

## РАЗДЕЛ 2. АНАЛИТИКА И КОНСТРУИРОВАНИЕ

### КОГДА КОЛЛЕКТИВНЫЕ РЕШЕНИЯ НЕ СОГЛАСУЮТСЯ С ЛОГИКОЙ

**Вл. Д. Мазуров**

*доктор физико-математических наук, профессор кафедры  
математической экономики Института математики  
и компьютерных наук Уральского федерального университета  
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина,  
г. Екатеринбург*

Жан-Жак Руссо считал, что люди рождаются свободными и равными в правах<sup>61</sup>. Однако имеет место проблема их сосуществования, а что касается согласования мнений, то это задача в общем случае неразрешимая. Последнее доказывается математическим анализом. Впрочем, социологи и политологи, наверное, скажут, что это им давно известно. Но важна абсолютная точность аргументов. Отсюда следует, что формализация процессов выбора решений имеет разумные пределы. «Не паши поле твое до самого края» – сказано в Библии. Как ни странно, оказалось, что выбор решений в общественных науках не должен быть предельно оптимальным по каким бы то ни было формальным критериям, что особенно справедливо для задач коллективного выбора, в процедурах голосования. Один из очевидных примеров: выявление победителей в конкурсах. Оказалось, что в этом случае просто вредны, например, балльно-рейтинговые процедуры. Я бы предостерег от излишней формализации: эффективны только неформальные обсуждения проблемы выбора консенсусными достаточно продвинутых экспертов.

Более серьезные противоречия обнаружены в ситуациях общественного договора. А именно:

- не работают известные правила представительного правления – не решается без противоречий вопрос о рациональном пропорциональном распределении квот в парламенте;
- неосуществима справедливая интеграция индивидуальных мнений в каком-либо групповом решении;
- не работает механизм коллективного выбора индивидуальных ценностей.

Известно, что в экономике механизмы коллективного выбора таковы: рынок, голосование и обычай<sup>62</sup>. Заметим, что в противоречивых

<sup>61</sup> См.: Rousseau J.-J. The social contract. N. Y.: Putnam's sons, 1906. 160 p.

<sup>62</sup> См. подробнее: Мильль Дж. С. Принципы политической экономии. М.: Прогресс, 1980. 432 с.; Fisher I. Elementary Principles of Economics. N. Y.: Macmillan, 1912. 454 p.

ситуациях коллективного выбора применяется так называемая лингвистическая терапия – грубо говоря, забалтывание проблемы. В случае сложного неформального выбора используется конференция группы экспертов.

Итак, Руссо говорит о равенстве. С логической точки зрения равенство – вариант равновесия. Модель равенства накладывается на шероховатую, бугристую действительность – в этом случае мы получаем противоречия, и фактически мы имеем разные степени неравенства.

Анализ схем голосования приводит к парадоксальному выводу: если правило коллективного выбора формализовано, то коллектив всегда делает странный выбор из альтернатив, какие бы благие намерения члены коллектива, группы ни имели. Это не только теоретический, но и практический факт.

По вопросу о демократиях коллективного выбора есть печальный опыт многовековых наблюдений, а кроме того также существуют две теоремы невозможности: 1) теорема Балинского–Янга и 2) теорема Эрроу; и все-таки есть одна теорема о возможности – о существовании корректных комитетов (консилиумов) в диагностике<sup>63</sup>. О смысле этих теорем – ниже.

В течение XX в. политики, политологи, экономисты и математики пытались строго обосновать то положение, что благосостояние человечества зависит от улучшения планирования и справедливых правил коллективного выбора альтернатив. Были предложены, в частности, различные схемы пропорционального представительства регионов в парламенте страны. Применялись также различные правила голосования или коллективного договора. Но все эти предлагавшиеся схемы оказались противоречивыми – таков итог многочисленных коррекций демократических процедур. Тем не менее, оказалось (в результате исследования искусственных нейронных сетей), что непротиворечивые схемы коллективного принятия решений существуют – при условии замены задачи выбора (требующего упорядочения альтернатив) на постановку задачи классификации альтернатив, разбиения их на классы. Итак:

- теорема Балинского–Янга: не существует метода, удовлетворяющего фундаментальным целям пропорционального распределения мест региональных представителей в парламенте;

- теорема Эрроу: из демократий коллективного выбора альтернатив логически непротиворечива только диктатура;

<sup>63</sup> См.: Мазуров Вл. Д. О комитеты системы выпуклых неравенств // Труды ИСМ. М.: МГУ, 1966. № 14. С. 41; Метод комитетов в распознавании образов / под ред. Вл. Д. Мазурова. УНЦ АН СССР, 1974. 180 с.; Мазуров Вл. Д. Метод комитетов в задачах оптимизации и классификации. М.: Наука, 1990. 248 с.

- теорема о комитетах (Мазуров): существует множество непротиворечивых схем диагностики и классификации альтернатив. Обсудим эти теоремы. Вначале повторим общий вывод: формализация имеет свои пределы.

Эрроу предполагает выполнение следующих аксиом<sup>64</sup> (мы сравниваем альтернативы по их предпочтительности для каждого участника выбора):

1. Полнота: для любых двух вариантов коллектив обязательно выберет или более предпочтительный вариант, или сочтет их равноценными.

2. Транзитивность: если альтернатива  $a$  предпочтительнее чем  $b$ , а  $b$  предпочтительнее чем  $c$ , то  $a$  предпочтительнее чем  $c$ .

3. Коллективные предпочтения являются некоторой определенной функцией от индивидуальных предпочтений.

4. Если для всех членов коллектива альтернатива  $a$  предпочтительнее чем  $b$ , то и коллективное предпочтение будет таким же.

5. Независимость: если коллектив сравнивает альтернативы  $a$  и  $b$ , то результат сравнения не зависит от отношения коллектива к любому третьему варианту  $c$ .

И теперь точная формулировка теоремы Эрроу: при выполнении предположений 1–5 коллективное предпочтение может быть только правилом диктатора, то есть – коллективное мнение будет совпадать с мнением какого-то одного выбранного индивидуума.

Заметим, что из теоремы Эрроу отнюдь не следует, что вообще демократию надо заменять диктатурой. Просто в теории решений рассматриваются абстрактные процедуры голосования – с целью прояснения условий возможности голосования. Кроме того, «диктатором» фактически в данных ограниченных условиях может быть любой участник процедуры выбора. Далее, на практике полная корректная формализация процесса обработки голосов невозможна, применяются и неформальные процедуры. При этом можно заметить, что неформальный выбор основывается на понимании глубинных смыслов альтернатив, на логике прецедентов.

Балински и Янг доказали, что не может существовать система пропорционального представительства, распределяющая мандаты по принципам пропорциональности. Поэтому разрабатываются методы определения представительности парламентов<sup>65</sup>.

Теорема о комитетах использует классы альтернатив, причем предполагается, что одна и та же альтернатива не может принадлежать

<sup>64</sup> См. подробнее: Эрроу К. Дж. Коллективный выбор и индивидуальные ценности. М.: ГУ-ВШЭ, 2004. 204 с.

<sup>65</sup> См.: Алескеров Ф. Т., Платонов В. В. Индексы представительности парламента // Полития. 2003. №1 (28). С. 193–200; Манен Б. Принципы представительного правления. СПб.: ЕУСПб, 2008. 323 с.

разным классам. Это положение удобно разъяснить на примере балльно-рейтинговой оценки проектов, участвующих в конкурсе. Оценка делается коллективом экспертов. Теорема (а также практика) показывают, что не упорядочение проектов по их предпочтительности, а их отнесение к классам, устраняет противоречия коллективного выбора. Корректное выделение одного проекта в классе наиболее предпочтительных проектов возможно только в результате неформальной конференции экспертов. Я замечу, что сам принимал участие в нескольких конкурсах в качестве эксперта и имел возможность на практике убедиться в невозможности формализации процедуры выбора.

Сведение набора индивидуальных мнений (в случае классификации) к результирующему коллективному может быть получено на пути комбинирования индивидуальных оценок либо на пути дополнения множества индивидуумов формальными индивидуумами, так что полученный коллектив может быть корректным экспертом.

Вывод таков: упорядочение альтернатив надо заменить их разбиением на классы. При этом шкала оценок не должна быть слишком густой.

Но еще сложнее и противоречивее баланс между правами личности и интересами общества. Человек считает справедливым то, что отвечает его пониманию сущности человека и его прав. Например, есть кажущаяся простой проблема справедливости распределения благ  $x = [x_1, \dots, x_n]$ , где  $x_i$  – доля  $i$ -го участника, при наличии интересов индивидуумов – задача уравнивания интересов. Но и она может быть неразрешимой. Реальный путь – неформальный баланс интересов, компромиссы.

На самом деле речь идет о выработке равновесия интересов индивидуумов. Например, надо выработать коллективное отношение предпочтения между вариантами действий. При этом имеется отношение предпочтения  $R$ , так что для  $x$  и  $y$  из допустимой области может быть либо  $x R y$  (то – есть  $x$  предпочтительнее, чем  $y$ ), либо  $y R x$ , либо эквивалентность варианта  $x$  варианту  $y$  ( $x = y$ ). Если есть множество субъектов, каждый со своим отношением предпочтения или упорядочения, то возникает вопрос о том, каково коллективное упорядочение. Коллективное предпочтение есть функция от индивидуальных предпочтений. Мы знаем (например, из работ Эрроу), что логически приемлемо лишь правило диктатора. Это не значит, что и на самом деле надо выбирать диктатуру в качестве принципа общественного выбора. Нами установлено, что корректнее рассматривать функции от индивидуальных правил не упорядочения вариантов, а их классификации. И этот принцип позволяет избежать экстремальных решений.

Общественный договор во многом проблематичен. Уже при оценке вариантов решений коллективами экспертов возникают некоторые проблемы. А именно, существуют пределы формализации при описании объектов и ситуаций, при анализе решений задач обработки данных измерений. Так обнаружено, что полнота передачи ценностных суждений возможна только на естественном языке. Это проявляется, например, при попытках применять балльно-рейтинговые системы экспертных оценок. Однако если мы стремимся к формализации, то имеется такой выход – надо применять не упорядочение вариантов, а их диагностику. В этом случае не возникают парадоксы при формировании коллективных решений.

Реальность такова, что политики вынуждены обещать электорату слишком многое, потому что избиратели требуют выделения общественных средств сразу на множество целей, и в целом ситуация становится противоречивой, так как общественные средства ограничены.

Выбор действий в некоторой ситуации предполагает использование предварительной диагностики и прогнозирования развития ситуации. Особенно важно это в случае коллективного выбора. Коллективный выбор предполагает сведение индивидуальных данных к некоторым общим данным. В частности, индивидуальные мнения о том или ином предмете сводятся к агрегированному мнению о нем. Коллективное мнение есть некоторая функция индивидуальных мнений – не только предпочтений, но и диагностики. Это относится и к нейронным сетям, где мнение отдельных нейронов сводится к общему результирующему мнению сети.

В задаче выбора решений и прогнозирования результатов решений задач исследования операций мы выделяем информационную составляющую и оцениваем зависимости множества решений от колебания информации и критериев выбора. С содержательной точки зрения речь может идти о вычислении отклонений от идеала – от наилучшего состояния, о вычислении ценностей вариантов выбора. Факторы (глубинные, а не исходные признаки вариантов) выделяются в результате решения задачи факторного анализа. Ценность какого – либо фактора можно измерять через величину потерь от выключения или стабилизации этого фактора.

Планирование измерений и обработка их результатов это всегда актуальное направление. Алгоритмическая теория измерений относится к конструктивной математике. Еще древние греки обнаружили несоизмеримость некоторых отрезков. Это связано с природой вещественных чисел, которая еще не до конца исследована.

Проблемой является измерение истинных величин признаков объектов. Особенно востребованы косвенные измерения, когда искомую величину определяют через другие – доступные непосредственному измерению величины.

Трудные задачи метрологии решаются с помощью дискриминантного анализа. Так, качественные признаки можно превратить в количественные с помощью обучения распознаванию. В метрологии актуальна задача подбора экспертных комиссий. Точное решение этой задачи дает теория комитетных конструкций. Комитетная конструкция – математическая модель коллектива экспертов с определенным правилом генерирования коллективного решения<sup>66</sup>.

Более широкая область – исследование социальной справедливости<sup>67</sup>, но эта область – источник более сложных задач. Предположения теории социального выбора в чистом виде несостоятельны. В частности, понятие «воли народа» это источник парадоксов, которые могут быть разрешены только на основе изощренного анализа. И опять «лирики» вынуждены обратиться к «физикам». И в то же время «физики» – к «лирикам», так как крайняя формализация опасна.

Математики знают пределы возможности своих методов. Достаточно сослаться на теоремы Гёделя о неразрешимости.

## ЛОГИЧЕСКИЙ КВАДРАТ И ГЕКСАГОН ЭПИСТЕМИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ

(Эволюционная эпистемология как явный абсурд с точки зрения древнегреческой философии абсолютного знания, и загадочная абсурдность этой древнегреческой онтологии и философии знания с точки зрения современной логики, методологии и философии науки: о возможности логически непротиворечивого «снятия» конфликта двух парадигм)

**В. О. Лобовиков**

*доктор философских наук, профессор кафедры онтологии и теории познания Департамента философии Института социальных и политических наук Уральского федерального университета имени первого Президента России Б. Н. Ельцина, г. Екатеринбург*

Сократ. Очевидно, выходит что-то невозможное, если допустить, что знание и ощущение – одно и то же.

Теэтет. Похоже, что так.

Сократ. Стало быть, нужно признать, что они различны?

Теэтет. Боюсь, что да.

*Платон «Теэтет»<sup>68</sup>.*

<sup>66</sup> См.: Качай М. Ю. О вычислительной сложности задачи о минимальном комитете и смежных задач // Доклады Академии Наук. 2006. Т. 406. № 6. С. 742–745.

<sup>67</sup> Руденкин В. Н. Социальная справедливость: мечта или фактор консолидации общества // Вестник Уральского института экономики, управления и права. 2013. № 4 (25). С. 63–69.

<sup>68</sup> Платон. Федон, Пир, Федр, Парменид. М.: Мысль, 1999. С. 219.