системы мира» (1796) он использует разработанные им астрономические положения для практической астрономии, рассчитывающей и предсказывающей положение планет Солнечной системы и ее самой в целом в ближайшем и отдаленном будущем. Интересно будет также узнать, что разработанную им математическую теорию вероятности он попытался применить к деятельности судов, а теории звука и света в метеорологии.

Сосуществование и взаимодействие чистого и прикладного знания в классической науке было причиной того, что в выстраиваемых в данный период энциклопедиях и классификациях науки учитываются две этих плоскости (может быть, точнее было бы говорить об уровнях или этажах) науки. Так, например, в энциклопедии знания Вольфа есть ряды теоретических и практических наук.

Подводя итог изложенному, можно отметить следующее. Эпистемологический анализ классической науки, обращающий нас к рассмотрению классической науки через призму особенностей знания и познавательной деятельности, заставляет признать, что ее основанием является эксперимент, который в своеобразной форме присущ всем составляющим здания новоевропейской науки.

МАТЕМАТИКА И ДЕЙСТВИТЕЛЬНОСТЬ КАК ОСНОВНОЙ ФИЛОСОФСКИЙ ВОПРОС МАТЕМАТИКИ

А. В. Шуталева

кандидат философских наук, доцент кафедры онтологии и теории познания Уральского федерального университета имени первого Президента России Б. Н. Ельцина

.

Математика, как и философия, является всеобщей и абстрактной наукой. Одной из особенностей математики является ее универсальный характер по отношению к другим наукам и разным уровням знания – эмпирическому, теоретическому, метатеоретическому. Математический язык имманентен науке, поскольку отвечает самым высоким стандартам и критериям научной рациональности. Таким как однозначность, доказательность, проверяемость и полезность.

Как и язык философии, математический аппарат в принципе может использоваться и практически используется во всех без исключения областях знания. Математика независима от конкретного эмпирического опыта, от конкретных эмпирических объектов. Математическое знание носит высокоабстрактный характер.

Однако метод и подход к реальной описанию действительности у философии и математики различен. Философский язык является языком предельных понятий. Математический язык –

искусственный язык, предполагающий формально-логический метод описания действительности. Математика предполагает формализацию, формальный способ описания изучаемых явлений. Язык математики – это формализованный язык.

Философия и математика реализуют различную функцию в познании, однако имеют одинаково всеобщий характер. У них различный способ «вплетения» в ткань науки, но они являются всеобщими научными дисциплинами, то есть являются интегрирующими дисциплинами. Так, философия направлена на постижение предельных вопросов бытия, что предполагает определенную степень абстракции. Однако и современные математические теории непосредственно имеют дело с так называемыми абстрактными структурами. Поэтому современная математика все чаще определяется как наука о чистых, абстрактных структурах.

Основной вопрос философии формулируется как вопрос об отношении сознания к бытию. Аналогично этому, вопрос философии математики ставится как вопрос об отношении понятий математики к объективной реальности, то есть как вопрос о реальном содержании математического знания. Решение этого вопроса обусловливает постановку исследователем методологических проблем математики.

Математическое знание – это всеобщее и абстрактное знание. Понимание предмета, как и объекта, математического исследования является результатом исторического развития данной науки. Так, общепризнанным в XVIII – первой половине XIX вв. было определение математики как науки о количественных отношениях и пространственных формах реального мира. Необходимо отметить, что именно это определение для математиков XIX в. было препятствием принятия в качестве полноценных математических теорий неевклидовых геометрий.

На сегодняшний день существуют различные определения предмета математики. Например, предметом математики могут являться «численные отношения и пространственные формы» (А. Н. Колмогоров), «количественные свойства и отношения» (С. А. Яновская), чистые формы (П. С. Александров), «абстрактные структуры» (Н. Бурбаки), «различные математические многообразия» (Б. Риман, С. Ли), «возможные мира» и т. д. В литературе, посвященной данному вопросу, например, в книге «Философия математики и технических наук» под редакцией С. А. Лебедева, отмечается, что все эти определения математики переводимы друг в друга при небольших уточнениях и обозначают по своему объему примерно одно и то же. Происходит выделение либо 1) общих форм реальных предметов в максимально полном отвлечении от их содержания, или 2) возможных форм различных предметов, либо 3) чисто количественных свойств и отношений предметов в противоположность их качественным.

Особенностью современной математики является то, что она исследует такие высокоабстрактные (идеальные) сущности и отношения между ними, которые, как правило, являются результатом чисто конструктивной деятельности математического мышления. То есть такие математические конструкты не являются результатом количественного абстрагирования от конкретных объектов, данных в эмпирическом опыте. В связи с этим вопросом крупный американский математик и логик XX в. Х.Карри проводит разделение математиков на две группы[76]: контенсивистов (от английского «contensive» как перевод с немецкого «inhalteich» – содержательный) и формалистов.

Согласно контенсивистской точке зрения, математика имеет определенный предмет и определенное содержание. Считается, что объекты, фигурирующие в математических утверждениях, являются понятными и в каком-то смысле существуют. Это числа, множества, отношения, функции и т. д. Математические утверждения представляются истинными в той степени, в какой они согласуются с фактами.

Напротив, для сторонников формалистского направления математика характеризуется скорее своим методом, чем предметом изучения. Объекты математики или не определяются, или если и определяются, то таковы, что подлинная их природа не существенна, так что замена одних категорий объектов на другие может и не повлиять на истинность теории.

Можно сделать вывод о том, что предмет и метод современной математики не может быть охвачен каким-то простым и ясным определением. Определение должно выражать некоторую единую сущность, но сама сущность математического знания многообразна и системна. Предмет математики не является застывшим, вечным и априорным. Он меняется по мере исторического развития математики, меняется и сама структура математики что является причиной проблемы обоснования математического знания. В связи с этим вопросом В. И. Метлов в статье «Диалектика оснований и развития научного знания»[77] высказывает мысль, что поскольку традиционно проблема обоснования и проблема развития математического знания обособлены, это ведет к противоречиям.

Это противоречие заключается в том, что, с одной стороны, основания принимаются как очевидные. То есть они не нуждаются ни в каком обосновании. Однако, с другой стороны,

[76] См.: Карри Х. Основания математической логики. М., 1969.

[77] Метлов В. И. Диалектика оснований и развития научного знания // Вопросы философии. 1976. № 1.

предполагается, что из найденных оснований можно реконструировать всю науку или ее фрагмент. Поскольку основания не нуждаются в обоснованиях, они отличны от обосновываемого знания. Но они должны привести к воспроизведению науки, то есть должны обладать общими чертами с обосновываемым знанием.

В. И. Метлов предлагает отказаться от идеи элементарности и переосмыслить эту проблему, учитывая субъектно-объектные отношения и активную роль субъекта в познании. Это, с точки зрения В. И. Метлова, позволяет связать в одно целое проблемы обоснования математики и ее развития.

В. И. Метлов пишет, что Д. Гильберт полагал в конечном итоге полностью исключить субъективный элемент, сведя развитие математики к преобразованиям созданного субъектом объективного уровня. К. Гедель идет еще дальше, считая, что развитие математики осуществляется не только в форме выведения следствий из базисной системы аксиом по строго фиксированным правилам, но и за счет присоединения новых предложений, которые не могут быть выведены из данной системы аксиом. К. Гедель «снимает» разделение Гильбертом знания на математическое-объективное и математическое-субъективное. Таким образом, В. И. Метлов видит развитие математики как результат взаимодействия субъективного и объективного факторов.

По существу вопрос обоснования математики имеет общефилософский характер. Ставится вопрос о соотношении математической и объективной реальностей, о глубинных причинах оправдания допущения математических объектов и высказываний о них. Обсуждение таких фундаментальных вопросов требует мировоззренческого осмысления математических понятий и законов. Это приводит к совместным усилиям философии и математики осмыслить начала, на которых основана математика, природу ее объектов и операций. Так, создание неевклидовой геометрии Н. И. Лобачевским было обусловлено размышлениями о системе постулатов геометрии. Исследования Г. Кантором вопросов природы части и целого бесконечных множеств и понятия бесконечности привели к созданию теории множеств.

Философские исследования математики обнаруживаются вокруг определенного круга событий в истории математики, в какой-то мере, даже абсолютизируя определенные проблемы и преувеличивая их значимость. В XX в. вопросы, которые составляют философский интерес в области математики, заключаются, во-первых, в поиске основания математики, во-вторых, в попытках математиков устранить противоречия из теории множеств, в-третьих, в нахождении средств, гарантирующих надежность математических рассуждений.

Проблема действительности в применении к абстрактным объектам является актуальной для современной математики и математической логики. Осознание как возможности, так и невозможности сведения абстрактных математических объектов к единичным чувственно воспринимаемым вещам приводит к ряду трудностей как гносеологического, так и логико-математического характера. Исследователь в области математики оказывается между двумя реальностями, с одной стороны, чувственно-воспринимаемых вещей, с другой стороны, абстрактных математических объектов.

Возникающий спор о реальности математических абстракций формулируется в виде следующего вопроса: являются ли эти абстракции фикциями, только изобретениями человеческого ума либо они обладают некоторым содержанием, которое предопределенно структурой мира, в котором мы существуем. Числа и фигуры – это мысленные представления. Они существуют только в голове математиков, и в этом смысле они идеальны. Однако, с другой стороны, числа и фигуры – это необходимые представления сознания. Мышление без них так же невозможно, как и без представлений о пространстве и времени. Следовательно, математические объекты реально значимы, они являются необходимыми составляющими картины мира.

Эта проблема привела к вражде двух основных течений философии математики – реализма и номинализма.

Реалистическая позиция, истоки которой можно определить в платонизме, основана на том, что существование чисел – реально. Математики, например, А. Черч и К. Гедель, считают, что числа существуют так же реально, как обычные вещи, и мы обращаемся с ними наподобие того, что делаем с предметами или того, как поступаем с людьми, встречая и провожая их. Итак, большинство математиков в вопросе о статусе чисел и других математических объектов сходятся в том, что считает их реально сущими.

Номиналистическая позиция (от лат. nomen – имя) основана на том, что существующее имеет пространственно-временную координату. Реальны, следовательно, только отдельные вещи и их имена. Например, Н. Гудмэн и В. Квайн считают, что в мире не существует ни классов, ни множеств и чисел как таковых в качестве реальных объектов.

Исследователями в области философии и методологии математики отмечается, что в плане практического применения в математических операциях номинализм крайне неудобен. Номиналисты каждый раз вынуждены производить реинтерпретацию, например, числа, то есть приводить его в нормальную форму. Однако на практике это громоздко, сложно и затруднительно в силе того, что номиналисты используют вместо привычных теоретико-множественных формулировок иные выражения.

Математическое знание имеет отношение не к абстрактным объектам, а к пространственным формам и количественным отношениям действительности. Действия только с абстрактными объектами вне объективной реальности не может привести к новым результатам, поскольку абстрактные объекты являются застывшей сферой познанного. Развитие математического знания требует обращения к новым аспектам действительности. Об этом писал Р. Декарт в «Правилах для руководства ума»: мысля о числе, не нужно делать вывод, будто измеряемая вещь считается исключенной из нашего представления, как это делают те, кто приписывает числам чудесные свойства. Тот, кто превращает математические средства выражения предмета математики в сам предмет, становится, с точки зрения Р. Декарта, не математиком, а счетчиком, бессмысленно оперирующим со знаками и символами, загораживающими непроницаемой реальный предмет математики.

Вопрос об отношении той или иной науки к реальному миру является одним из основополагающих. Уже в Древней Греции появились две противоположных точки зрения на вопрос об отношении математики к реальному миру. С одной стороны, Аристотель утверждал, что математические понятия являются абстракциями (отвлечения) от реальных вещей. С другой стороны, Платон полагал, что математические понятия занимают промежуточное положение между миром чувственно воспринимаемых вещей и миром «идей» и являются лишь их слабыми «тенями». В дальнейшем обсуждение вопроса об отношении математики к реальной действительности строилось с привлечением точек зрения Платона и Аристотеля.

Так, представители материализма обосновывали, что понятия и законы математики являются копиями, отражениями, полученными в процессе абстрагирования от реальных вещей, их свойств и отношений между ними. По определению, которое дает Ф. Энгельс, математика есть наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира. То есть объекты математики не представляют непосредственно данной реальности, они являются результатом абстракции. Исследование средствами математики предмета или явления требует отвлечения от всех качественных особенностей его, кроме тех, которые непосредственно характеризуют количество или форму.

Представители идеализма – что основные понятия и законы математики являются продуктами «свободного» мышления людей (субъективный идеализм), либо самостоятельными сущностями, существующими независимо от мира реальных вещей, в каком-то особом мире «идей», «идеальных объектов» (объективный идеализм).

Проблема соотношения математики и действительности является значимой в истории философии. Она разрабатывалась даже в рамках эмпиризма, где основным является стремление свести все теоретические знания, в том числе математические, к высказыванию о чувственном. В наиболее яркой форме эти идеи были выражены в работах английского философа Дж. Ст. Милля, считавшего, что утверждения математики – это утверждения не о символах, а о всех вещах, которые этот символ обозначает.

Привычка обращаться с математическими объектами так, как будто бы это вещи реального мира, существующие независимо от математика, вызывает не только гносеологические, но и логико-математические трудности. Такие исследователи в области философии математики, как А. Н. Колмогоров и Г. Вейль, указывают на то, что эта привычка обращаться с математическими объектами является источником серьезных затруднений в обосновании и построении математических теорий. Следовательно, появление интуиционистской точки зрения на проблему существования закономерно. Как реакция на классическую математику и на субъективистскую концепцию интуиционизма возникло направление, которое получило название «конструктивное». Развитие конструктивного направления осуществлено в работах А. А. Маркова, Н. А. Шанина, П. С. Новикова.

В рамках интуиционистской концепции развивается идея, что у математических объектов нет какого-то бы ни было независимого от мышления существования. То есть о существовании математических объектов можно утвердительно говорить лишь в том случае, когда они могут быть тем или иным способом построены.

Немецкий математик Л. Кронекер и представители парижской школы теории функций Э. Борель и А. Лебег утверждали, что математические объекты существуют независимо от нашего мышления. Эта позиция нашла свое яркое выражение в утверждении математика Л. Кронекера (Kornecher L., 1823–1891), что целые числа создал господь бог, а все остальное есть дело рук человеческих. Однако А. Гейтинг называет их концепцию полуинтуиционистской, так как они считали, что о существовании математических объектов можно судить только с помощью построения, благодаря которому они становятся познаваемыми для нас.

Критика самостоятельного существования математических объектов осуществлялась не только в рамках интуиционистткого направления. Так, субъективный идеалист Дж. Беркли выступал против представления о самостоятельном существовании математических объектов. Его философская позиция сформулирована в знаменитом афоризме: «существовать – значит быть воспринимаемы». Поэтому естественно, что Дж. Беркли отрицал существование бесконечно малых величин на том основании, что они чувственно не воспринимаемы. Эта точка зрения оказала значительное влияние на ранние философские воззрения Б. Рассела, который впоследствии под влиянием Д. Мура сформулировал принцип нетождественности объекта восприятию. Труд «Принципы математики» Б. Рассел пишет с позиции реализма и высказывает мысль о том, что нельзя обосновать математику, не признавая математические объекты, существующими независимо от сознания.

В настоящее время вопрос соотношения математики и действительности сместился в сферу соотношения действительности и языка. Математика с Нового времени рассматривается как язык науки, что отчетливо выразилось в позиции Г. Галилея, который считал, что Вселенная – это книга, которая постоянно открыта нашему взору, но понять ее может лишь тот, который сначала научился постигать ее язык и толковать знаки, которыми она написана. Написана же она на языке математики.

Как определенные числовые соотношения в законах, фиксируемых количественными показателями, описываются тяготение, эффекты электромагнетизма и т. п. Современная наука имеет дело с абстрактными теоретическими объектами, лишая их наглядности. Следуя этой тенденции, Л. Ландау выдвинул положение, что современному физику вовсе не обязательно знать физику, ему достаточно знать математику.

Ставится проблема соотношения весьма абстрактных математических конструкций и реальной действительности и связана она с тем, что элементарная математика приобрела завершенную форму благодаря исчезновению риторической алгебры и замене ее символической, а также изобретению логарифмов. Является ли математика наукой, которая изучает определенные отношения действительности, или она имеет дело только с формальными преобразованиями символов, не отрицающих никаких реальных связей и отношений.

Л. Витгенштейн ставит вопрос о математической достоверности как о виде языковой игры. В знаменитом тезисе 5.6 «Логико-философского трактата»: «Границы моего языка обозначают границы моего мира» заключается убеждение Л. Витгенштейна, что связь между миром является разумной только тогда, когда она совершается «внутри» языка и мира. Мир является совокупностью фактов и описываемых этот факт предложений.

В «Философских работах» Л. Витгенштейна[78] проблематизируется следующая ситуация: как существует математический объект, представляемый знаком, вернее, где он существует? Если в бытии,

[78] Витгенштейн Л. Философские работы. М., 1994.

то где именно? Если же в сознании, то в чьем конкретно: коллективном или индивидуальном? Допустим, в коллективном. Но что представляет собой коллективное сознание? Если в индивидуальном, то как объяснить, что различные индивидуальные сознания действуют в этом вопросе согласованно, так, что теорема, где бы она ни была доказана, окажется одной и той же теоремой?

С точки зрения Л. Витгенштейна[79], математика, безусловно, в каком-то смысле есть область знания, но она также и деятельность, где «ложные ходы» могут существовать лишь в виде исключения. Ведь если бы то, что является «ложным», стало правилом, то тем самым была бы отменена и игра, в которой они слывут ложными. Л. Витгенштейн отмечает, что если возникает спор о правильности какого-нибудь подсчета (например, суммы длинного ряда чисел), то такой спор возникает редко и длится недолго. Он решается «с достоверностью». Важным фактом является то, что между математиками, как правило, не возникает разногласий по поводу результатов какого-нибудь вычисления. Но если бы дело обстояло иначе, например, какая-нибудь цифра неприметным образом изменялась или память подводила того или другого математика и т. д., то такого понятия, как «математическая достоверность», не существовало бы.

Интересным представляется постановка вопроса о действительности в теории вероятностей. Теория вероятностей возникла в середине XVII в. Первые работы по теории вероятностей принадлежат французским ученым Б. Паскалю и П. Ферма и голландскому ученому Х. Гюйгенсу. Эти работы появились в связи с подсчетом различных вероятностей в азартных играх. Успех теории вероятностей связан с именем швейцарского математика Я. Бернулли. Я. Бернулли установил и в 1713 г. опубликовал закон больших чисел для схемы независимых испытаний с двумя исходами.

Второй период истории теории вероятностей относят к XVIII – началу XIX вв. Этот период связан с именами А. Муавра (Англия), П. Лапласа (Франция), К. Гаусса (Германия) и С. Пуассона (Франция). В это время теория вероятностей уже находит ряд весьма актуальных применений в естествознании и технике. Возможности применения находят в теории ошибок наблюдений, развившейся в связи с потребностями геодезии и астрономии, и в теории стрельбы. В это же время осуществляется доказательство первых предельных теорем, носящих теперь названия теорем П. Лапласа (1812) и С. Пуассона (1837), А. Лежандра (Франция, 1806) и К. Гаусса (1808). Так же был разработан способ наименьших квадратов.

[79] Анализ отношения идей Л. Витгенштейна и математики см.: Успенский В. А. Витгенштейн и основания математики // Вопросы философии. 1998. № 5.

Третий период истории теории вероятностей относится ко второй половине XIX в. Этот период связан в основном с именами русских математиков П. Л. Чебышева, А. М. Ляпунова и А. А. Маркова (старшего). Необходимо отметить, что вопросы теории вероятностей разрабатывались в России и в XVIII в. Л. Эйлером, Н. Бернулли и Д. Бернулли, М. В. Остроградским, который занимался вопросами теории вероятностей, связанными с математической статистикой, В. Я. Буняковским, писавшим статьи по применениям теории вероятностей к страховому делу, статистике и демографии. В Западной Европе это работы по математической статистике А. Кетле и Ф. Гальтона и статистической физике Л. Больцмана.

Этот период в истории теории вероятностей характеризуется расширением круга ее применений. Было создано несколько систем безукоризненно строгого математического обоснования теории вероятностей, новые методы, требующие применения (помимо классического анализа) средств теории множеств, теории функций действительного переменного и функционального анализа.

Современная теория вероятностей – это математическая наука, позволяющая по вероятностям одних случайных событий находить вероятности других случайных событий, связанных каким-либо образом с первыми. Другими словами, теория вероятностей – это математическая наука, выясняющая закономерности, которые возникают при взаимодействии большого числа случайных факторов.

Необходимо отметить, что утверждение о том, что какое-либо событие наступает с вероятностью, которая равна, например ½, не представляет само по себе ценности. Поскольку стремление к достоверному знанию, знанию действительности, предполагает, что окончательную познавательную ценность имеют те результаты теории вероятностей, которые позволяют утверждать, что вероятность наступления какого-либо события А весьма близка к единице или (что то же самое) вероятность не наступления события А весьма мала.

Существуют представления, которые позволяют защитить математический реализм и прояснить его основания. В «Философия математики и технических наук»[80] авторы отмечают, что необходимо различать методологическое и философское понимание математического реализма. Методологический реализм сводится к следующему утверждению: в математике в качестве непосредственно истинных могут приниматься не только утверждения о конкретных предметах (числах, фигурах), но и утверждения об абстрактных сущностях, таких как множество действительных чисел и т. п.

Представляется, что выход из этого противостояния реализма и номинализма возможен на пути обращения к концепции двух

[80] Философия математики и технических наук. М., 2006. С. 37–40.

языков науки, развиваемой немецким логиком и философом XX в. Р. Карнапом. Р. Карнап в статье «Эмпиризм, семантика и онтология» разрабатывает концепцию языковых каркасов. Он исходит из того, что существует двойственность понятий, которыми оперирует наука. Понятия, с одной стороны, соотносятся с внешним миром, который ими представлен теоретически, но, с другой стороны, понятия соотносятся и друг с другом, образуя определенную структуру знаний. Любая математическая теория, таким образом, оперирует не непосредственно с объектами природы, а с их концептуальными отображениями в понятиях.

Строго номиналистическое построение математики не может быть осуществлено. Номиналистическая точка зрения основана на предположении, что подлинной надежностью обладают только высказывания о конкретных объектах, таких как натуральные числа и операции с ними. Однако для философии математики более важной и более трудной является идея философского реализма. Философский реализм стремится найти за математическими абстракциями некоторого рода реальное существование. Система исходных математических идеализаций всегда обусловлена определенной предметной онтологией. В этом смысле эта система имеет несомненную объективную значимость, прямое отношение к структуре нашего мира, пусть и не отражающая законы природы, основанные на опыте, но тем не менее связанная со структурой реальности, выраженной в категориях.

Представленный обзор подходов к проблеме действительности в математике показывает, что проблема философского обоснования такова, что она постоянно остается проблемой. Основополагающим для философии является постановка и решение предельных, вечных проблем. На эти вопросы нет окончательного ответа. Человек всегда в неизменном поиске. Очевидно, что к числу таких вечных проблем относится и философское обоснование математики. В этом смысле, если иметь в виду проблему действительности в математике, математика обречена всегда находиться в «кризисной» ситуации.

ПОНИМАНИЕ КАК ЯДРО ГЕРМЕНЕВТИЧЕСКОЙ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ СТРАТЕГИИ: ОПЫТ ПОНИМАНИЯ

У. В. Сидорова

соискатель кафедры онтологии и теории познания Уральского федерального университета имени первого Президента России Б. Н. Ельцина

Как известно, феномен понимания может рассматриваться в разных смыслах: и как один из главных методов гуманитар-