УДК 620.19

Хакимов А. Г.
ИМ им. Р. Р. Мавлютова УфНЦ РАН, г. Уфа

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТРУБОПРОВОДА С ЖИДКОСТЬЮ ПО СОБСТВЕННЫМ ЧАСТОТАМ КОЛЕБАНИЙ

В протяженных объектах типа магистральных трубопроводных систем не все участки могут быть доступны для визуального осмотра и приборного диагностирования. Исследуются собственные частоты изгибных колебаний трубопровода с жидкостью под давлением, находящейся под действием растягивающей силы и защемленной по краям. Использовано уравнение изгибных колебаний трубопровода по модели Кирхгоффа. С помощью граничных условий получено частотное уравнение. Получено, что с увеличением осевого усилия происходит увеличение собственных частот изгибных колебаний трубы. Установлено, что с увеличением толщины стенки трубы происходит уменьшение собственных частот изгибных колебаний трубы для растягивающего осевого усилия и увеличение собственных частот изгибных колебаний трубы для сжимающего осевого усилия. Получено, что с увеличением плотности жидкости или давления внутри трубопровода происходит уменьшение собственных частот изгибных колебаний трубы. По двум собственным частотам изгибных колебаний трубы можно определить осевое усилие и толщину стенки трубы, или осевое усилие и плотность жидкости в трубопроводе, или плотность жидкости в трубопроводе и толщину стенки трубы, или давление и плотность жидкости в трубопроводе, или давление в трубопроводе и толщину его стенки. Результаты работы могут быть применены для определения осевого усилия и толщины стенки трубы, или осевого усилия и плотности жидкости в трубопроводе, или плотности жидкости в трубопроводе и толщины стенки трубы, или давления и плотности жидкости в трубопроводе, или давления в трубопроводе и толщины его стенки по двум собственным частотам изгибных колебаний.

Ключевые слова: *трубопровод, изгибные колебания, собственные частоты, плотность жидкости, внутреннее давление, прямая и обратная задачи.*

В протяженных объектах типа магистральных трубопроводных систем не все участки могут быть доступны для визуального осмотра и приборного диагностирования [1]. Проблемам диагностики дефектов в стержневых системах посвящено много работ, обзор которых можно найти, например, в [2–4]. В [5] представлен способ неразрушающего контроля толщины стенки газопровода, основанный на методе магнитного поля рассеяния, и дается обзор работ по данной теме. В статье [6] разработан алгоритм, позволяющий найти математическое ожидание длины продольной трещины дефектной трубы, при которой сохраняется нормативный безопасный уровень надежности газопровода. Решение получено для условия, когда вязкость разрушения трубной стали, сжимающее усилие, давление газа, коэффициент линейного расширения, модуль Юнга, температурный перепад стенки трубы, ее диаметр и толщина нормально распределены.

Исследуются собственные частоты изгибных колебаний трубопровода с жидкостью под давлением, находящейся под действием растягивающей силы и защемленной по краям. Требуется определить осевое усилие и толщину стенки трубы, или осевое усилие и плотность жидкости в трубопроводе, или плотность жидкости в трубопроводе и толщину стенки трубы, или давление и плотность жидкости в трубопроводе, или давление в трубопроводе и толщину его стенки по собственным частотам изгибных колебаний. Уравнение изгибных колебаний трубопровода по модели Кирхгоффа имеет вид

$$EJ\frac{\partial^4 w_*}{\partial x^4}-\left(T-P_iF_i\right)\frac{\partial^2 w_*}{\partial x^2}+\left(\rho F+\rho_iF_i\right)\frac{\partial^2 w_*}{\partial t^2}=0, \qquad (1)$$

где E, ρ, J, F – модуль упругости, плотность, осевой момент инерции и площадь поперечного сечения трубопровода, ρ_i, F_i, P_i – плотность жидкости, площадь проходного сечения и давление внутри трубопровода, T – усилие растяжения в трубопроводе, w_* – прогиб трубопровода, x – координата, направленная по оси трубопровода, t – время. А уравнение, определяющее форму изгибных колебаний трубопровода, записывается:

$$\frac{\partial^4 w_*}{\partial x^4} - \frac{T - P_i F_i}{EJ} \cdot \frac{\partial^2 w_*}{\partial x^2} - \frac{(\rho F + \rho_i F_i)\omega^2}{EJ} w_* = 0\,,$$

$$F_i = \pi R_i^2, \qquad F = \pi\left[(R_i + h)^2 - R_i^2\right], \qquad J = \pi\left[(R_i + h)^4 - R_i^4\right]/4\,, \tag{2}$$

где ω – частота, R_i – внутренний радиус трубопровода, h, L – толщина стенки и длина трубопровода.

Отсчитывая координату x от точки крепления, запишем граничные условия для защемленного по краям трубопровода:

$$w_* = 0, \qquad \frac{\partial w_*}{\partial x} = 0 \qquad (x = 0, L). \tag{3}$$

Пользуясь в дальнейшем обозначениями

$$\xi = \frac{x}{L}, \qquad w = \frac{w_*}{L}, \qquad p = \frac{(T - P_i F_i)L^2}{2EJ}, \qquad \lambda = L\sqrt[4]{\frac{(\rho F + \rho_i F_i)\omega^2}{EJ}}\,,$$

общее решение уравнения (2) и граничные условия (3) представим в виде:

$$w = A\cos\left(\xi\sqrt{\sqrt{p^2+\lambda^4} - p}\right) + B\sin\left(\xi\sqrt{\sqrt{p^2+\lambda^4} - p}\right) +$$

$$+ C\mathrm{ch}\left(\xi\sqrt{p + \sqrt{p^2+\lambda^4}}\right) + D\mathrm{sh}\left(\xi\sqrt{p + \sqrt{p^2+\lambda^4}}\right),$$

$$w_1 = 0, \qquad \frac{\partial w}{\partial \xi} = 0 \qquad (\xi = 0{,}1). \tag{4}$$

Граничные условия и условия (4) в развернутом виде записываются:

$$A + C = 0\,,\ B\sqrt{\sqrt{p^2+\lambda^4} - p} + D\sqrt{\sqrt{p^2+\lambda^4} - p} = 0\,,$$

$$A\cos\sqrt{\sqrt{p^2+\lambda^4} - p} + B\sin\sqrt{\sqrt{p^2+\lambda^4} - p} + C\mathrm{ch}\sqrt{\sqrt{p^2+\lambda^4} + p} + D\mathrm{sh}\sqrt{\sqrt{p^2+\lambda^4} + p} = 0,$$

$$\sqrt{\sqrt{p^2+\lambda^4} - p} \cdot \left(-A\sin\sqrt{\sqrt{p^2+\lambda^4} - p} + B\cos\sqrt{\sqrt{p^2+\lambda^4} - p}\right) +$$

$$+ \sqrt{\sqrt{p^2+\lambda^4} + p} \cdot \left(C\mathrm{sh}\sqrt{\sqrt{p^2+\lambda^4} + p} + D\mathrm{ch}\sqrt{\sqrt{p^2+\lambda^4} + p}\right) = 0.$$

Для того чтобы A, B, C, D не были равны нулю одновременно, необходимо, чтобы определитель основной матрицы был равен нулю. Это условие дает частотное уравнение:

$$\lambda^2\left(1-\cos\sqrt{\sqrt{p^2+\lambda^4}-p}\cdot\mathrm{ch}\sqrt{p+\sqrt{p^2+\lambda^4}}\right)+p\sin\sqrt{\sqrt{p^2+\lambda^4}-p}\cdot\mathrm{sh}\sqrt{p+\sqrt{p^2+\lambda^4}}=0.$$

Таким образом, в приведенной простейшей модели трубопровода фигурируют параметры p и λ, которые зависят от усилия растяжения в трубе T, толщины стенки трубопровода h, плотности ρ_i и давления P_i жидкости внутри трубопровода.

Прямая задача. Расчеты проведены для следующих параметров трубы: $E = 2{,}0\cdot10^{11}$ Н/м^2, $\rho = 7800$ кг/м^3, $R_i = 0{,}259$ м, $L = 25$ м. Получены зависимости низших собственных частот изгибных колебаний трубопровода от осевого усилия T при давлении внутри трубопровода $P_i = 0$, плотности жидкости в трубопроводе $\rho_i = 0$ для $h = 4$; 5; 6 мм. С увеличением осевого усилия T происходит увеличение собственных частот изгибных колебаний трубы. Также даются зависимости низших собственных частот изгибных колебаний трубопровода от толщины стенки трубы h при давлении внутри трубопровода $P_i = 0$, плотности жидкости в трубопроводе $\rho_i = 0$ при осевом усилии $T = –500$; 0; 500 кН. С увеличением толщины стенки трубы h происходит уменьшение собственных частот изгибных колебаний трубопровода для растягивающего осевого усилия и увеличение собственных частот изгибных колебаний трубопровода для сжимающего осевого усилия. Также получены зависимости низших собственных частот изгибных колебаний трубопровода от плотности жидкости в трубопроводе ρ_i при осевом усилии $T = 0$, толщине стенки трубы $h = 5$ мм при давлении внутри трубопровода $P_i = 0$; 0,5; 1,0 МПа. С увеличением плотности жидкости в трубопроводе ρ_i происходит уменьшение собственных частот изгибных колебаний трубы. Даются зависимости низших собственных частот изгибных колебаний трубопровода от давления внутри трубопровода P_i при осевом усилии $T = 0$, толщине стенки трубы $h = 5$ мм при плотности жидкости в трубопроводе $\rho_i = 800$; 900; 1000 кг/м^3. С увеличением давления внутри трубопровода P_i происходит уменьшение собственных частот изгибных колебаний трубы.

Обратная задача. Решение прямой задачи для трубы с вышеприведенными параметрами и h = 5 мм, T = 0, P_i = 0, ρ_i = 800 кг/м^3 дает, что первая и вторая собственные частоты трубопровода f_1 = 2,799 Гц, f_2 = 7,717 Гц. Решение обратной задачи для трубопровода с вышеприведенными параметрами при f_1 = 2,7 Гц, f_2 = 7,7 Гц дает, что h = 5,399 мм, T = –479,721 кН. По двум частотам изгибных колебаний можно определить осевое усилие T и толщину стенки трубы h или осевое усилие T и плотность жидкости в трубопроводе ρ_i или плотность жидкости в трубопроводе ρ_i и толщину стенки трубы h или давление P_i и плотность жидкости в трубопроводе ρ_i или давление P_i и толщину стенки трубы h.

Получено, что с увеличением осевого усилия происходит увеличение собственных частот изгибных колебаний трубы. Установлено, что с увеличением толщины стенки трубы происходит уменьшение собственных частот изгибных колебаний трубы для растягивающего осевого усилия и увеличение собственных частот изгибных колебаний трубы для сжимающего осевого усилия. Получено, что с увеличением плотности жидкости или давления внутри трубопровода происходит уменьшение собственных частот изгибных колебаний трубы.

По двум собственным частотам изгибных колебаний трубы можно определить осевое усилие и толщину стенки трубы, или осевое усилие и плотность жидкости в трубопроводе, или плотность жидкости в трубопроводе и толщину стенки трубы, или давление и плотность жидкости в трубопроводе, или давление в трубопроводе и толщину его стенки. Результаты работы могут быть применены для определения осевого усилия и толщины стенки трубы, или осевого усилия и плотности жидкости в трубопроводе, или плотности жидкости в трубопроводе и толщины стенки трубы, или давления и плотности жидкости в трубопроводе, или давления в трубопроводе и толщины его стенки по двум собственным частотам изгибных колебаний. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 14-01-97013-поволжье_а, № 14-01-00740_а).

Литература

1. Сидоров Б. В., Мартынов С. А. Рекомендуемая технология диагностики подземных трубопроводов // Контроль. Диагностика. 2005. № 12. С. 18–19.
2. Gladwell G. M. L. Inverse problems in vibration. – Dordrecht, Boston, London: Kluver Academic Publishers, 2004. (Русский перевод: Глэдвелл Г. М. Л. Обратные задачи теории колебаний). М. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». 2008. С. 608.
3. Guangming Dong and Jin Chen. Vibration analysis and crack identification of a rotor with open cracks // Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics. 2011. Vol. 28. №. 1. P. 171–182.
4. Интегральный диагностический признак идентификации повреждений в элементах стержневых конструкций / В. А. Акопьян, А. В. Черпаков, Е. В. Рожков, А. Н. Соловьев // Контроль. Диагностика. 2012. № 7. С. 50–56.
5. Yunwei Zhang, Guozheng Yan. Detection of gas pipe wall thickness based on electromagnetic flux leakage // Дефектоскопия. 2007. № 2. P. 78–89.
6. Кучерявый В. И., Мильков С. Н. Расчет надежности сжатого участка газопровода при наличии продольных трещин // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2011. № 3. С. 112–116.