издание*

**Волков** Аркадий Германович  
**Повзнер** Александр Александрович

**КУРС ФИЗИКИ.**  
**Квантовая физика**

Редактор *Н. П. Кубыщенко*  
Верстка *Е. В. Ровнушкиной*

Подписано в печать 13.06.2017. Формат 70×100 1/16.  
Бумага писчая. Цифровая печать. Усл. печ. л. 12,6.  
Уч.-изд. л. 9,6. Тираж 50 экз. Заказ 206.

Редакционно-издательский отдел ИПЦ УрФУ  
620049, Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 5  
Тел.: 8 (343) 375-48-25, 375-46-85, 374-19-41  
E-mail: rio@urfu.ru

Отпечатано в Издательско-полиграфическом центре УрФУ  
620000, Екатеринбург-83, ул. Тургенева, 4  
Тел.: 8 (343) 350-90-13, 358-93-06, 350-58-20  
Факс: 8 (343) 358-93-06  
<http://print.urfu.ru>

*Для заметок*





### **ВОЛКОВ АРКАДИЙ GERMANOVICH**

Кандидат физико-математических наук, доцент.

Сфера научных интересов: физика сильно коррелированных систем; электронные и фазовые переходы; нелинейные электронные процессы в кристаллах и наносистемах.

### **ПОВЗНЕР АЛЕКСАНДР АЛЕКСАНДРОВИЧ**

Доктор физико-математических наук, профессор.

Научные интересы связаны с квантовой физикой и физикой конденсированного состояния. В частности, с такими лежащими в основе развития квантовых технологий направлениями, как явление квантовой критичности; электронные переходы полупроводник – металл; *ab initio* исследование электронной структуры кристаллических систем; нелинейные электронные процессы в кристаллах и наносистемах.