

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЕСТЕСТВЕННО-КОНВЕКТИВНОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ ВАННЫ РАСПЛАВА ПРИ ЕЕ ПРОДУВКЕ ГАЗОМ, ПОДАВАЕМОМ ЧЕРЕЗ ФУРМУ, РАСПОЛОЖЕННУЮ НА БОКОВОЙ СТЕНКЕ БАРБОТЕРА

Аннотация

Представлена математическая модель свободной конвекции в ванне аппарата с барботажным слоем. Слой рассматривается как псевдогомогенная сплошная среда с переменными физическими свойствами. Система главных уравнений реализована в «неупругой» постановке в пределах допущения Буссинеска.

Ключевые слова: математическая модель, барботажный слой, свободная конвекция, неупругая постановка задачи

В ваннах печей с барботажным слоем при наличии движения вещества слоя с любой минимально возможной скоростью перенос массы целевого компонента из одного участка в другой осуществляется конвективным механизмом, а его интенсивность линейно зависит от значения скорости вещества ванны в заданной точке. Технологический процесс, протекающий в ванне, практически всегда связан с процессами межфазного массообмена в гетерогенных системах: «расплав – твердые частицы», «металл – шлак», «газовые пузыри – расплав» и т. д., отягощенного химическими реакциями. Так, для процесса массообмена между ванной и твердой частицей при наличии химической реакции на поверхности частицы или в расплаве вблизи от ее поверхности имеем для случая $0 < k_i < \infty$, где k_i – константа скорости химической реакции с участием целевого компонента:

$$m_i = A \frac{C_{i\infty} D_i^{2/3} w_\infty^{1/3}}{r_0^{2/3}} f(k_i, \theta), \quad (1)$$

где m_i – плотность потока массы целевого компонента от расплава на поверхность частицы или наоборот, кг/(м²с); A – размерная константа, определяемая из условий однозначности; $C_{i\infty}$ – концентрация целевого компонента в расплаве за пределами диффузионного пограничного слоя; w_∞ – скорость потока за пределами гидродинамического пограничного слоя в точке ванны, где находится исследуемая частица, м/с; r_0 – характерный размер частицы (ее эквивалентный диаметр), м; $f(k_i, \theta)$ – известная функция, зависящая от значений константы скорости реакции и полярного угла (т. е. от положения изучаемой точки на поверхности частицы).

Если $k_i \rightarrow \infty$, то вся поверхность твердой частицы работает в диффузионном режиме массообмена. Плотность потока массы целевого компонента в первом приближении может быть определена выражением

$$m_i = 0,86 D_i C_{i\infty} \sqrt[3]{\frac{3w_\infty}{4D_i r_0^2}}. \quad (2)$$

Если $k_i \rightarrow 0$, то вся поверхность твердой частицы работает в кинетическом режиме и плотность потока массы целевого компонента может быть определена зависимостью

$$m_i = k_i C_{i\infty}^n, \quad (3)$$

где n – порядок реакции.

Принимая во внимание, что концентрация целевого компонента в заданной точке объема ванны $C_{i\infty}$ зависит от интенсивности ее перемешивания, приходим к выводу, что всегда процессы переноса массы и межфазного массообмена в барботажном слое зависят от гидродинамики ванны. Поэтому решение задач тепломассообмена и хемосорбции в нем требует предварительного решения гидродинамической задачи, т. е. определения скорости ванны, как функции координат и времени.

Определяющее влияние гидродинамики, точнее качества перемешивания, на технологические показатели процессов, протекающих в ваннах, барботируемых газом, отмечалось давно. Изучению этого процесса посвящено много работ. По характеру представления физики процесса все они могут быть разделены на две группы. К первой относятся работы, в которых перемешивание рассматривается как обмен энергией между двумя системами – газом и жидкостью по границе раздела этих систем. До последнего времени в основе этих работ лежали положения термодинамики обратимых процессов. Данные, полученные в них, неудовлетворительно согласовывались с практически наблюдаемыми не только количественно, но и качественно [1]. Сравнительно недавно, в конце прошлого века, в этом направлении были получены принципиально новые результаты. Это стало возможным, благодаря рассмотрению процесса пневматического перемешивания с позиции термодинамики необратимых процессов.

А.А. Варенцов показал, что эти процессы термодинамически неравновесны и необратимы [2]. Расчеты, выполненные А. А. Варенцовым с этих позиций, для случаев продувки сталеплавильной ванны газовой струей и ее барботажа пузырями CO , показали, что в первом случае газовая струя расходует на перемешивание не более 0,5 % от своей механической энергии, а во втором газовые пузырьки – не более 0,0005 %. При этом в абсолютном исчислении 1 тонна газа, проходя через расплав, совершает работу перемешивания, соответствующую мощности 32 Вт. Указанная цифра справедлива как для газовой струи, так и для газа, движущегося сквозь расплав в виде пузырей.

На основании данных А.А. Варенцова нами выполнен расчет средней скорости перемешивания ванны печи Ромелт. В качестве исходных данных приняты следующие величины: масса расплава, находящегося в барботажном слое, 50,5 т; объем дутья, подаваемого в слой, 18000 м³/ч; объем отходящих из слоя газов 80000 м³/ч; температура газов в слое 1400 °С; количество работающих фурм 18 шт.; межосевое расстояние фурм 800 мм. Средняя расчетная скорость циркуляции расплава в ванне оказалась равной 0,015 м/с.

Вторая группа исследователей представлена работами, в которых пневматическое перемешивание ванны рассматривается как результат обмена импульсом между движущимся компактно газожидкостным потоком и окружающей его ванной [3]. Такой подход принято называть гидродинамическим. На рис. 1, заимствованном из [3], графически изображены результаты расчета полей скоростей ванны барботера при подаче газа через донную фурму,

полученные на основании гидродинамического подхода. Как следует из рисунка, предельная расчетная скорость циркуляции ванны не превышает 0,25 м/с.

Вместе с тем, согласно данным В. Г. Здановской [4], при барботаже ванны через одиночную фурму коэффициент массоотдачи от шарика сахарозы в барботируемый слой воды возрастал от $\beta_0 = 0,9 \cdot 10^{-6}$ м/с, для спокойной ванны до значения $\beta = 8,8 \cdot 10^{-6}$ м/с. Фактическое значение средней скорости циркуляции ванны, соответствующее указанному значению β , согласно выражению (2), равно 0,86 м/с.

Приведенный выше анализ процессов пневматического перемешивания ванны свидетельствует об ограниченных возможностях газа, продуваемого через слой, как механической мешалки ванны.

Пневматическое перемешивание барботажного слоя происходит в результате совместного действия трех механизмов: движения сквозь слой газовых пузырей, газо-жидкостных струй с переменной плотностью и свободной конвекции. Перемешивание за счет первых двух механизмов не может обеспечить интенсивность обменных процессов, наблюдаемую на практике. Нами предпринята попытка изучить механизм перемешивания ванны за счет свободной конвекции. В статье обсуждается математическая модель изучаемого явления. При этом рассматривается печь с барботажным слоем с фурмами, расположенными сбоку (печь Ванюкова, печь Ромелт, горизонтальный конвертор). Ванна печи принимается в виде псевдо-гомогенной жидкости с переменными физическими свойствами, плотностью и вязкостью. Движение ванны происходит за счет свободной конвекции, обусловленной наличием переменного поля силы тяжести.

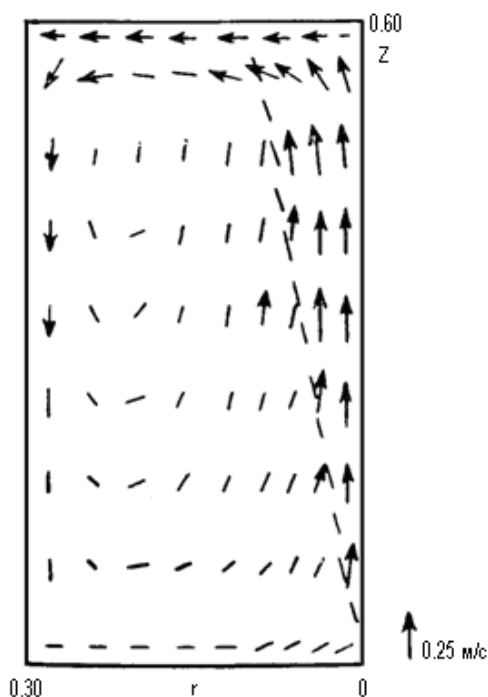


Рис. 1. Расчетное поле скоростей ванны, продуваемой газо-жидкостной струей (гидродинамический подход)

Уравнение движения для рассматриваемого случая записали в следующем виде:

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial t} + (\vec{w} \nabla) \vec{w} = \vec{g} - \frac{1}{\rho_{эф}} \text{grad } p + \nu_{эф} \nabla^2 \vec{w}, \quad (4)$$

$$\operatorname{div}(\rho_{\text{эф}} \vec{w}) = 0, \quad (5)$$

К уравнениям движения (4) и (5) необходимо добавить уравнение закона сохранения массы для газа

$$\rho_z \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \rho_z \vec{w} \operatorname{grad} \varphi = -\operatorname{div} \vec{j}, \quad (6)$$

где \vec{j} – плотность диффузионного потока газа, кг/(м²с), выражается уравнением:

$$\vec{j} = -\rho_z D_z \operatorname{grad} \varphi, \quad (7)$$

где D_z – коэффициент молекулярной диффузии газа в жидкости в жидкости, м²/с.

Уравнения (4)–(7) дают полную систему уравнений гидродинамики бинарной смеси «газ-жидкость» в «неупругой» постановке [5], согласно которой изменение плотности смеси учитывается только при расчете силы тяжести.

В указанных уравнениях используются следующие обозначения:

$\rho_{\text{эф}}$ – эффективная плотность бинарной смеси в заданной точке ванны, кг/м³:

$$\rho_{\text{эф}} = \rho_z \cdot \varphi + \rho_{\text{ж}} \cdot (1 - \varphi), \quad (8)$$

φ – истинное газосодержание бинарной смеси в заданной точке ванны, доли от единицы;

$\nu_{\text{эф}} = \frac{\mu_{\text{эф}}}{\rho_{\text{эф}}}$ – эффективный кинематический коэффициент вязкости бинарной смеси, м²/с;

$\mu_{\text{эф}}$ – эффективный динамический коэффициент вязкости бинарной смеси, Па·с.

В предположении аддитивности течения компонентов бинарной смеси величину $\mu_{\text{эф}}$ можно рассчитать по формуле

$$\frac{1}{\mu_{\text{эф}}} = \frac{\varphi}{\mu_z} + \frac{1 - \varphi}{\mu_{\text{ж}}}. \quad (9)$$

Исходя из математической модели гидродинамики бинарной смеси, получим уравнения свободной конвекции этой смеси.

В рассматриваемой бинарной смеси свободная конвекция вызывается пространственной неоднородностью распределения газа в бинарном слое. Ранее было показано [6], что весь барботажный слой можно разделить на две зоны:

- фурменную, непосредственно прилегающую к области истечения газа из фурм; в этой зоне резко – неравномерное распределение газа по объему слоя;
- зону квазистационарного барботажного слоя, в пределах которого газ распределен по объему более равномерно; эта зона занимает большую часть слоя.

Исходя из этого, вводим в рассмотрение среднее значение эффективной плотности ρ_0 , равное значению плотности бинарной смеси при содержании в ней 40 % газа. Эта величина соответствует удерживающей способности слоя. Исходя из формулы (8) и учитывая, что даже в системе «вода-воздух» плотность жидкости в 1000 раз больше плотности воздуха, а в металлургических ваннах это соотношение еще больше, получим в первом приближении

$$\rho_0 = 0,6 \rho_{\text{ж}}. \quad (10)$$

Тогда в пределах допущения Буссинеска [5] изменение эффективной плотности можно выразить уравнением

$$\rho_{\text{эф}} = \rho_0 (1 - \beta \varphi'). \quad (11)$$

Здесь ρ_0 , – плотность смеси, соответствующая значению $\varphi = 0,4$, а через φ' обозначено отклонение локального газосодержания от этого значения. Коэффициент $\beta = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho_{\varphi}}{\partial \varphi'} \right)$ определяет зависимость эффективной плотности смеси от концентрации в ней газа.

Подставляя выражение (11) в уравнение Навье-Стокса и считая, что неоднородность плотности существенна лишь в силе тяжести (приближение Буссинеска), получим уравнение движения

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial t} + (\vec{w} \nabla) \vec{w} = \vec{g} \beta \varphi - \frac{1}{\rho_0} \text{grad } p + \nu_{\varphi} \nabla^2 \vec{w} \quad (12)$$

Здесь p – давление, отсчитываемое от статического, соответствующего значению эффективной ρ_0 , Па.

Преобразуем далее уравнение конвективной диффузии (6). Подставим в него выражение диффузионного потока газа через формулу (7), заменив в ней φ на φ' . После преобразований получим

$$\frac{\partial \varphi'}{\partial t} + \vec{w} \text{grad } \varphi' = D_z \nabla^2 \varphi' \quad (13)$$

Уравнения (12), (13) и (5) описывают свободную конвекцию двухкомпонентного барботажного слоя.

Благодаря использованию гипотезы о линейной зависимости эффективной плотности бинарной смеси от локального газосодержания (8), удалось уравнение закона сохранения массы свести к уравнению неразрывности, в котором учтена переменность плотности. Использование исходной системы уравнений движения в «неупругой» постановке позволило из рассмотрения исключить акустические волны, что резко упростило численное решение исходных уравнений.

Для того чтобы замкнуть математическую модель изучаемого явления, сформулируем условия однозначности. Решение системы (5), (12), (13) производится в слое, имеющем форму параллелепипеда с размерами $0 \leq x \leq L_x$; $0 \leq y \leq L_y$; $0 \leq z \leq L_z$. На боковых стенках задаются следующие условия:

$$\text{при } x=0: \quad u=f(y,z); \quad \varphi=\varphi(y,z); \quad v=w=0; \quad (14)$$

$$\text{при } x=L_x: \quad \varphi=\varphi(y,z); \quad u=v=w=0$$

$$\text{при } y=0: \quad u=f(x,z); \quad \varphi=\varphi(x,z); \quad v=w=0; \quad (15)$$

$$\text{при } y=\pm L_y: \quad u=v=w=0$$

Нижней границей расчетной области является фурменная зона, так как предполагается, что свободная конвекция возникнет в верхнем полупространстве ванны, в пределах барботажного слоя. На этой «жидкой» границе ставятся следующие граничные условия:

$$\text{при } z=0: \quad w = \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial \varphi'}{\partial z} = 0. \quad (16)$$

На верхней границе барботажного слоя ставятся аналогичные граничные условия:

$$\text{при } z=L_z: \quad w = \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial \varphi'}{\partial z} = 0. \quad (17)$$

В качестве начальных условий можно было бы положить, заполнение всего объема барботажного слоя жидкостью, находящейся в состоянии покоя, а ненулевые значения кон-

концентрации газа и скорости задать только в пределах сечений фурм. С вычислительной точки зрения это неудобно, поскольку в подобной ситуации получится ступенчатое изменение значений u и φ' вдоль оси OX , которое вызовет сложности при численном решении. Во избежание этого в окрестностях каждой фурмы задаются начальные распределения концентрации газа и проекции вектора его скорости на ось OX , которые гарантируют определенную начальную гладкость полей u и φ' :

$$\varphi = \varphi_0 \exp \left[-16,4 r_0^2 \left(\frac{\alpha_2 x}{l_1} \right) \right] \exp \left[- \left(\frac{\alpha_1 x}{l_2} \right)^n \right], \quad (18)$$

$$u = u_0 \exp(-16,4 r_0^2) \exp \left[- \left(\frac{\alpha_1 x}{l_2} \right)^n \right], \quad (19)$$

где φ_0 – задаваемое значение концентрации газа на границах выходного сечения фурмы;

u_0 – значение скорости газа на оси выходного сечения фурмы, м/с;

r_0 – радиус выходного сечения фурмы, м;

$\alpha_1, \alpha_2, l_2, l_1$ и n – эмпирические коэффициенты, регулирующие начальную форму газовой полости в ванне перед фурмой.

Количество фурм на боковых гранях $x = 0$ и $x = L_x$ вдоль оси OY задается в численном эксперименте. Точности задания начальных значений u и φ несущественны, так как «память» решений по отношению к начальным значениям этих функций ограничена. После выполнения достаточного количества шагов по времени и выхода решений на стационарный режим они определяются только граничными условиями.

Систему уравнений (12), (13) и (5) с условиями однозначности (14)÷(19) предполагается решать методом введения искусственной сжимаемости. При таком подходе происходит расщепление решения. Сначала решается оператор переноса в трех проекциях уравнения движения (12). В результате получают вспомогательные поля проекций вектора скорости u', v', w' , которые могут не удовлетворять уравнению неразрывности (5). Затем вычисляется поле давления таким образом, чтобы дивергенция на окончательном шаге по времени равнялась нулю с точностью до наперед заданного значения ε . После этого вычисляются окончательные поля скоростей u, v, w , подправляемые с учетом соответствующих градиентов рассчитанного давления.

Полученные поля скоростей и давлений гарантируют, что уравнение неразрывности соблюдается в каждой внутренней точке слоя и на его границах с указанной точностью.

Выводы. Выходной продукцией модели являются трехмерные поля компонентов вектора скорости u, v, w , модуля скорости $(u^2 + v^2 + w^2)^{1/2}$, поля давления, концентрации газа φ , эффективной плотности смеси $\rho_{\text{эф}}$ и эффективного кинематического коэффициента вязкости $\nu_{\text{эф}}$.

Список использованных источников

1. Явойский В. И., Дорофеев Г. А., Повх И. Л. Теория продувки сталеплавильной ванны. – М.: Металлургия, 1974. – 496 с.

2. Варенцов А. А. Развитие энергетического метода анализа процессов перемешивания и его использование при современном производстве стали: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Мариуполь, 1989.
3. Инжекционная металлургия, 83: труды конференции. – М.: Металлургия, 1990. – 399 с.
4. Здановская В. Г. Оптимизация конструкции фурменной зоны и гидродинамического режима печей с барботажным слоем при боковом подводе дутья: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. – М.: МИСиС, 1982.
5. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. О конвективной неустойчивости двухкомпонентной смеси в поле тяжести // ПММ. 1963. 27. № 2. С. 301.
6. Матрюков Б. С., Сборщиков Г. С. Теплофизика металлургических процессов. – М.: Металлургия, 1993. – 330 с.
7. Chorin A.J. Numerical solution of the Navier-Stokes equations // Mathematics of computations. 1968. Vol. 22, № 104. Pp. 745–762.

УДК 669.042

С. В. Гришаева

ФГАОУ ВПО «Национальный исследовательский

технологический университет «МИСиС» (НИТУ «МИСиС»), г. Москва, Россия

СТЕКЛОВАРЕННЫЙ ПЛАВИЛЬНЫЙ АГРЕГАТ С БАРБОТАЖНЫМ СЛОЕМ

Аннотация

Стекольная продукция пользуется постоянным все возрастающим спросом. Такой спрос должен удовлетворяться за счет увеличения производительности существующего оборудования либо за счет создания новых высокопроизводительных агрегатов. К настоящему времени современные ваннные стекловаренные печи для производства тарного стекла исчерпали свои потенциальные возможности с точки зрения улучшения технико-экономических показателей и качества производимой стекломассы. Задачей данной работы является разработка энерготехнологического агрегата, позволяющего ликвидировать все недостатки современных ваннных печей. В качестве базового агрегата принята печь с барботажным слоем. Принципиальной особенностью процессов в барботажном слое, обеспечивающих высокие технико-экономические показатели, являются предельные значения объемной тепловой нагрузки и интенсивного конвективного теплообмена. В сочетании с большой межфазной поверхностью это предопределяет высокую удельную производительность печей с барботажным слоем по перерабатываемому сырью.

Ключевые слова: стекло, печь, плавление, барботажный слой, энергосбережение.

Abstract

Glass production is in constant increasing demand. Such demand must be met by increasing the productivity of existing equipment, or through the creation of new high-performance machines.