

ПРИМЕНЕНИЕ ВАРИАЦИОННОГО ПРИНЦИПА МИНИМУМА ПОЛНОЙ МОЩНОСТИ ДЛЯ АНАЛИЗА ПРОЦЕССА ПРОКАТКИ РЕЛЬСОВОГО ПРОФИЛЯ В УНИВЕРСАЛЬНОМ КАЛИБРЕ

APPLICATION OF THE VARIATIONAL PRINCIPLE OF MINIMUM TOTAL CAPACITY FOR THE ANALYSIS OF ROLLING RAIL PROFILE IN THE UNIVERSALITY OF THE CALIBER OF

Д.Л. Шварц

Уральский Федеральный Университет имени первого Президента России Б.Н.Ельцина, г. Екатеринбург, sdl@mtf.ustu.ru

Abstract

A variation formulation of rail profile rolling in the universal caliber was considered. The geometric model of the deformation zone and a kinematically possible field of metal flow velocities were developed. The boundary conditions on the contact zone were formulated. The system of the basic equations for the minimum total power variation principle was created.

Основным достоинством универсальных 4-х валковых калибров, обуславливающим широкое их применение при производстве высококачественных рельсов на современных рельсобалочных станах [1, 2], является возможность получения равномерной деформации металла по всем элементам рельсового профиля. Однако такая возможность может быть реализована только при определенных режимах обжатия шейки и фланцев, поиск которых является предметом специального теоретического исследования закономерностей течения металла в универсальном рельсовом калибре.

Формоизменение металла при прокатке рельсового профиля в универсальном калибре однозначно характеризуют следующие безразмерные

независимые параметры (рис. 1) [3]: $\frac{1}{\eta_{ш}} = \frac{d'}{d}$ –

коэффициент обжатия шейки профиля;

$\frac{1}{\eta_{па}} = \frac{a'_п}{a_п}$ и $\frac{1}{\eta_{га}} = \frac{a'_г}{a_г}$ – коэффициенты бокового обжатия подошвы и головки;

φ – угол наклона внутренних граней фланцев (обычно одинаковый у головки и подошвы);

$\frac{h_п}{a_п}$ и $\frac{h_г}{a_г}$ – относительная высота фланцев подошвы и головки;

$\frac{l_{ш}}{d}$ – относительная длина шейки;

$A = \frac{R_г}{d}$ – приведенные диаметр горизонтальных валков. При прокатке в универсальных калибрах обычно $l'_{ш} = l_{ш}$.

Как показали экспериментальные исследования и моделирование процесса прокатки рельсов [4, 5], под действием обжатия шейки и фланцев профиля наблюдается неравномерное изменение высоты подошвы и головки: на контакте с вертикальными валками получается приращение фланцев, а в месте контакта с боковой поверхностью горизонтального вала наблюдается утяжка. При этом контур свободной поверхности фланцев имеет криволинейную форму (см. кривые $m_п$ и $m_г$ на рис.1). Для упрощения задачи указанный криволинейный контур заменили усредненным прямолинейным контуром $q_п$ и $q_г$, соблюдая при этом равенство площади фланцев. Тогда изменение высоты фланцев будет характеризоваться величиной приращения – утяжки подошвы $\Delta h_п$ и головки $\Delta h_г$.

В качестве критерия равномерности деформации рельсового профиля приняли равенство коэффициентов вытяжки шейки $\lambda_{ш}$, подошвы $\lambda_п$ и головки $\lambda_г$:

$$\lambda_{ш} = \lambda_п = \lambda_г. \quad (1)$$

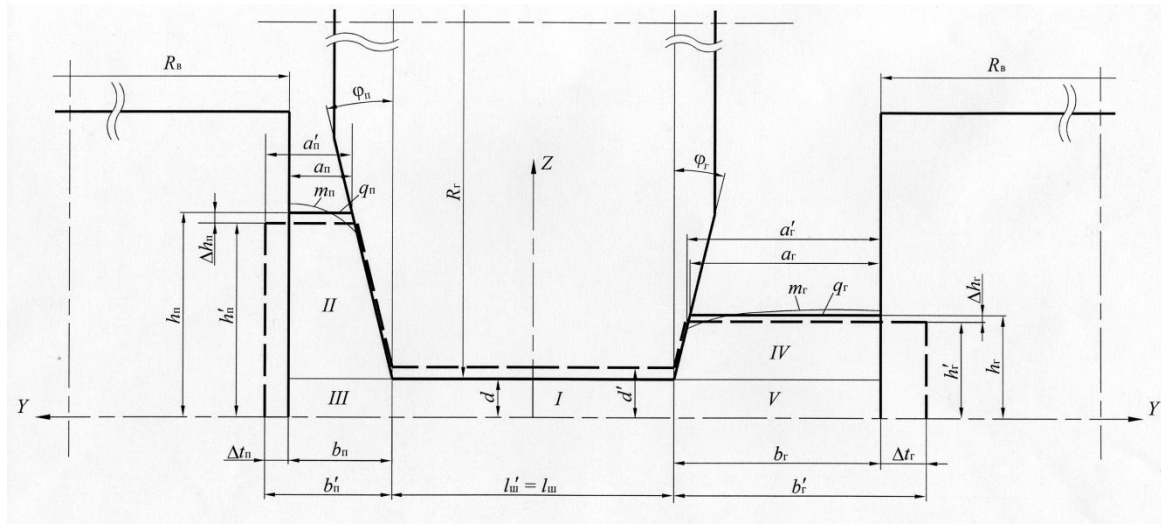


Рис. 1 Схема прокатки рельсового профиля в универсальном калибре (пунктирными линиями показан контур задаваемой полосы): m и q – фактический и усредненный контур свободной поверхности раската

Таким образом, задачей теоретического решения является определение таких коэффициентов обжатия $\frac{1}{\eta_{ш}}$, $\frac{1}{\eta_{па}}$ и $\frac{1}{\eta_{га}}$, а также таких значе-

ний приращения – утяжки $\Delta h_{п}$ и $\Delta h_{г}$, при которых достигается условие равенства вытяжек (1).

Для решения поставленной задачи применили вариационный принцип минимума полной мощности [6, 7], эффективно примененный ранее для решения задач по определению формоизменения и энергосиловых параметров при прокатке в калибрах. При решении задачи этим методом необходимо с точностью до неизвестных (варьируемых) параметров описать геометрическую модель очага деформации, построить кинематически возможное поле скоростей течения металла, определить граничные условия, составить систему основных уравнений и решить ее численным методом.

Геометрическая модель очага деформации

При постановке задачи принята геометрическая модель процесса прокатки, изображенная на рис. 1. Ввиду симметрии процесса рассматривали половину очага деформации. При выполнении условия $\lambda_{ш} = \lambda_{п} = \lambda_{г}$, как показывают экспериментальные исследования [4] отсутствует перетекание металла между элементами профиля. Весь рельсовый профиль разбили на пять характерных участков. Далее рассматривали каждый выделенный участок.

Шейка (см. **участок I**, рис. 1) деформируется между двумя горизонтальными валками в условиях плоского деформированного состояния ($l'_{ш} = l_{ш}$), поскольку отсутствует перетекание металла между элементами профиля. Уравнение контактной поверхности представили в следующем виде

$$d_x = d + R_r - \sqrt{R_r^2 - x^2}. \quad (2)$$

Участок II подошвы деформируется между неприводным вертикальным валком и горизонтальным валком переменного радиуса $R_{гп}$, который определили следующим выражением

$$R_{гп} = R_r + d - z. \quad (3)$$

Толщина подошвы как до, так и после прокатки зависит от угла наклона ее внутренней грани и координаты Z , а абсолютное обжатие $\Delta t_{п}$ остается постоянным по всей высоте. Полагали, что уклон внутренней грани в процессе прокатки не

изменяется $\varphi_{п} = \varphi'_{п} = \frac{b'_{п} - a'_{п}}{h'_{п} - d'}$. Тогда толщину

подошвы до и после прохода можно описать уравнениями

$$\begin{aligned} t'_{п} &= a'_{п} + (h'_{п} - d' - z) \operatorname{tg} \varphi_{п}, \\ t_{п} &= t'_{п} - \Delta t_{п}, \end{aligned} \quad (4)$$

а контактную поверхность раската с вертикальным валком уравнением

$$t_{п} = t_{п} + R_{в} - \sqrt{R_{в}^2 - x^2}. \quad (5)$$

Для обеспечения равенства коэффициентов вытяжки шейки и подошвы абсолютное обжатие $\Delta t_{п}$ должно быть найдено из условия $\lambda_{ш} = \lambda_{п}$

или $\omega'_{ш}/\omega_{ш} = \omega'_{п}/\omega_{п}$:

$$\frac{d'}{d} = \frac{0.5(a'_{п} + b'_{п})(h'_{п} - d') + b'_{п}d'}{0.5(a_{п} + b_{п})(h_{п} - d) + b_{п}d}. \quad (6)$$

В процессе деформации подошва получает приращение (утяжку) по высоте $\Delta h_{п}$. С учетом выражений (4) определили толщину подошвы после прохода следующим образом:

у основания $b_{п} = b'_{п} - \Delta t_{п}$;

у вершины $a_{\Pi} = b'_{\Pi} - (h'_{\Pi} - d' + \Delta h_{\Pi}) \cdot \operatorname{tg} \varphi_{\Pi} - \Delta t_{\Pi}$,

$$\frac{d'}{d} = \frac{0.5(a'_{\Pi} + b'_{\Pi})(h'_{\Pi} - d') + b'_{\Pi}d'}{0.5(2b'_{\Pi} - (h'_{\Pi} - d' + \Delta h_{\Pi}) \cdot \operatorname{tg} \varphi_{\Pi} - 2\Delta t_{\Pi})(h'_{\Pi} - d' + \Delta h_{\Pi}) + (b'_{\Pi} - \Delta t_{\Pi})d'}. \quad (7)$$

Функцию, описывающую изменение высоты подошвы, представили в виде

$$h_{\Pi x} = (h'_{\Pi} - d') \cdot \sqrt{\beta_{\Pi}^2 - (\beta_{\Pi}^2 - 1) \left(\frac{x^3}{l_{\Pi}^3} \right) \left(10 - 15 \frac{x}{l_{\Pi}} + 6 \frac{x^2}{l_{\Pi}^2} \right)}, \quad (8)$$

где β_{Π} – коэффициент приращения подошвы $\beta_{\Pi} = 1 + \frac{\Delta h_{\Pi}}{(h'_{\Pi} - d')}$; l_{Π} – длина очага деформации подошвы $l_{\Pi} = \sqrt{2R_{\Pi}\Delta t_{\Pi} - \Delta t_{\Pi}^2}$.

Предполагали, что при деформации участка III подошвы течение металла в направлении оси отсутствует. На указанном участке подошва обжимается на величину Δt_{Π} неприводным вертикальным валком и уравнение контактной поверхности записали в следующем виде

$$t_{III} = b_{\Pi} + R_{\Pi} - \sqrt{R_{\Pi}^2 - x^2}. \quad (9)$$

Деформация участков IV и V головки аналогична по характеру деформации участков II и III подошвы соответственно. Поэтому геометрическую модель очага деформации на этих участках описали выражениями (3) – (9), заменив в них индекс «п» на «г».

Кинематически возможное поле скоростей течения металла

При построении кинематически возможного поля скоростей полагали, что все элементы профиля выходят из очага деформации со скоростью V_1 , которую представили в виде:

$$V_1 = v \cdot V_{\text{вг}}, \quad (10)$$

где v – коэффициент опережения по шейке; $V_{\text{вг}}$ – скорость вращения горизонтального вала на участке шейки.

Поле скоростей течения металла для каждого элемента профиля определяли с учетом гипотезы плоских сечений и гипотезы прямых вертикалей. Из условия постоянства секундных объемов имеем:

$$V_{xIII} = V_1 \frac{d}{d_x}, \quad V_{xII} = V_1 \frac{\omega_{\Pi}}{\omega_{xII}}, \quad V_{xI} = V_1 \frac{\omega_{\Gamma}}{\omega_{xI}}, \quad (11)$$

где V_{xIII} , V_{xII} и V_{xI} – продольные составляющие скорости течения металла для шейки, подошвы и головки рельса соответственно; ω_{III} , ω_{II} и ω_I – площади поперечного сечения элементов профиля в плоскости выхода из валков; ω_{xIII} , ω_{xII} и ω_{xI} – текущие вдоль оси X площади поперечного сечения элементов профиля.

Поскольку шейка, участок III подошвы и участок V головки деформируются в условиях плоского течения, то $V_{yIII} = 0$, $V_{zIII} = 0$ и $V_{zIV} = 0$, а для определения оставшейся проек-

ции достаточно использовать условие несжимаемости

ци достаточно использовать условие несжимаемости

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0. \quad (12)$$

Подставив выражения (10) в (11) получили

$$V_{zIII} = -z \frac{\partial V_{xIII}}{\partial x}; \quad V_{yIII} = -y \frac{\partial V_{xII}}{\partial x}; \quad V_{yIV} = -y \frac{\partial V_{xI}}{\partial x}.$$

При определении проекций V_y и V_z на участке II подошвы и участке IV головки наряду с условием несжимаемости использовали кинематическое граничное условие, которое состоит в том, что полный вектор скорости течения металла на

поверхности раската $\vec{V}_n = (V_{nx}, V_{ny}, V_{nz})$ лежит в касательной плоскости к этой поверхности, вследствие чего имеем

$$V_{nyi} = V_{nxi} \frac{\partial t_i}{\partial x} + V_{nzi} \frac{\partial t_i}{\partial z}, \quad (13)$$

где t_i – уравнение поверхности раската для соответствующего участка ($i = II, IV$).

С учетом изложенного получили

$$V_{yi} = V_{nyi} \frac{y}{t_i}. \quad (14)$$

$$V_{zi} = -\frac{1}{t_i} \int \frac{\partial}{\partial x} (V_{xi} t_i) dz. \quad (15)$$

Таким образом, геометрическая модель очага деформации и кинематически возможное поле скоростей течения металла построены с точностью до трех неизвестных величин: коэффициента опережения v , приращения (утяжки) подошвы Δh_{Π} и приращения (утяжки) головки Δh_{Γ} , которые необходимо определить в результате решения задачи.

Граничные условия

Принимаем допущение, что на всех контактных поверхностях происходит скольжение металла относительно валков и среднее напряжение трения равно

$\tau_{\text{тр}} = \psi \tau_s$, где ψ – показатель трения, зависящий от температуры прокатки θ и состояния по-

верхности валков, который может быть определен по формуле [7]

$$\psi = 0,802 \left(\frac{\theta}{1000} \right)^{-2,112}, \quad (16)$$

τ_s – сопротивление металла на сдвиг.

Известно, что напряжения трения в зонах отставания и опережения распределяются неравномерно, причем в зоне отставания они обычно больше, чем в зоне опережения. Чтобы это учесть, приняли гипотезу, согласно которой средние напряжения трения в зонах отставания $\bar{\tau}_{\text{тр.оти}}$ и опережения $\bar{\tau}_{\text{тр.опи}}$ распределяются пропорционально средним скоростям скольжения в этих зонах $\bar{V}_{\text{ск.оти}}$ и $\bar{V}_{\text{ск.опи}}$, а в каждой зоне полные напряжения трения постоянны (здесь индекс i – соответствует номеру рассматриваемого участка рельсового профиля). В соответствии с принятой гипотезой имеем

$$\bar{\tau}_{\text{тр.оти}} = \bar{\tau}_{\text{три}} \frac{\bar{V}_{\text{ск.оти}}}{\bar{V}_{\text{ски}}}; \quad \bar{\tau}_{\text{тр.опи}} = \bar{\tau}_{\text{три}} \frac{\bar{V}_{\text{ск.опи}}}{\bar{V}_{\text{ски}}}. \quad (17)$$

Средние скорости скольжения равны

$$\bar{V}_{\text{ск.оти}} = \frac{1}{F_{\text{оти}} F_{\text{оти}}} \int_{F_{\text{оти}}} V_{\text{ски}} dF \bar{V}_{\text{ск.опи}} = \frac{1}{F_{\text{опи}} F_{\text{опи}}} \int_{F_{\text{опи}}} V_{\text{ски}} dF, \quad (18)$$

$$\bar{V}_{\text{ски}} = \frac{1}{F_{\text{оти}} + F_{\text{опи}}} (\bar{V}_{\text{ск.оти}} F_{\text{оти}} + \bar{V}_{\text{ск.опи}} F_{\text{опи}}), \quad (19)$$

где $F_{\text{оти}}$ и $F_{\text{опи}}$ – площади контактной поверхности зон отставания и опережения соответственно.

Границей раздела контактной поверхности на зоны отставания и опережения является нейтральная линия, уравнение которой для приводного горизонтального валка определяется из условия равенства нулю проекции полной скорости скольжения на касательную к окружности валка $V_{\text{ски}}^*$.

С учетом принятых гипотез для участка I (шейки) нейтральная линия представляет собой прямую параллельную оси Y , а координату $x_{\text{нш}}$ ее определяли из выражения:

$$V_{\text{ски}}^* = 0 \text{ или } V_{\text{ск.ш } x} \cdot \cos \alpha_x + V_{\text{ск.ш } z} \cdot \sin \alpha_x = 0, \quad (20)$$

здесь $V_{\text{ск.ш } x}$ и $V_{\text{ск.ш } z}$ – проекции полной скорости скольжения на координатные оси:

$$V_{\text{ск.ш } x} = V_{\text{ш}} - V_{\text{вг } x}, \quad V_{\text{ск.ш } z} = V_{\text{ш}} - V_{\text{вг } z}; \quad (21)$$

α_x – текущий центральный угол горизонтального

$$\text{валка, } \sin \alpha_x = \frac{x}{R_r}.$$

На поверхности контакта подошвы и головки с горизонтальным валком (участки II и IV) нейтральная линия имеет более сложный характер, а именно, ее координата $z_{\text{нги}}$ является функцией координаты x . Эту функцию необходимо найти из условия

$$V_{\text{ск.гв } ix} \cdot \cos \alpha_{xz} + V_{\text{ск.гв } iz} \cdot \sin \alpha_{xz} = 0; \quad (i = II, IV) \quad (22)$$

здесь α_{xz} – текущий центральный угол горизонтального валка, $\sin \alpha_{xz} = \frac{x}{R_{\text{гп}}}$, где $R_{\text{гп}}$ определяли

по выражению (3); $V_{\text{ск.гв } ix}$ и $V_{\text{ск.гв } iz}$ – проекции полной скорости скольжения на рассматриваемом участке, например для участка II :

$$V_{\text{ск.гв } IIx} = V_{\text{шп}} - V_{\text{вгп } x}, \quad V_{\text{ск.гв } IIz} = V_{\text{шп}} - V_{\text{вгп } z}; \quad (23)$$

$V_{\text{вгп } x}$ и $V_{\text{вгп } z}$ – проекции окружной скорости вращения валка, $V_{\text{вгп}} = V_{\text{вг}} \frac{R_{\text{гп}}}{R_r}$.

Численным решением установили, что нейтральная линия на участках II и IV имеет вид, представленный на рис. 2. Для определения положения точек M и M_1 , уравнение (22) решали относительно координаты x при $z = d_x$ и $z = h_{ix}$. Таким образом, верхнюю границу зоны отставания на контактной поверхности участков II и IV с горизонтальным валком описали следующим образом

$$z_{\text{от.гви}} = \begin{cases} z_{\text{нги}} & \text{при } x_M < x < x_{M_1} \\ h_{ix} & \text{при } x_{M_1} < x < l_i \end{cases}, \quad (24)$$

а нижнюю границу зоны опережения

$$z_{\text{оп.гви}} = \begin{cases} d_x & \text{при } 0 < x < x_M \\ z_{\text{нги}} & \text{при } x_M < x < x_{M_1} \end{cases}, \quad (25)$$

при этом нижней границей зоны отставания будет являться функция d_x , а верхней границей зоны опережения – функция h_{ix} .

Нейтральная линия на контактной поверхности вертикальных валков с подошвой и головкой рельса представляет собой прямую параллельную оси Z , а поскольку валки являются неприводными, координата $x_{\text{нви}}$ ($i = II, III, IV, V$) ее равна половине длины очага деформации (принято, что затраты мощности на преодоление сил трения в шейках валков значительно меньше мощности деформации, и этими затратами можно пренебречь).

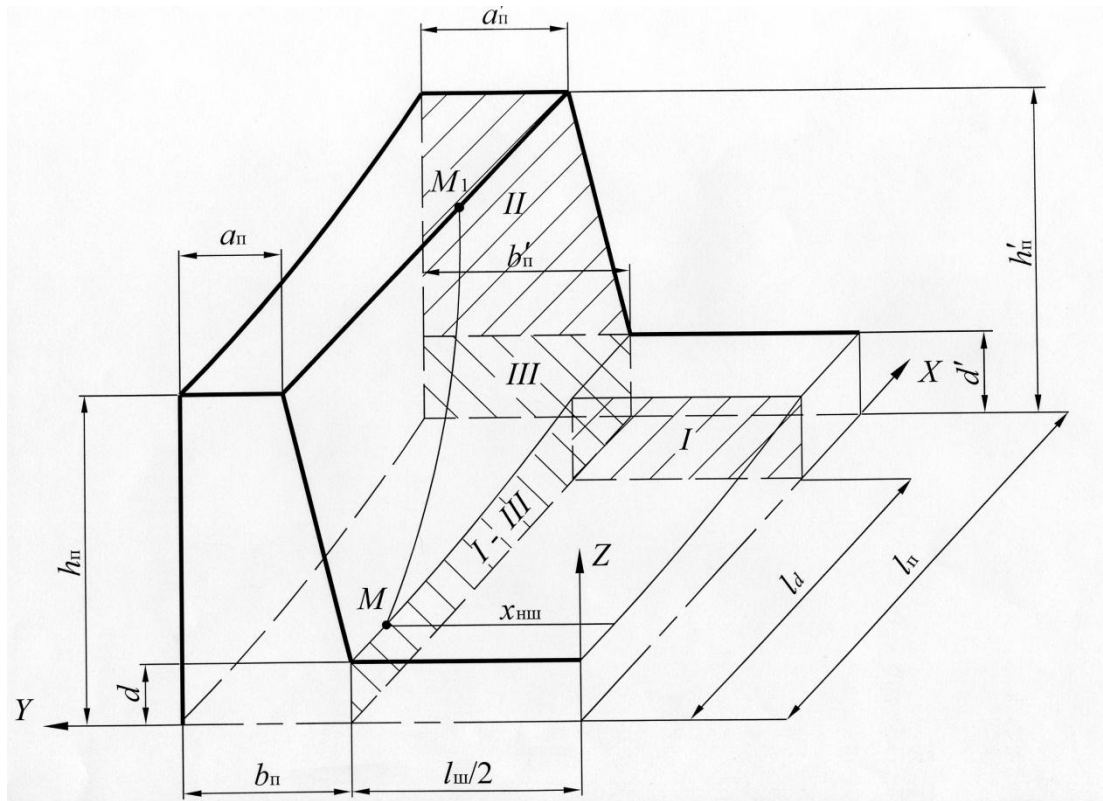


Рис. 2. Нейтральные линии и поверхности среза подошвы и шейки

Основная система уравнений

Принято, что деформируемый металл обладает свойствами жестко-пластической среды.

Для определения неизвестных параметров коэффициента опережения v , приращения (утяжки) подошвы Δh_n и приращения (утяжки) головки Δh_r , составили функционал принципа минимума полной мощности:

$$J(v, \Delta h_n, \Delta h_r) = \sum_{i=1}^V N_{vni} - \sum_{i=1}^V N_{cki} - \sum_{i=1}^V N_{vali} + \sum N_{cp}, \quad (26)$$

и три уравнения:

$$\begin{array}{l} \text{уравнение} \quad \text{баланса} \quad \text{мощности} \quad - \\ J(v, \Delta h_n, \Delta h_r) = 0; \end{array} \quad (27)$$

условия минимума функционала

$$\frac{\partial J(v, \Delta h_n, \Delta h_r)}{\partial \Delta h_n} = 0 \text{ и } \frac{\partial J(v, \Delta h_n, \Delta h_r)}{\partial \Delta h_r} = 0. \quad (28)$$

В соответствии с принятой методикой, составляющие функционала (26) определялись следующим образом.

Мощность внутренних сил

$$N_{vni} = \int_{V_i} \tau_{si} H_i dV, \quad (29)$$

где H_i - интенсивность скоростей деформации сдвига.

$$\tau_{si} = \sigma_s / 3 = \exp(8,9 + 0,47 \cdot \ln \varepsilon_i - 0,87 \cdot \varepsilon_i + 0,13 \cdot \ln u_i - 0,0032 \cdot \theta) / 3, \quad (34)$$

где ε_i и u_i - средняя степень и средняя скорость деформации для соответствующего участка.

Мощность сил среза

$$N_{cpi} = \int_{F_{cpi}} \tau_{si} |V_{cpi}| dF = \int_{F_{cpi}} \tau_{si} |V_i^+ - V_i^-| dF, \quad (30)$$

где V_i^+ и V_i^- - проекции скорости течения металла на касательную плоскость к поверхности среза F_{cpi} соответственно с внутренней и внешней сторон этой поверхности (некоторые поверхности среза представлены на рис. 2).

Мощность напряжений трения на скоростях скольжения

$$N_{cki} = - \int_{F_{oti}} \bar{\tau}_{тр.оти} V_{cki} dF - \int_{F_{oni}} \bar{\tau}_{тр.они} V_{cki} dF. \quad (31)$$

Мощность, подводимая валками

$$N_{vali} = \int_{F_{oti}} \tau_{тр.оти}^* V_{vri} dF + \int_{F_{oni}} \tau_{тр.они}^* V_{vri} dF, \quad (32)$$

$$\begin{array}{l} \text{где } \tau_{тр.оти}^* = -\bar{\tau}_{тр.оти} (V_{cki}^* / V_{cki}), \\ \tau_{тр.они}^* = -\bar{\tau}_{тр.они} (V_{cki}^* / V_{cki}). \end{array} \quad (33)$$

Величину τ_{si} определяли с учетом исследований сопротивления металла деформации, выполненных В.К. Смирновым, А.Р. Бондиным

Полученные уравнения (27) и (28) решали численным методом с применением пакета программ MathCAD 14.

Выводы. Применение вариационного принципа минимума полной мощности позволило сформулировать задачу по определению рациональных режимов прокатки рельсов в универсальном калибре, обеспечивающих равенство коэффициентов вытяжки по шейке, подошве и головке рельсового профиля.

Список литературы

1. Матвеев Б.Н. Современные рельсопрокатные станы. Бюлл. «Черная металлургия» М.: ОАО «Черметинформация». 2006. №2. С. 40 – 43.
2. Свейковски У., Нерзак Т. Производство рельсов высокого качества с использованием компактных универсальных клеток и технологий RailCool. Металлургическое производство и технология (МРТ). Русское издание. 2006. №2. С. 50 – 56.
3. Шилов В.А., Шварц Д.Л., Литвинов Р.А. Расчет формоизменения металла при прокатке рельсов в универсальных калибрах // Известия вузов. Черная металлургия. 2008. №3. С. 51-54.
4. Смирнов В.К., Бондин А.Р., Михайленко А.М. Исследование прокатки рельсов в универсальных клетях // Производство проката. 2003. № 12. С. 24-30.
5. Шилов В.А., Литвинов Р.А., Шварц Д.Л. Моделирование процесса прокатки рельсов в универсальных калибрах // Производство проката. 2009. №8. С. 20-25 .
6. Смирнов В.К., Шилов В.А., Литвинов К.И. Деформации и усилия в калибрах простой формы. – М.: Металлургия, 1982. 144 с.
7. Смирнов В.К., Шилов В.А., Инатович Ю.В. Калибровка прокатных валков. Учебное пособие для вузов. – М. Теплотехник, 2008. 490 с.