

бинарной алгебраической операции \overline{Wab} есть эквивалентность $(\overline{WNab}) \Leftrightarrow Y(WNab)$, где « \Leftrightarrow » обозначает некую (любую) эквивалентность, \overline{W} – некую (любую) бинарную алгебраическую операцию, имеющую векторный аспект, Na – некую (любую) унарную алгебраическую операцию, представляющую собой инверсию скалярного значения (чего) a , а $Y\omega$ – инверсию вектора или векторного аспекта (чего) ω . Стрелка сверху (чего) ω обозначает вектор (чего) ω , являющийся в данном случае существенным, а Y – инверсия вектора, т. е. обращение его вспять. Иначе говоря, $Y\omega$ обозначает направление прямо противоположное направлению ω .

3. Кроме предусмотренных пунктами 1 и 2 данного определения, других законов контрапозиции нет.

В том частном случае, когда векторный характер величин не является существенным, например, в классической логике, дефиниция Def-Con-Vect «вырождается» в хорошо знакомую логическую эквивалентность: $WNab \leftrightarrow WNba$, где a и b высказывания, N – классическое отрицание, а символ \leftrightarrow обозначает классическую логическую эквивалентность. Если в эквивалентности $WNab \leftrightarrow WNba$ интерпретировать W как классическую импликацию, то мы получим общеизвестный закон контрапозиции (материальной) импликации в классической логике. Если же интерпретировать W (в эквивалентности $WNab \leftrightarrow WNba$) как коррекцию, то мы получим вышеупомянутый закон контрапозиции коррекции в классической логике.

Но это – скромные частные случаи значительно более общего и фундаментального понятия «закон контрапозиции», точно определенного выше дефиницией Def-Con-Vect.

В КАКОМ СМЫСЛЕ СИЛЛОГИСТИКА БОЛЬЦАНО ЯВЛЯЕТСЯ НЕАРИСТОТЕЛЕВСКОЙ?

Т. С. Козьякова

*магистрантка 2 курса направления «Интеллектуальные системы в гуманитарной сфере» Департамента философии
Института социальных и политических наук Уральского
федерального университета имени первого Президента России
Б. Н. Ельцина, г. Екатеринбург*

Силлогистика Бернарда Больцано является одной из неаристотелевских силлогистических теорий, наряду с системами, предложенными Г. В. Лейбницем и Л. Кэрроллом. Как правило, под термином «неаристотелевских» силлогистик понимают системы, в которых ряд силлогистических утверждений, принимаемых

Аристотелем, не является законами. Рассмотрим основные особенности системы Больцано с точки зрения ее принадлежности к данному классу систем.

Прежде всего, необходимо выделить основные понятия и экзистенциальные предпосылки, лежащие в основе рассматриваемой силлогистической теории.

Базовыми составными частями предложений в теории Больцано являются представления, которые могут быть предметными или беспредметными, конкретными или абстрактными.

Предметные представления включают в себя один или несколько предметов, в то время как беспредметные предметами не обладают и, соответственно, лишены объема. В свою очередь, под объемом подразумевается такое свойство представления, в силу которого оно представляет именно эти предметы, а не какие-либо другие.

Конкретные представления – «конкреты» – необходимо обладают логическим объемом: они обязательно либо пусты (беспредметны), либо непусты (предметны). Только конкреты могут выступать в качестве субъекта предложения. Причем истинным оно будет считаться лишь в том случае, если конкрет является предметной: «<...> Предложением можно назвать лишь языковое выражение формы «А имеет В», субъект которого не является беспредметным представлением, в котором субъект имеет в действительности соответствующий предмет»¹⁹⁶. Так, например, предложение «Замок из золота является драгоценным» нельзя рассматривать ни как истинное предложение, ни как предложением вообще. «Абстракты» являются абстрактными представлениями: признаками, соответствующими определенным конкретам.

Кроме того, Больцано отдельно выделяет особый третий тип представления – представление «нечто», которое соответствует непустой предметной области вообще. Если к такого рода представлению приписать абстракту, оно превращается в конкрету, предметная область, которой определяется признаками, описываемыми приписанной абстрактой.

В то время как абстракты могут быть простыми, конкреты всегда являются сложными (составными), так как представляют собой своеобразную сумму представления «нечто» и предложения «которое имеет В».

Предложения в теории вывода Больцано состоят из трех частей: субъективного представления (субъект, или основание) – предмет, о котором идет речь в предложении; предикативного представления (предикат, или сказуемое) – свойства предмета; и представления, объединяющего эти две части – связка,

¹⁹⁶ Больцано Б. Учение о науке / пер. с нем. Б. И. Федорова. СПб.: Наука, 2003. С. 129.

или соединительная часть (понятие «иметь»). Объем предложения полностью совпадает с объемом субъекта: если субъектное представление является пустым, то и все предложение беспредметно.

Традиционная для аристотелевской силлогистики связка между субъектом и предикатом «есть» («суть») в логике Больцано заменяется на глагол «имеет»: все предложения, в том числе сложные (субъект которых сам является предложением), могут быть сведены к форме «*A* имеет (свойство) *b*». Обоснование данной замены приводится им в параграфе 127 труда «Учение о науке»¹⁹⁷:

«Предложение формы *A есть* (предложение существования) (*Existenzialesatz*), очевидно, не имеет иного смысла, кроме как *A имеет наличное бытие* (*Dasein*) <...>. Предложение формы *A есть B* не имеет никакого иного смысла, кроме как *A имеет b*, поскольку *b* выражает абстракту, относящуюся к конкрете *B*, а слово *есть* употреблено в значении вышеприведенного предложения существования. Но здесь речь идет не о наличном бытии <...>. Здесь слово *есть* употреблено в значении понятия «иметь». Предложение *A есть B* правильнее интерпретировать как «*A имеет (свойство некоторого B или) b*».

Использование конструкции «*A есть B*», по мнению Больцано, в практике словоупотребления обосновано лишь тем, что конкреты используются в языке чаще, чем соответствующие им абстракты, поскольку первыми обозначают предметы, а вторыми – свойства. При этом связкой может выступать не непосредственно глагол «иметь», а любой другой, содержащий его в качестве составной части. Так, например, предложения «*A должен*», «*A хочет*», «*A действует*», «*A чувствует*» могут быть проинтерпретированы как «*A имеет долг*», «*A имеет действие*», «*A имеет желание*», «*A имеет чувство*» и так далее. Аналогично отношения вероятности, необходимости и случайности («*A имеет, вероятно, b*») транслируются в сложные предложения вида «предложение, что *A имеет b*, имеет вероятность».

Концепция отрицания у Больцано так же отличается от традиционной и аристотелевской силлогистик. В традиционной логике различие между отрицанием перед связкой и перед предикатом не выделяется. В концепции Аристотеля высказывания «не есть *P*» и «есть не *P*» являются семантически различными, и отрицанием «есть *P*» должно считаться выражение «не есть *P*», а не «есть не *P*». Характер высказывания определяет связка: «есть не *P*» и «есть *P*» оказываются отнесенными в класс утвердительных, а «не есть *P*» и «не есть не *P*» отрицательных. В отличие от данных концепций, отрицание у Больцано

¹⁹⁷ Там же. С. 127.

считается составной частью предиката, и не может относиться к глаголу-связке: «Понятие *отрицания* не следует никогда относить к связке, т. е. к понятию «иметь», но лишь к сказуемому предложения, которое мы называем отрицательным <...>. Если же относить понятие отрицания к связке, то возникает впечатление о ложности всего предложения». Другими словами, все предложения, которые могут быть выражены формулой «А не имеет b», означают отсутствие свойства b у объекта А и, следовательно, должны рассматриваться как «А имеет отсутствие b»¹⁹⁸.

Все повествовательные предложения в дедуктивной теории Больцано сводятся к тринадцати «стандартным формам». Первые три из стандартных форм употребляются в качестве посылок и заключений:

I – Каждое А имеет (не) b.

II – Ложно, что каждое А имеет (не) b.

III – Представление [нечто] (a + b + c + ...) имеет предметность.

Правила вывода, составляющие основу его дедуктивной теории, образуются из различных комбинаций этих стандартных форм, находящихся в отношении выводимости. В качестве логического условия выступает требование совместимости посылок, являющееся следствием определения отношения выводимости.

В число указанных правил «погружаются» силлогистические выводы, для которых Больцано использует формы I и III:

SaP – S имеет P.

SeP – S имеет не-P.

SiP – Представление [нечто] (s + p) имеет предметность.

SoP – Представление [нечто] (s + не-p) имеет предметность.

Итак, рассмотрев основы, можно перейти к основным положениям. «Аристотелевскими» силлогистиками считаются системы, в которых выполняются все законы логического квадрата, все принципы обращения и все 24 правильных модуса простого категорического силлогизма. Соответственно, для того, чтобы определить особенности, благодаря которым силлогистика Больцано не считается аристотелевской, необходимо обозначить ограничения рассматриваемой системы, существующие в указанных областях.

Из законов вывода по логическому квадрату в логике Больцано полностью выполняются только законы противоположности и подчинения. В случае же законов противоречия возникает необходимость введения дополнительного условия: при переходе от отрицания общих суждений к утверждению частных необходимо указание на непустоту субъекта:

$\neg (SeP), S \neq \emptyset \supset SiP,$

¹⁹⁸ Там же. С. 129.

$\neg (SaP), S \neq \emptyset \supset SoP.$

Что касается законов обращения, в рамках силлогистики Больцано они полностью выполнимы для утвердительных силлогистических выражений типа SaP и SiP . Обращение общеотрицательных суждений ($SeP \supset PeS$) является верным только при условии непустоты предиката.

Превращение в системе Больцано действует аналогично традиционной силлогистике, благодаря следующим отношениям эквивалентности:

$SaP \equiv Se \text{ не-}P,$
 $SeP \equiv Sa \text{ не-}P,$
 $SiP \equiv So \text{ не-}P,$
 $SoP \equiv Si \text{ не-}P,$

а также правилу двойного отрицания: двойное отрицание термина или высказывания рассматривается как его утверждение: «Если предположить, что представление A не содержит понятия отрицания, а представление $\text{не } A$ является отрицательным, то представление $\text{не не } A$ как равнозначное с самим представлением A должно быть названо снова утвердительным»¹⁹⁹.

В отличие от силлогистики Аристотеля, в которой, как и в традиционной, являются верными все 24 модуса простого категорического силлогизма (несмотря на наличие у Аристотеля лишь трех фигур из четырех), в системе Больцано вывод по модусам четвертой фигуры *Camenes* и *Camenor* возможен лишь в том случае, если меньший термин не является пустым.

Аристотель не принимает законов тождества для общеутвердительных и частноутвердительных суждений (SaS и SiS), но допускает истинность этих выражений в том случае, когда термин S не является пустым. Невозможность тождественной истинности SaS объясняется тем, что могут существовать такие интерпретации S , в которых S противоречиво, а, следовательно, и все SaS принимает ложное значение. Аналогичным образом закон тождества у Больцано требует дополнительного условия непустоты субъекта.

Рассмотрим варианты аксиоматизаций систем Больцано и Аристотеля.

Перевод формул силлогистики Аристотеля в исчисление предикатов можно задать следующим образом:

$SaP \rightarrow \forall x(Sx \supset Px) \ \& \ \exists xSx;$
 $SeP \rightarrow \forall x(Sx \supset \neg Px);$

¹⁹⁹ Там же. С. 110.

$SiP \rightarrow \exists x(Sx \ \& \ Px)$;
 $SoP \rightarrow \exists x(Sx \ \& \ \neg Px) \vee \neg \exists xSx$.

Чистый позитивный фрагмент силлогистической теории Аристотеля формализуем системой С2, предложенной В. А. Смирновым и содержащей следующий список аксиом:

АО Схемы аксиом классического исчисления высказываний,

- A1. $(MaP \ \& \ SaM) \supset SaP$,
- A2. $(MeP \ \& \ SaM) \supset SeP$,
- A3. $SeP \supset PeS$,
- A4. $SaP \supset SiP$,
- A5. $SiP \supset SaS$,
- A6. $SeP \equiv \neg SiP$,
- A7. $SoP \equiv \neg SaP$,
- R1. Modus ponens.

Стоит заметить, что система С4, являющаяся аксиоматизацией чистого позитивного фрагмента традиционной силлогистики, может быть получена из С2 путем добавления еще одной аксиомы: A8. SiS.

В свою очередь, элементарные силлогистические формулы системы Больцано могут быть выражены в языке логики одноместных предикатов следующим образом (больцановский перевод):

$SaP \rightarrow \forall x(Sx \supset Px) \ \& \ \exists xSx$;
 $SeP \rightarrow \forall x(Sx \supset \neg Px) \ \& \ \exists xSx$;
 $SiP \rightarrow \exists x(Sx \ \& \ Px)$;
 $SoP \rightarrow \exists x(Sx \ \& \ \neg Px)$.

Законами чистого позитивного фрагмента силлогистики Больцано являются те и только те силлогистические формулы, больцановские переводы которых доказуемы в исчислении предикатов. Одной из возможных аксиоматизаций данной теории является система СБ, включающая в себя modus ponens в качестве правила вывода и следующий набор аксиом:

СБо. Схемы аксиом классического исчисления высказываний,

- СБ1. $(MaP \ \& \ SaM) \supset SaP$,
- СБ2. $(MeP \ \& \ SaM) \supset SeP$,
- СБ3. $SiP \supset PiS$,
- СБ4. $SaP \supset SiP$,
- СБ5. $SiP \supset SaS$,
- СБ6. $SeP \equiv \neg SiP \ \& \ SiS$,

СБ7. $SoP \equiv \neg SaP \ \& \ SiS$,

R1. Modus ponens.

Погружение системы СБ в исчисление предикатов (ИП) посредством больцановского перевода было доказано В. И. Маркиным²⁰⁰ путем доказательства погружаемости ее в систему фундаментальной силлогистики (СФ). В свою очередь, погружаемость СФ в ИП уже доказана²⁰¹, из чего, соответственно, следует и погружаемость СБ в ИП.

Очевидно, что система СБ получается из системы С2 путем замены А7 на $SoP \equiv \neg SaP \ \& \ SiS$, А6 – на $SeP \equiv \neg SiP \ \& \ SiS$, а также принятия i-обращения ($SiP \supset PiS$) вместо принципа e-обращения ($SeP \supset PeS$). При этом СБ не является подсистемой С2.

Негативная силлогистика не рассматривалась непосредственно Аристотелем, ее интерпретации считаются расширениями его силлогистической теории. Аксиоматизация негативного фрагмента расширения аристотелевской силлогистики была предложена А. А. Ильиным и представляет из себя следующую систему (НС2):

НСА0. Схемы аксиом классического исчисления высказываний,

НСА1. $(MaP \ \& \ SaM) \supset SaP$,

НСА2. $SiP \supset PiS$,

НСА3. $SiP \supset SaS$,

НСА4. $SaP \supset SiP$,

НСА5. $SeP \equiv \neg SiP$,

НСА6. $SoP \equiv \neg SaP$,

НСА7. $SaP \equiv (Se\sim P \ \& \ SiS)$,

НСА8. $SiP \equiv Si\sim\sim P$,

НСА9. $SiS \vee \sim Si\sim S$,

R1. Modus ponens.

В НС2 доказуемы все теоремы чистой позитивной силлогистики С2. Терминное отрицание выражают аксиомы: НСА7 (один из законов превращения в аристотелевском варианте), НСА8 (один из законов введения и снятия двойного терминного отрицания) и НСА9 (закон непустоты предметной области).

Погружаемость негативного фрагмента силлогистики Больцано (система НБС) в исчисление предикатов, была доказана А. А. Ильиным²⁰² посредством доказательства его погружаемости
²⁰⁰ Бочаров В. А., Маркин В. И. Силлогистические теории. М.: Прогресс-Традиция, 2010. С. 77.

²⁰¹ Там же. С. 67.

²⁰² Ильин А. А. Силлогистика Б. Больцано // Аспекты: Сборник статей по философским проблемам истории и современности. М.: Современные тетради, 2003. Выпуск II.

в систему негативной фундаментальной силлогистики (НФС) на основе критерия В. А. Смирнова.

Система НБС включает девять схем аксиом и одно правило вывода – modus ponens:

- Бо. Схемы аксиом исчислений высказываний,
- Б1. $(MaP \ \& \ SaM) \supset SaP$,
- Б2. $SiP \supset PiS$,
- Б3. $SiP \supset SaS$,
- Б4. $SaP \supset SiP$,
- Б5. $SeP \equiv \neg SiP \ \& \ SiS$,
- Б6. $SoP \equiv \neg SaP \ \& \ SiS$,
- Б7. $SiP \equiv Si \sim \sim P$,
- Б8. $SaP \equiv Se \sim P$,
- Б9. $SiS \vee \sim Si \sim S$,
- Р1. Modus ponens.

Нетрудно заметить, что при добавлении схемы аксиом СБ2 (СБ2. $(MeP \ \& \ SaM) \supset SeP$) к Бо – Б6 получается аксиоматизация чистого позитивного фрагмента силлогистики Больцано. Иначе говоря, негативный фрагмент силлогистики Больцано формируется путем добавления к ее позитивному фрагменту трех схем аксиом: внесения двойного терминного отрицания (Б7), превращения для общеутвердительных высказываний (Б8) и утверждения о непустоте предметной области (Б9).

Таким образом, благодаря рассмотренным ограничениям, возникающим в области законов вывода по логическому квадрату, непосредственных умозаключений, а также для отдельных модусов простого категорического силлогизма, силлогистическая система Больцано относится к классу неаристотелевских, а ее аксиоматизация показывает, что она не является подсистемой аристотелевской логики.