Н. В. ГАЛЛИ и А. М. ТИТОВ.

Закон преломления света в движущейся среде.

Предлагаемая работа явилась следствием следующей задачи: пусть на линзу (черт. № 1) слева падает пучок параллельных лучей, которые соединяются в фокусе F_0, где F_0 есть определенная точка, связанная материально с линзой масштабом AF_0. На основании гипотезы сокращения Лоренца, нужно ожидать, что при движении линзы все размеры вдоль движения сократятся и, что линза сплющится и ее фокус, где соберутся лучи передвинется вправо в точку F^1; вместе с тем сократится масштаб AF_0 и материальная точка F_0 займет положение F.

Таким образом мы получаем два противоположных эффекта, которые казалось могли бы быть наблюдаемы.

По принципу относительности однако этого быть не может и лучи должны собраться в той же материальной точке F_0; очевидно предположить, что эти два противоположные эфекта компенсируются изменением закона преломления в движущейся среде, при том так, что лучи после преломления непременно соберутся в той же материальной точке F_0.

В настоящей работе устанавливается закон преломления в движущейся среде в случае, когда среда движется в направлении нормали к ее поверхности.

Представим себе следующую материальную установку и пусть эта установка находится в состоянии покоя (рис. 2). Из точки A_1^1 находящейся на материальной окружности падает луч света в точку O среды II ограниченной плоскостью CC_1 перпендикулярной к плоскости чертежа. DD_1 нормаль к среде в точке O.

Среда I—пустота, α_1^1—угол падения, α_2^1—угол преломления, r—радиус окружности.

Тогда имеем $\operatorname{Sin}\alpha_1^1 = n \operatorname{Sin}\alpha_2^1$ или $a_1 = na_2$.

Теперь предположим, что вся эта установка вместе со средою II приходит в движение с постоянной скоростью v в направлении нормали DD_1, материальная окружность превращается в эллипс, уравнение которого

$$\frac{x^2}{r^2} + \frac{y^2}{k^2r^2} = 1 \quad \text{где} \quad k = \sqrt{1-\beta^2} \quad \text{а} \quad \beta = \frac{v}{c}$$

при чем c скорость света в пустоте.

Из той же материальной точки (рис. 3) окружность A_1^1 или A_1 (рис. 2) выходит луч, который нагоняет точку O в положении O_1, угол падения будет уже α_1, проходя дальше по среде II луч должен прийти в материальную точку A_2^1—A_2 (рис. 2), когда O перешло в O_2. Угол преломления будет α_2.

Введем следующее обозначение:

$$AO_1 = l_1;\ O_1A_2 = l_2;\ OB_1 = b_1;\ O_2B_2 = b_2;\ OO_1 = S_1;\ O_1O_2 = S_2.$$

и вычислим $\sin\alpha_1$ соответственно движению луче в пустоте. Из чертежа 2

$$\sin\alpha_1 = \frac{a}{l_1} \quad \text{где} \quad l_1 = a_1^2 + (b_1 + S_1)^2 \quad \ldots . \quad (1)$$

$$\frac{S_1}{l_1} = \frac{v}{c} = \beta;\ S_1 = \beta l_1 \quad \ldots\ldots . \quad (2)$$

т, к. S_1 и l_1 суть пути, сделанные в одно и тоже время средою и лучем.

Из уравнения эллипса $b_1 = k\sqrt{r^2 - a_1^2}$, поставляя в ур. (1) значения S_1 и b_1 получаем:

$$l_1^2k^2 - 2b_1\beta l_1 - (a_1^2 + b_1^2) = 0$$

откуда

$$l_1 = \frac{\beta b_1 \pm \sqrt{k^2a_1^2 + b_1^2}}{k^2}$$

подставляя b_1 получим

$$l_1 = \frac{\beta b_1 \pm kr}{k^2} = \frac{\beta\sqrt{r^2 - a_1^2} \pm r}{k}$$

если $v = 0$; ($\beta = 0$) $l = \pm r$, а так как путь луча l_1 положителен, то знак надо взять + подставив l_1 в выражение $\sin\alpha_1$, получаем:

$$\sin\alpha_1 = \frac{a_1 k}{\beta\sqrt{r^2 - a_1^2} + r}$$

Ведя параметр $Z = \frac{r}{a_1}$ имеем

$$\sin\alpha_1 = \frac{k}{\beta\sqrt{Z^2 - 1} \pm Z} \quad \ldots\ldots . \quad (3)$$

откуда

$$Z^2k \,.\, \sin^2\alpha_1 - 2kZ\sin\alpha_1 + (k^2 + \beta^2\sin^2\alpha_1) = 0$$

и

$$Z = \frac{2k\sin\alpha_1 \pm \sqrt{4k^2\sin^2\alpha_1 - 4k^2\sin^2\alpha_1\,(k^2 + \beta^2\sin^2\alpha_1)}}{2k^2\sin^2\alpha_1}$$

упрощая

$$Z = \frac{1 \pm \beta\cos\alpha_1}{k\sin\alpha_1}$$

Чтобы решить вопрос о знаке подставляем значение Z в формулу (3) и имеем тот знак, который обращает эту формулу в тождество. Вычисляем $\sqrt{Z^2-1}$ и после упрощения получаем

$$\sqrt{Z^2-1}=\frac{\sqrt{(\beta\pm\operatorname{Cos}\alpha_1)^2}}{k\operatorname{Sin}\alpha_1}$$

из двух выражений $(\beta\pm\operatorname{Cos}\alpha_1)^2$ и $(\operatorname{Cos}\alpha_1\pm\beta)^2$ нужно выбрать $\operatorname{Cos}\alpha_1\mp\beta$, т. к. $\operatorname{Cos}\alpha_1\geqq\beta$.

При $\operatorname{Cos}\alpha_1=\beta$ получаем для α_1 предельный угол; для угла большего предельного луч не догонит среды. Подставляя в $\operatorname{Sin}\alpha_1$ получим

$$\operatorname{Sin}\alpha_1=\frac{k^2\operatorname{Sin}\alpha_1}{\pm\beta^2+\beta\operatorname{Cos}\alpha_1+1\pm\beta\operatorname{Cos}\alpha_1}$$

тождество дает знак —. Откуда окончательно

$$Z=\frac{1-\beta\operatorname{Cos}\alpha_1}{k\operatorname{Sin}\alpha_1}\quad\ldots\ldots\ldots\quad(4)$$

Переходим к движеииию луча в среде. Обозначим скорость света в покоящейся среде через c_1, в движущейся—c_2.

Вычислим $\operatorname{tg}\alpha_2$ (черт. 3).

$$\operatorname{tg}\alpha_2=\frac{a_2}{S_2+b_2},\quad S_2=vt$$

где t время, и

$$\operatorname{tg}\alpha_2=\frac{a_2}{vt+b_2}\quad\ldots\ldots\ldots\quad(5)$$

Здесь t—время в отношении к наблюдателю покоющемуся вместе со средой. Для наблюдателя движущегося вместе со средой, путь OA_2^1 будет пройден за время $t^1=\frac{r}{c_1}$, на основании формулы преобразования Лоренца

$$t=\frac{t^1+\frac{v}{c^2}x^1}{k}\qquad\text{где}\qquad x^1=\sqrt{r^2-a_2^2}$$

координата точки A_2^1.

Из уравнения эллипса $b_2=k\sqrt{r^2-a_2^2}$; подставляя значения b_2 и t в выражение (5) получим

$$\operatorname{tg}\alpha_2=\frac{a_2 k}{\frac{v}{c_1}r+\frac{v^2}{c^2}\sqrt{r^2-a_2^2}+k^2\sqrt{r^2-a_2^2}}$$

обозначая $\frac{v}{c_1}=\beta_1$

$$\operatorname{tg}\alpha_2=\frac{a_2 k}{r\beta_1+\sqrt{r^2-a_2^2}}\quad\ldots\ldots\ldots\quad(6)$$

Выражаем $\operatorname{tg}\alpha_2$ через параметр $Z = \frac{a_1}{r}$, но т. к, $\frac{a_1}{a_2} = n$, то

$$\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{k}{\frac{r}{a_1} n\beta_1 + \sqrt{\frac{r^2}{a_1^2} n^2 - 1}} = \frac{k}{Zn\beta_1 + \sqrt{Z^2n^2 - 1}}$$

и окончательно

$$\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{k}{Zn\beta_1 + \sqrt{Z^2n^2 - 1}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Выразив параметр Z через $\operatorname{tg}\alpha_2$ и подставив в формулу (4), получим закон преломления в движущейся среде.

Из формулы (7)

$$Z^2n^2\operatorname{tg}^2\alpha_2 k_1^2 + 2kZr\beta_1\operatorname{tg}\alpha_2 - (k^2 + \operatorname{tg}^2\alpha_2) = 0$$

где $k_1 = \sqrt{1 - \beta_1^2}$ и упрощая

$$Z = \frac{-2kn\beta_1\operatorname{tg}\alpha_2 \pm 2n\operatorname{tg}\alpha_2\sqrt{k^2 + k_1^2\operatorname{tg}^2\alpha_2}}{2n^2k_1^2\operatorname{tg}^2\alpha_2} = \frac{-k\beta_1 \pm k\sqrt{1 + \frac{k_1^2}{k^2}\operatorname{tg}^2\alpha_2}}{k_1^2 n\operatorname{tg}\alpha_2}$$

перед корнем следует выбрать знак $+$, что видно из частного случая, полагая $v = 0$.

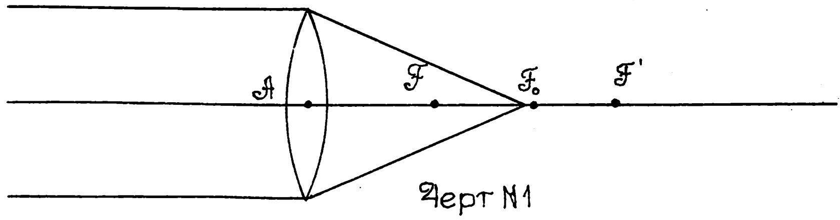
Окончательно из уравнения (4) зависимость между α_1 и α_2, т. е. закон преломления выразится:

$$\frac{1 - \beta\operatorname{Cos}\alpha_1}{\operatorname{Sin}\alpha_1} = \frac{-\beta_1 + \sqrt{1 + \frac{1 - \beta_1^2}{1 - \beta^2}\operatorname{tg}^2\alpha_2}}{\frac{1 - \beta_1^2}{1 - \beta^2} n\operatorname{tg}\alpha_2}$$

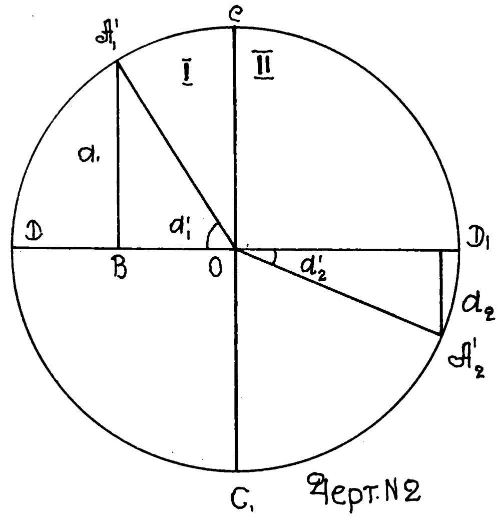
Если система в покое, т. е. $\beta_1 = \beta = 0$ то $\operatorname{Sin}\alpha_1 = n\operatorname{Sin}\alpha_2$ имеем обыкновенный закон преломления.

Н. В. Галли и А. М. Титов.

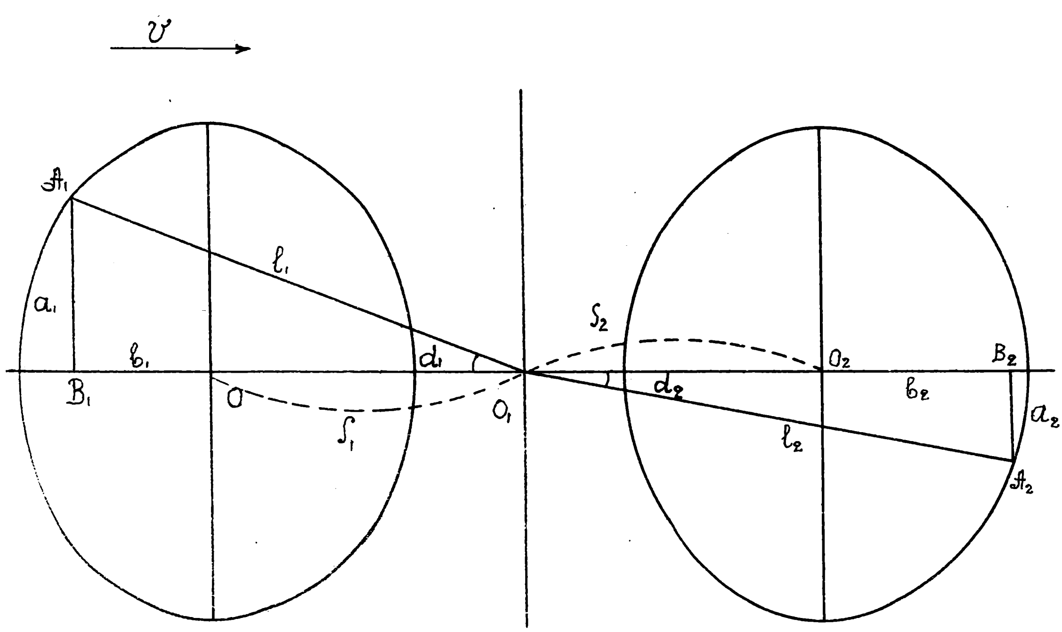
15 февраля 1921 г.



Черт N1



Черт. N2



Черт. N3