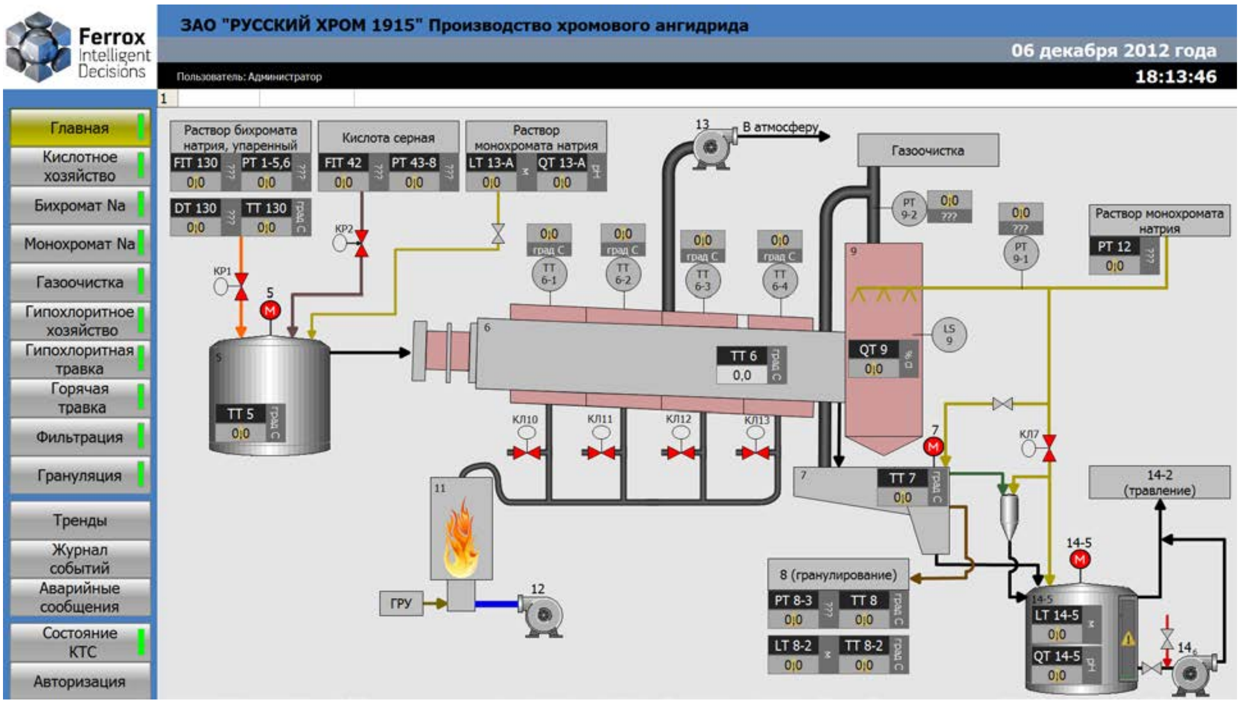

Рис. 2. Интерфейс SCADA системы

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ШАХТНОЙ ПЕЧИ ДЛЯ ПЕРЕПЛАВКИ МЕДНЫХ (ЭЛЕКТРОЛИЗНЫХ) ПЛАСТИН

Девятых Т.О., Берковская Д.В., Швыдкий В.С.

ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», г. Екатеринбург, Россия

Несмотря на выполненные в последнее время работы по математическому моделированию шахтных печей различного назначения, вопрос о надёжных методах оптимизации их конструктивных и режимных параметров всё ещё остаётся актуальным, поскольку имеющиеся математические модели газодинамики и теплообмена не учитывают механизма движения слоя материала, подвергающегося тепловой обработке. В каждой конкретной шахтной печи источники движения материала специфичны, однако имеется класс агрегатов (к ним относятся и шахтные печи для расплавления медных пластин, полученных из цеха электролиза), в которых побудительной причиной движения является плавление шихты. В этом случае скорость движения (опускания) материалов сама является суммарным результатом развития теплофизических процессов, что должно найти отражение в математической модели шахтной печи.

Физическая постановка задачи заключается в следующем (рис. 1). В шахтную печь высотой H и характерным средним радиусом R через дискретно расположенные газораспределительные устройства диаметром $d_ф$ (в дальнейшем называемые фурмами) вдувается газ (продукты сгорания топлива) в количестве Q_V, м^3/с, с температурой T_0, ^{o}C. Для создания необходимой высоты зоны плавления газораспределительные устройства размещаются на 2…3 горизонтах, причём расстояние от "днища" печи до плоскостей осей фурм составляет $H_{1ф}$,…, $H_{3ф}$, м. Сверху в печь загружают шихтовые материалы, эквивалентный диаметр частиц которых $d_{м0}$, м, температура – t_{0}, ^{o}C, а объёмный расход – $Q_м$, м^3/с. В процессе передачи теплоты от газов к материалу происходит нагрев, плавление и перемещение последнего. Требуется найти распределение температур и скоростей материала и газов в объёме печи.

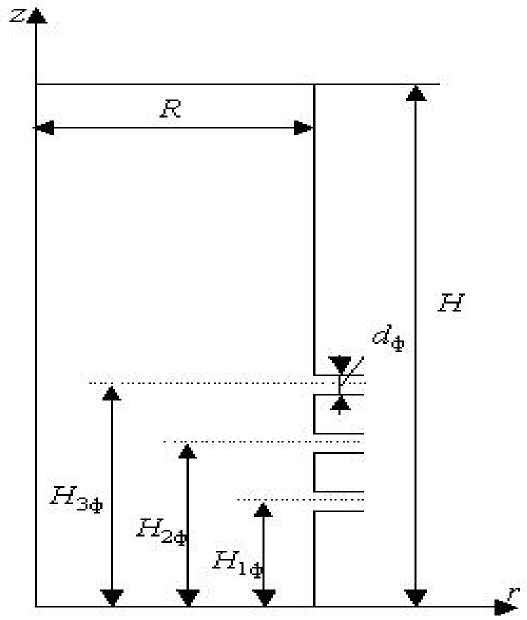

Рис. 1. Принципиальная схема газовой шахтной печи

Хотя горячий газ вводится в рабочее пространство печи дискретно, будем считать движение теплоносителей осесимметричным. Основанием для такого упрощения является то обстоятельство, что для рассматриваемой конструкции печи расстояние между осями фурм по окружности наружной поверхности не превышает 0,54 м, а при этих условиях уже на расстоянии R от плоскости фурм течение газов становится практически двумерным.

Математическая формулировка поставленной задачи в предположении о безвихревом установившемся характере движения газов и материалов включает следующие уравнения.

Уравнение баланса массы газов (уравнение неразрывности) имеет вид:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\varepsilon\rho_{г} r w_{гr}) + \frac{\partial}{\partial z}(\varepsilon\rho_{г} w_{гz}) = 0, \quad (1)$$

где r и z – радиальная и аксиальная координаты, м; $w_{гr}$ и $w_{гz}$ – радиальная и аксиальная компоненты скорости газа, м/с; $\rho_г$ (кг/м^3) и ε (доли единицы) – плотность газа и порозность слоя, соответственно. Вводя функцию тока $\psi(r, z)$, имеющую смысл массового расхода газа, соотношениями:

$$w_{гr} = \frac{1}{\varepsilon\rho_{г} r}\frac{\partial\psi}{\partial z}, \; w_{гz} = -\frac{1}{\varepsilon\rho_{г} r}\frac{\partial\psi}{\partial r}, \quad (2)$$

и используя условие отсутствия завихрённости $\partial w_{гr}/\partial z - \partial w_{гz}/\partial r = 0$, получаем определяющее уравнение для функции тока

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{\varepsilon\rho_{г} r}\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\varepsilon\rho_{г} r}\frac{\partial\psi}{\partial z}\right) = 0. \quad (3)$$

Уравнение теплового баланса (энергии), объединённое с уравнением неразрывности, запишется так:

$$c_{г}\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(T\frac{\partial\psi}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(T\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)\right] = -\alpha_V r(T - t_{мас}) - rL\rho_{м}(1-\varepsilon)\frac{d\gamma}{d\tau}, \quad (4)$$

где $c_г$ и T – удельная теплоёмкость [Дж/(кг·К)] и температура (^oC) газа; $t_{мас}$ и L – среднемассовая температура (^oC) и удельная теплота плавления (Дж/кг) материала; α_V – объёмный коэффициент теплопередачи, Вт/(м^3·К); $\gamma = \left(d_{м0}^3 - d_{м}^3\right)/d_{м0}^3$ – степень расплавления куска шихты, доли; $\rho_м$ – плотность материала "куска" шихты, кг/м^3; τ – время, с.

Соответствующие схеме (рис. 1) граничные условия уравнения (3) имеют вид:

$$\psi = \begin{cases} \rho_г Q_V \quad \text{при } r = 0 \text{ и } 0 \le z < H; \\ \rho_г Q_V \quad \text{при } 0 \le r \le R \text{ и } z = 0; \\ \rho_г Q_V \quad \text{при } r = R \text{ и } 0 \le z < H_{1ф}; \\ \rho_г Q_V - \dfrac{\rho_г Q_{1V}}{d_ф}\left(z - H_{1ф} + \dfrac{d_ф}{2}\right) \quad \text{при } r = R \text{ и } H_{1ф} - \dfrac{d_ф}{2} \le z \le H_{1ф} + \dfrac{d_ф}{2}; \\ \rho_г Q_V - \rho_г Q_{1V} \quad \text{при } r = R \text{ и } H_{1ф} + \dfrac{d_ф}{2} \le z \le H_{2ф} - \dfrac{d_ф}{2}; \\ \rho_г Q_V - \rho_г Q_{1V} - \dfrac{\rho_г Q_{2V}}{d_ф}\left(z - H_{2ф} + \dfrac{d_ф}{2}\right) \quad \text{при } r = R \text{ и} \\ \qquad\qquad H_{2ф} - \dfrac{d_ф}{2} \le z \le H_{2ф} + \dfrac{d_ф}{2}; \\ \rho_г Q_V - \rho_г Q_{1V} - \rho_г Q_{2V} \quad \text{при } r = R \text{ и } H_{2ф} + \dfrac{d_ф}{2} \le z \le H_{3ф} - \dfrac{d_{ф-}}{2}; \\ \rho_г Q_V - \rho_г Q_{1V} - \rho_г Q_{2V} - \dfrac{\rho_г Q_{3V}}{d_ф}\left(z - H_{3ф} + \dfrac{d_ф}{2}\right) \quad \text{при } r = R \\ \qquad\qquad \text{и } H_{3ф} - \dfrac{d_ф}{2} \le z \le H_{3ф} + \dfrac{d_ф}{2}; \\ 0 \quad \text{при } r = R \text{ и } H_{3ф} + \dfrac{d_ф}{2} \le z \le H. \\ \text{Здесь } \; Q_{1V} + Q_{2V} + Q_{3V} = Q_V. \end{cases} \qquad (5)$$

$\partial\psi/\partial z = 0$ при $z = H$ и $0 \le r \le R$. (5,а)

Заметим, что соотношение (5,а) эквивалентно утверждению об одномерном характере движения газов на выходе из слоя.

На стенках печи (кроме фурм) задаются потери теплоты конвекцией и теплопроводностью в окружающую среду при $r = R$

$$-\lambda_г \frac{\partial T}{\partial r} = k(T - T_{окр}), \quad k = \left(\frac{1}{\alpha_1} + \sum_i \frac{S_i}{\lambda_{Mi}} + \frac{1}{\alpha_2}\right), \qquad (6)$$

где k – коэффициент теплопередачи от газа в рабочем пространстве печи в окружающую среду, Вт/(м^2·К); α_1 и α_2 – коэффициенты теплоотдачи на внутренней и внешней поверхностях стенки печи, Вт/(м^2·К); S_i и λ_{Mi} – толщина (м) и коэффициент теплопроводности [Вт/(м·К)] i-го огнеупорного слоя кладки, соответственно; $\lambda_г$ – коэффициент теплопроводности газа у внутренней поверхности стенки, Вт/(м·К).

На уровне засыпи, а также у стенки печи движение газа одномерное, поэтому уравнение теплового баланса упрощается до соотношения

$$c_г \rho_г \varepsilon w_{гz} \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha_V (t_{мас} - T) \quad \text{при } z = H, \qquad (7)$$

причём здесь $t_{мас} = t_0 = \text{const}$. Тогда уравнение (7) превращается в ОДУ первого порядка, имеющее решение

$$T(z) = t_0 + A \cdot \exp\left(-\frac{\alpha_V z}{c_г \rho_г \varepsilon w_{гz}}\right), \qquad (7, а)$$

где A – постоянная интегрирования. При $r = R$ и $z = H_{1ф}$ $T = T_0$, следовательно,

$$A = (T_0 - t_0) \cdot \exp\left(\frac{\alpha_V H_{1ф}}{c_г \rho_г \varepsilon w_{гz}}\right)$$

и

$$T = t_0 + (T_0 - t_0) \cdot \exp\left[-\frac{\alpha_V (H - H_{1ф})}{c_г \rho_г \varepsilon w_{гz}}\right] \quad \text{при } z = H \text{ и } 0 \le r \le R. \qquad (7,б)$$

Совокупность уравнений (1) – (7,б), представленная (в различных сочетаниях) в конечно-разностном виде, и составляет математическую инженерную модель шахтной печи для плавки черновой меди.