И. В. Стецула.

Расчет обмоток возбуждения для машин без выступающих полюсов.

Главною областью применения обмоток возбуждения без выступающих полюсов в настоящее время являются генераторы турбинного типа, как постоянного, так и переменного тока. Кроме того такого рода обмотки, могут встретить широкое применение в малых машинах постоянного тока, так как это даст возможность заводам, и специализирующимся в построении машин небольших мощностей, нормировать и свести до минимума число типов некоторых частей, а именно: выкроек статорного железа, применяя их одинаковые образцы для асинхронных двигателей и машин постоянного тока.

Некоторые данные, а также и методы для расчета распределенных обмоток трехфазного тока встречаются у Arnol'da „Die asynchronen Wechselstrommaschiuen", Круга „Асинхронные безколлекторные двигатели и в немецкой журнальной литературе, наприм. статья Görgesa в ETZ 1907 s. 1 и Rasch'a там же 1912 s, 7.

Все вышеуказанные авторы трактуют вопрос не принимая во внимание влияния магнитного насыщения, которое должно искажать результаты теоретических выводов, такое пренебрежение к этому явлению об'ясняется тем, что в машинах переменного тока, какие исключительно рассматриваются в упомянутых трудах насыщение берется небольшим, при котором зависимость между, магнитнодвижущими силами и магнитной индукцией мало уклоняется от прямой пропорциональности.

При больших насыщениях, которые применяются в машинах постоянного тока, пренебрегать влияния насыщения нельзя.

Предметом настоящей статьи является расчет обмоток возбуждения, принимая во внимание влияние насыщенности железа.

Предположим, что размеры якоря—его диаметр D и длина l, равно, как основные размеры зубцов, выяснены из соответствующих расчетов, так же как необходимый поток возбуждения Ф. (черт. 1).

Расчет возбуждения должен дать основные размеры статорного железа, общее количество ампервитков и распределение их по отдельным впадинам статора.

Рассмотрим для простоты двухполюсную машину. Радиальный размер (высоту) статорного железа не затронутого зубцами можно найти в первом приближении, исходя из предположения равномерного распределения потока в сечении x x. Тогда

$$\frac{\Phi}{2} = b\, l\, B_s$$

откуда

$$b = \frac{\Phi}{2\, l\, B_8}$$

где B_s — магнитная индукция в статоре.

Предположение о равномерном распределении потока возбуждения подтверждается следующими соображениями: элементарные потоки, входящие в статор ближе к вертикальной плоскости, проходящей через ось машины, обладают большей густотой силовых линий, чем входящие дальше от этой же плоскости, и следовательно, распределение потока в статоре в области непосредственно примыкающей к катушкам будет неравномерно. По мере приближения к сечению x x, благодаря боковому давлению силовых линий друг на друга, распределение становится более или менее равномерным. Так как наряду с сечениями, в которых распределение потока равномерно, имеются сечения с неравномерным распределением силовых линий, средняя магнитная индукция статора B_s не должна быть выбираема особенно большой.

Для решения основного вопроса, о распределении силовых линий в междужелезном зазоре, необходимо, кроме упомянутых выше размеров, задаться еще размерами зубцов статора, и числом ампервитков n_i заключающихся в катушке заложенной в пару соответствующих пазов (черт. 2).

Силовые линии возбуждаются катушками заложенными в обоих полюсах машины, поэтому ампервитки, соответствующие какому либо пучку силовых линий, равняются—2 к. ni, где К—число катушек охватываемых данным пучком силовых линий в одном полюсе.

Предположим сначала, что каждый полюс имеет лишь одну катушку заложенную в крайние пазы A_1 A, охватывающую весь поток возбуждения Ф (черт. 3).

Магнитная индукция в междужелезном зазоре, вызываемая катушкой A_1 A_1, определяется из уравнения

$$0{,}4\pi\, 2\, ni = 2B_1'\,\delta + \frac{B_r'}{\mu_r'} l_r' + \frac{B_s'}{\mu_s'} l_s' + 2\frac{B_z''}{\mu_{z_1}} Z_1' + 2\frac{Bz_2'}{\mu_{z_2}} Z_2 \quad (1)$$

где B'_1, B'_s, B'_r, B'_{1z}, B'_{z_2} магнитные индукции в воздухе, железе статора, железе ротора, зубцах статора и зубцах ротора, μ'_r, μ'_s, μ_{z1}, μ_{z_2}, l', l'_s, Z'_1 и Z_2 соответствующие магнитные проницаемости и средние длины силовых линий.

Управление (1) может быть представлено в иной более удобной для расчетов форме:

$$2ni = 1{,}6\ B_l'.\ \delta + aw_s'.\ l_s' + aw_r'.\ l_r' + 2.\ aw_{z_1}'.\ z_1 + 2aw_{z_2}'\ z_2 \quad \ldots \quad (2)$$

$$B_l' = \frac{2ni - aw_s'.\ l_s' - aw_r'.l_r' - 2aw_{z_1}'.Z_1 - 2aw_{z_2}'\ Z_2}{1{,}6\ \delta} \quad \ldots \quad (3)$$

Следующей парой катушек, заложенной в пазах A_2 A_2, возбуждается некоторый поток меньше предыдущего по двум причинам: меньшему поперечному сечению[2] и меньшим значениям индукции, так как силовым линиям приходится прокладывать себе путь по желѣзу уже несколько намагниченному.

Величина магнитной индукции в зазоре, вызываемая исключительно второй парой катушек, выразится подобным же уравнением:

$$Bl'' = \frac{2ni - aw_s''.\ l_s'' - aw_r''.\ l_r - 2aw_z.\ z_1 - 2aw_{z_2}'.\ z_2}{1{,}6\ \delta} \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

Результирующий поток, охватываемый обеими парами катушек, очевидно равняется

$$B_l'' + B\acute{e}_l'';$$

Переходя далее к потокам, возбуждаемым 3-ей, 4-ой и дальнейшими парами катушек, будем получать выражения вполне аналогичные (3) и (4). Форма поля возбуждения представится в виде (чер. 4), а величина полного потока возбуждения будет равна

$$\Phi = Bl_n.\ 2tl + Bl_{n-1}.\ 2tl + Bl_{n-2} + 2tn\ldots + + Bl_2.2tl + Bl_1.2tl \ldots\ldots (5)$$

где $Bl_1 = Bl'$; $Bl_2 = Bl' + Bl''$; ... $Bl_n = Bl' + Bl'' + Bl''' + \ldots + Bl^{(n)}$, а t равно линейному (по окружности) шагу зубца статора.

При равномерно-распределенной обмотке (идеальный случай) форма поля из ступенчатообразной превратилась бы в кривую, а выражение (5) обратилось бы 3 определенный интеграл, решение которого дало бы необходимую для аналитического расчета связь между заданными и искомыми величинами.

Но аналитическая зависимость между величинами магнитной индукции и магнитной проницаемости с одной стороны, и ампервитками с другой стороны до сих пор не выяснена; так как предложенные эмпирические формулы (напр. Фрелика) столь сложны и запутаны (не отвечая при том вполне течению кривой намагничивания), что совершенно не допускают технических расчетов.

Точно также получающийся интеграл не может быть решен, благодаря чему приходится перейти к графическому методу расчета, для возможности которого нам придется сделать несколько допущений. Влияние допущений на окончательный результат будет указано ниже.

Во, первых предположим, что индукции в железе ратора, статора, в зубцах и междужелезном зазоре связаны между собой зависимостью:

$$B_l = K_s. \; B_s = K_r. \; B_r = K_{z1}. \; B_{z1} = K_{z2} \; B_{z2} \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

где K_s, K_r, K_z, K_{z2} — коэффициенты пропорциональности-

Иначе говоря, мы допускаем, что площади сечений потока в воздухе и в различных частях магнитопровода меняются пропорционально.

Площадь поперечного сечения потока в роторе (черт. 5) в зависимости от угла обхвата β выражается $2R. Sn\, i\beta l$, в то время, как сечение потока в воздухе равно $2R\beta l$; отсюда коэффициент $K_r = \frac{B}{B_r} = \frac{F_r}{F}$ при малых углах близок к единице, а при максимальных возможных значениях $\beta = 90^0$ становится равным $\frac{2}{\Pi}$.

Таким образом при углах обхвата не особенно больших ($\beta = 40^0 — 50^0$), коэффициент Kr меняется незначительно, и следовательно предположение о пропорциональности поперечных сечений потока в воздухе и железе ротора не особенно грешит против истины.

Предположение указанной пропорциональности в железе статора равносильно предположению, что силовые линии въ статоре располагаются пучками, не меняющими поперечныхъ сечений по всей своей длине.

Сечения потока в зубцах ротора и статора вполне пропорциональны соответствующим сечениям в воздухе, что очевидно из черт. 5.

Во вторых допустим

$$l_s{}' = l_s{}'' = l_s{}''' = \; . \; . \; . = l_s{}^{(n)}; \text{ и } l_r{}' = l_r{}'' = l_r{}''' = \; . \; . \; . = l_r{}^{(n)};$$

т. е. иначе: средние длины силовых линий в соответствующих частях машины не меняются от угла обхвата катушки возбуждения.

Длина средней силовой линии в роторе равна $2R. \operatorname{Cos}\frac{\beta}{2}$, и при изменениях β от 0^0 до 90^0 (предельный практически невыполнимый случай) колеблется в пределах отъ $2R$ до $1{,}414R$. Меньшие колебания угла обхвата дают и гораздо меньшие колебания средней длины силовых линий в роторе например при колебаниях от 0^0 до 45^0—lr меняется от $2R$ до $1{,}85R$, вследствие чего величина lr может считаться неизменной.

Средняя длина силовых линий в статоре гораздо более зависит от угла β, но численные примеры, один из которых приведен ниже, указывают на малое влияние изменений величины ls на окончательный результат.

Длины силовых линий в зубцах ротора и статора, равные высоте зубцов, очевидно не меняются совершенно при всяких колебаниях угла β.

После таких допущений можно перейти к графическому расчету.

Задавшись центральным углом β_0 (который после может быть изменен в зависимости от результатов расчета) и найдя высоту статорного железа b, можно будет найти коэффициенты Kr, Ks, Kz_1 Kz_2 из следующего соотношения:

$$2R\beta_0 \,.\, B_l = 2R\sin\beta_0 \,.\, B_r = 2b \,.\, B_s = 2R_1\,\beta_0 Bz = 2R_2\beta_0 Bz_2 \;.\;.\;. \quad (7)$$

Разделяя все члены выражения на $2R\beta_0$, получаем:

$$B_l = \frac{\sin\beta_0}{\beta_0} \,.\, Br = \frac{b}{R\beta_0} \,.\, Bs = \frac{R_1}{R} \,.\, Bz_1 = \frac{R_2}{R} \,.\, Bz_2 = \;.\;.\;. \quad (8)$$

откуда

$$\frac{\sin\beta_0}{\beta_0} = Kr; \quad \frac{b}{R\beta_0} = Ks; \quad \frac{R_1}{R} = Kz_1; \quad \frac{R_2}{R} = Kz_2; \;.\;.\;. \quad (8')$$

Пусть черт. 6а и 6в представляют кривые намагничивания для выбранных сортов железа статора и ротора, а также их зубцов.

Задавшись каким либо масштабом для B_l перестроим указанные кривые, путем изменения масштабов ординат, таким образом чтобы величины B_r, B_s, B_{z1}, B_{z2} связанные зависимостью (8 представлялись одинаковыми по величине ординатами (черт. 7).

На том же чертеже влево от вертикальной прямой проведем наклонную под углом α к горизонту, (при чем $tg\alpha = \frac{B_l}{AW_l} = \frac{1}{1{,}6\delta}$) представляющую связь между магнитной индукцией в зазоре и необходимыми для возбуждения ее ампервитками.

Умножая числа, стоящие у абсцисс кривых намагничивания на средние длины силовых линий, в соответствующих участках магнитной цепи, получим величины ампервитков приходящиеся не на погонный сантиметр пути силовых линий, а на полную длину данного участка, то есть $AWs = aws \,.\, ls$, $AWr = awr \,.\, lr$, $AWz_1 = awz_1 \,.\, Z_1$, $AWz_2 = aw_2 \,.\, Z_2$.

Абсциссы наклонной прямой, непосредственно, по условиям построения, представляют ампервитки необходимые для возбуждения заданного потока через два зазора толщиной δ. Под величинами Z_1 и Z_2 подразумеваются также по две высоты зубцов.

Далее перестроим вновь все кривые с таким расчетом, чтобы масштабы их абсцисс были одинаковыми и равнялись масштабу абсцисс принятому для наклонной прямой.

Наконец вычертим суммарную кривую для ампервитков (черт. 8) получение которой достаточно ясно из чертежа. Ординаты представляют магнитную индукцию в зазоре, а абсциссы равны сумме

4^x соответствующих абсцисс из предыдущих кривых, приведенных к одному и тому же масштабу. Из начала координат проведена прямая под углом α.

Очевидно растояние AB по горизонтам, отсекающей на оси ординат отрезок Bl, равно

$$AWs + AWr + AWz_1 + AWz_2 + 1{,}6Bl\delta = AWt \quad . \; . \; . \; (9)$$

полному количеству ампервитков необходимому для возбуждения магнитной индукции Bl в зазоре и соответствующих индукций в остальных частях магнитного провода.

Задаваясь определенной индукцией в зазоре, тотчас же найдем необходимое количество ампервитков.

Для решения нашей задачи расчета обмотка возбуждения состоящей из нескольких катушек, заложенных в ряд впадин и для определения формы кривой магнитного поля поступим несколько иначе.

Зная площадь поперечного сечения впадины G (так как формой ее мы задаемся с самого начала; коэффициент ее заполнения h определяемый из условий изоляции обмотки и плотность тока S известную по данным практики получаем „об'ем тока в одной впадине, а следовательно и число ампервитков доставляемое одной катушкой, которое равняется F h S.

Для пары катушек соответственно паре полюсов получится

$$2ni = 2 F h s \quad . \; . \; . \; (10)$$

По оси абсцисс вправо от начала координат O (черт. 9) откладываем в соответствующем масштабе величины 2ni, 4ni; 6ni 8ni и т. д., из этих точек a, b, c, d . . . проводим прямые параллельные наклонной OA, пересекающие „суммарную“ кривую в точкахъ a_1; b_1; c_1; . . . .

Отрезки горизонтальных линий, проведенных из точек a, b, c, заключенные между наклонной прямой и „суммарной“ кривой, очевидно, равны величинам 2ni; 4ni; 6ni; . . . .; а длины отсекаемые ими на оси ординат представляют собой величины магнитных индукций, получающихся в зазоре вследствие действия одной, двух, трех и т. д. пар катушек.

Таким образом, это построение дает размеры Bl_1, Bl_2, Bl_3 . . необходимые для определения ступенчатообразной кривой (черт. 4) магнитного поля.

Вычерчивание кривой поля следует продолжать до тех пор, пока площадь ее не будет равна заданному потоку Ф.

Получив эту кривую, следует проверить насколько она соответствует предположенному заранее углу обхвата δ, и не выходят-ли максимальные индукции в железе статора за допустимые пределы.

В случае сильного расхождения получившегося угла β, с первоначально заданным, необходимо вновь пересчитать коэффициенты

Ks, Kr, Kz_1, Kz_2 и наново проделать весь расчет, точно также его следует повторить при слишком больших максимальных значениях индукции в железе статора. Нахождение максимального значения индукции в статоре не представит затруднений, так как по выражению (6) между индукциями в железе статора и в воздухе существует простая связь

$$Bl = Ks \,.\, Bs; \text{ откуда}$$

$$Bs_{max} = \frac{1}{Ks} Bl_{max}.$$

Теперь остается выяснить насколько наши предположения и допущения грешат против истины и не искажают ли они результатов настолько, что весь расчет становится неверным. Размеры колебаний коэфициентов K_r и K_s мы уже рассмотрели и нам остается исследовать влияние допущения, что.

$$l'_s = l''_s = l'''_s = \ldots = l^{(h)}_s \text{ и}$$

$$l'_r = l''_r = l'''_r = \ldots = l^{(h)}_r$$

Для этого рассмотрим численный пример, пусть радиус ротора $R_r = 8$ см., высота зубцов статора и ротора $Z_s = Z_r = 1$ см. высота тела статора $E = 8$ см. толщина зазора 2 мм.

Принимая наиболее неблагоприятный случай для нас, а именно, что катушки возбуждения будут захватывать по пол окружности, т. е. угол обхвата будет меняться от 0° до 90° получим для длин средних силовых линий следующие величины

$$l_{s\,max} = 43{,}8 \text{ см.}; \; l_{s\,min} = 23{,}9 \text{ см.};$$

$$\text{и } l_{r\,max} = 14{,}0 \text{ см.}; \; l_{r\,min} = 9{,}9 \text{ см.},$$

Индукции и соответствующие им ампервитки на единицу длины силовых линий:

$$B_r = 10200 \qquad AW_r = 3{,}8$$

$$B_s = 8000 \qquad AW_s = 2{,}0$$

$$B_{z_1} = B_{z_2} = 19000 \qquad AW_z = 180{,}0$$

Вычислим теперь полное количество ампервитков необходимых для получения вышеуказанных индукций в воздухе и железных частях машины; при длинном пути:

$$\underline{AW_{max}} = 43{,}8 \,.\, 2 + 14 \,.\, 3{,}8 + 4 \,.\, 180 + 1{,}6 \,.\, 0{,}2 \,.\, 7000 =$$

$$87{,}6 + 53{,}2 + 720{,}0 + 2240 = \underline{3100.8}$$

и при коротком пути:

$$AW_{mm.} = 23{,}9 \cdot 2 + 9{,}9 \cdot 3{,}8 + 4 \cdot 180 + 1{,}6 \cdot 0{,}2 \cdot 7000 =$$
$$= 47{,}8 + 37{,}25 + 720 + 2240 = 3046{,}0$$

Таким образом ошибка крайних значений величины ампервитков по отношению к среднему, равная

$$\frac{(AW_{max} - AW_{mm.})\,2}{AW_{max} + AW_{mm}}$$

достигает в вышеуказанном примере:

$$\frac{(3100{,}8 - 3045{,}0)\,2}{3100{,}8 + 3045{,}0} = \frac{111{,}6}{6145{,}8} = 0{,}018$$

или в процентах 1,8%, что в технических расчетах является вполне допустимым.

В действительности же полное количество ампервитков заложенных в различные пазы берется одинаковым; поэтому магнитные индукции для расположения соответствующего более длинным путям силовых линий будут несколько меньше вычисленных, и на оборот индукции соответствующие расположению с короткими линиями получаются большими нежели предвычисленные.

На чертеже 10 изображены: сплошными линиями вычисленная форма магнитного поля, пунктирными—действительная.

При достаточно больших насыщениях увеличение числа ампервитков мало влияет на возрастание магнитной индукции.

Высота уступов ступенчатообразной «кривой» уменьшается от крайних уступов, к средним, при больших индукциях высоты средних уступов делается весьма незначительными.

Кроме того, катушкам занимаемым более центральное положение (т. е. охватывающим меньшее число шагов t) соответствуют и меньшие основания прямоугольников.

Оба эти обстоятельства приводят к мысли уничтожения средних катушек, и в возмещение недостающих силовых линий, уширения оставшихся.

На чертеже 11 изображены два варианта: сплошными линиями вычерчен вариант I, с полным количеством катушек (назовем его „основным“), пунктиром вариант II с уничтоженными 3-мя средними катушками и уширенными на 2 шага крайними.

Выбрасывая средние катушки теряются две площади A, при расширении же оставшихся приобретаются две площади B. Для получения одинаковых потоков при обоих вариантах необходимо, чтобы площадь A = площади B.

Переход от I-го к II-му варианту может доставить большую экономию в меди; уширение оставшихся катушек вызывает небольшое увеличение количества меди по сравнению с количеством необходимым для создания средних катушек.

Очевидно, продолжая этот процесс выбрасывания средних и уширения оставшихся катушек, можно прийти к наименьшему расходу меди необходимому для получения заданного потока Ф.

Решим этот вопрос о *минимуме меди* в распределенных обмотках возбуждения.

При 1-м «основном» расположении обмотки, поток выражается формулой (6).

$$\Phi = B_{l_n} \cdot 2tl + B_{l_{n-1}} \cdot 2tl + B_{l_{n-r}} \cdot 2tl + \ldots + B_{l_2} \cdot 2tl +$$

$$+ B_{l_1} \cdot 2tl = 2tl \cdot \sum_{k=1}^{k=h} B_{l_k}$$

откуда

$$\sum_{k=1}^{k=h} B_{l_k} = \frac{\Phi}{2tl} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (11)$$

В правой части выражения (11) находятся известные наперед заданные величины, следовательно сумма B_{l_k} может быть определена без затруднений. С другой стороны графический метод расчета (черт. 9) дает величины отдельных компонентов B_{l_k}.

Выписывая их, а также соответвующие им суммы в таблицу (табл. I) легко найдем количество катушек необходимых для получения заданного потока по „основной“ схеме.

Таблица 1.

B_{l_k}	B_{l_1}	B_{l_2}	B_{l_3}	. . . .	B_{l_h}
$\sum_{k=1}^{k=k} B_{l_k}$	B_{l_1}	$B_{l_1} + B_{l_2}$	$B_{l_1} + B_{l_2} + B_{l_3}$	. . . .	$\sum_{k=h}^{k=h} B_{l_k}$

Построение таблицы следует продолжать до тех пор, пока величина $_{l_k}$, во второй строке, не достигнет или несколько не превысит величины полученной из формулы (11).

Пусть для этого потребовалось найти n значений B_l, т. е. для осуществления заданного потока Ф по первой „основной“ схеме необходимо n катушек охватывающих 2_n шагов.

Назовем через m—число уничтоженных катушек и через 2_k — число шагов, на которое уширяются остающиеся катушки (черт. 11).

Выражение потока представляется тогда для I-го варианта:

$$\Phi = 2tl\,(B_1 + B_2 + B_3 + \ldots\ldots B_n) \quad \ldots \quad (12)$$

и для II го варианта:

$$\Phi = 2tl[B_1 + B_2 + B_3 + \ldots\ldots + B_{n-m+1} + (m+k+1)\,B_{n-m}] \quad . \; (13).$$

Так как величина потока Ф должна остаться неизменной вне зависимости от расположения обмотки, то выражения (12 и 13) должны равняться друг другу, и следовательно

$$B_1+B_2+B_3\ldots+B_n=B_1+B_2+B_3\ldots+B_{n-m+1}+$$
$$(m+k+1)\,B_{n-m}\,\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

После вычитания из обоих частей равенства суммы

$$B_1+B_2+B_3+\ldots+B_{n-m}$$

получим

$$B_{n-(m-1)}+B_{n-(m-2)}+B_{n-(m-3)}+\ldots+B_n=(m+k)B_{n-m} \quad (15)$$

или иначе

$$\sum_{n-(m-1)}^{n} B=(m+k)\,B_{n-m}\,\ldots\ldots \quad (15a)$$

откуда

$$(m+k)=\frac{\sum\limits_{n-(m-1)}^{n}}{B_{n-m}}\,\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

и

$$K=\frac{\sum\limits_{n-(m-1)}^{n} B}{B_{n-m}}-m\,\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

Задаваясь любым количеством уничтожаемых средних катушек m, легко найдем необходимое число шагов k, на которое надлежит уширить оставшуюся часть обмотки, по формуле (17).

Нахождение величины $\sum\limits_{n-(m-)}^{n} B_{n-m}$ и B_{n-m} не может представить затруднений раз найден ряд значений для B согласно таблицы I; нахождение их удобнее всего сопоставить ввиде таблицы II-й.

Для краткости обозначим $\sum\limits_{n-(m-1)}^{n} B$ через $=$ A.

Таблица II.

n	m	B_{n-m}	A	$\frac{A}{B_{n-m}}$	K

Теперь можно перейти к отысканию минимума меди затрачиваемой на обмотку возбуждения.

Количество меди необходимой для осуществления обмотки по первому варианту выразится так:

$$Q_1 = \gamma \cdot q\,[(2l + 4t) + (2l + 8t) + (2l + 12t) + \ldots\ldots + (2l + 4nt)] = \gamma q\,[2nl + 4t\,(1 + 2 + 3 + \ldots + n)] = \gamma q \left[2nl + 4t \cdot \frac{n(1+n)}{2}\right] = 2\gamma qn\,[l + t\,(1 + n)] \qquad (18)$$

где γ—удельный вес меди, q—общее поперечное сечение проволок заложенных в один паз и l—активная длина проводов (длина машины).

Количество меди затрачиваемое для получения обмотки по второму варианту с уничтоженными средними катушками (черт. 12) представится ввиде:

$$Q_2 = \gamma \cdot q\,\{[2l + 4t\,(m + k + 1)] + [2l + 4t\,(m + k + 2)] + \ldots\ldots + [2l + 4t\,(n + k)]\} = \gamma q\,\{2l\,(n-m) + 4t\,[(m+k+1) + (m + k + 2) + (m + k + 4) + \ldots\ldots + (n + k)]\}$$

$$= 2\gamma q \left\{ l\,(n-m) + 2t\,\frac{(m+k+1+n+k)\,(n-m)}{2} \right\} =$$

$$= 2\gamma q\,(n-m)\,[l + t\,(n + m + 2k + 1)] \;.\;.\;.\;. \;(19)$$

Для нахождения минимума меди, затрачиваемого для осуществления возбуждения по второй схеме, необходимо величиву Q_2 продифференцировать по величине m, полученную первую производную приравнять нулю и из получившегося выражения найти число катушек, которое должно быть уничтожено для получения наивыгоднейшего расположения обмотки; выражение (17) при подстановке в него найденного m даст величину уширения оставшихся катушек k.

При дифференцировании следует помнить, что k есть функция m.

Дифференцируя и приравнивая 0, получим

$$\frac{dQ_2}{dm} = 2\gamma q \left\{(n - m)\left(t + 2t\,\frac{dk}{dm}\right) - [l + (m + n + 2k + 1)\,t]\right\} = 0. \;(20)$$

Откуда, после раскрытия скобок и некоторых сокращений получится.

$$2\,nt\,\frac{dk}{dm} - 2\,mt - 2\,mt\,\frac{dk}{dm} - l - 2\,kt - t = 0 \;.\;.\;.\;.\;. \;(21).$$

Решить это уравнение аналитически относительно m невозможно, так как величины k и $\frac{dk}{dm}$, входящие в него, сами суть функции от m, при том зависимость между которыми в аналитической форме не известна, ибо в выражении (17) кроме них входят величины Σ B и $B\,n - m$ определяемые лишь по чертежу при помощи „суммарной“ кривой.

Перенесем в правую часть члены не содержащие k и $\frac{dk}{dm}$, оставив остальные в левой:

$$2t\left[(n-m)\frac{dk}{dm}-k\right]=l+(2m+1)t \quad . \ . \ . \ . \ . \ (22)$$

В графическом изображении левая часть этого выражения представится некоторой кривой, а правая часть прямой; следовательно, искомое решение найдется, как абсцисса точки пересечения кривой с прямой.

Для удобства вычислений и построения представим выражение (22) несколько иначе:

$$(n-m)\frac{dk}{dm}-k=\frac{1}{2t}\left[l+(2m+1)t\right] \quad . \ . \ (23)$$

Правая часть $f_1(m)=(n-m)\frac{dk}{dm}-k$ построится по точкам, откладывая по оси абсцисс значения m, а по оси ординат вычисленные значения функции $f_1(m)$. Для возможности такого построения необходимо будет знать численные значения производной $\frac{dk}{dm}$, для каждого значения m.

Эти значения могут быть найдены приближенно из имеющейся таблицы II, где для каждого значения m, имеется соответствующее значение для k.

Переходя от производной к отношению конечных разностей и замечая, что m может принимать лишь целые значения получим окончательно.

$$\frac{dk}{dm}\overset{\infty}{=}\frac{\Delta k}{\Delta m}=\frac{k_{n+1}-k_n}{1}=k_{n+1}-k_n \quad . \ . \ . \ (24)$$

Вычисление значений функции, $f_1(m)$ удобнее всего вести ввиде таблицы II, которая явится попросту продолжением имеющейся уже таблицы II. (к таблице II остается прибавить добавочные графы Σ для: $\frac{\Delta k}{\Delta m}$; $n-m$; $(n-m)\frac{\Delta k}{\Delta m}$ и $f_1(m)$.

Таблица II.

k	$\frac{\Delta k}{\Delta m}$	$n-m$	$(n-m)\frac{\Delta k}{\Delta m}$	$f_1(m)$

Построение прямой $f_2(m)=\frac{1}{2t}\left[l+(2m+1)t\right]=\frac{l}{2t}+$

$$+m+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{t}+1\right)+m \quad \dots\dots\dots\dots (25)$$

не представить затруднений (прямая отсекающая на оси ординат отрезок $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{t}+1\right)$ и составляющая 45^0 с осью абсцисс.

Из проделанных примеров выяснилась форма кривой (черт. 13).

Обе ветви кривой очень близко подходят друг к другу в месте пересечения с прямой, так что получающиеся два значения для m рознятся между собою незначительно (обычно на дробную часть m.)

Продифференцируем выражение (20) вторично с целью убедится, что найденные значения m соответствуют минимуму функции.

$$\frac{d^2Q_2}{dm_2}=2\gamma q\left\{(n-m)\ 2t\ \frac{d^2\kappa}{dm^2}-\left(t+2t\ \frac{d\kappa}{dm}\right)-\right.$$

$$\left.-\left(t+2t\ \frac{d\kappa}{dm}\right)\right\}=4\gamma qt\left\{(n-m)\ \frac{d^2\kappa}{dm^2}-\left(1+\frac{d\kappa}{dm}\right)\right\} (26)$$

Подстановка в выражение (26) найденных численных значений для m,

$$\frac{\Delta\kappa}{\Delta m},\ \text{и}\ \frac{\Delta^2\kappa}{\Delta m^2}$$

дает

$$\frac{d^2Q_2}{dm^2}>0$$

(для обоих значений m), т.е. решение соответствует минимуму в обоих случаях.

Это обстоятельство, в связи с тем, что оба найденные m мало отличаются друг от друга, дает основание предполагать, что в действительности имеется *лишь один минимум*; но вследствие некоторых допущений, вносящих погрешности (подстановка конечных разностей вместо дифференциалов) кривая (черт. 13) искажена и прямая вместо того, чтобы косвуться кривой в вершине кривой (черт. 13) пересекает ее несколько ниже, почему и получаются два значения для минимума.

Так как в месте пересечения ветви кривой поднимаются очень круто, и касательные почти вертикальны, то источник графических ошибок при нахождении пересечения здесь невелик.

Для пояснения хода расчета рассмотрим численный пример.

ПРИМЕР. Двухполюсная машина, диаметр якоря $D=32$ ст., длина 18 ст., мощностью 20 KW при напряжении 500 вольт и 2000 оборотах в минуту.

Линейная плоскость тока $AS=500$.

Полный поток $\Phi=3{,}5.10^b$.

Задавшись остальными размерами: $Z=3$ ст., и

$$b = \frac{\Phi}{2.8000.18} = 12 \text{ ст.}$$

можно найти коэффициэнты K_s; $K_л$; K_{z_1}; K_{z_2} из выражения (6) и (8).

$$K_s = \frac{24}{48} = 0{,}5;\ K_r = \frac{26}{48} = 0{,}54;\ K_{z_1} = \frac{20{,}4}{48} = 0{,}43;\ K_{z_2} = 0{,}33$$

На черт. 14 нанесены кривые намагничивания для железа ротора, статора и соответствующих зубцов.

Справа диаграммы нанесены масштабы индукций для соответствующих кривых, при чем между масштабами сохранена зависимость (6).

$$B_l = K_s \,.\, B_s = K_r \,.\, B_r = K_{z_1} \,.\, B_{z_1} = K_{z_2} \,.\, B_{z_2} \quad . \;.\; . \quad (6)$$

$$1000 = 0{,}5 \,.\, 2000 = 0{,}54 \,.\, 1850 = 0{,}43 \,.\, 2250 = 0{,}33 \,.\, 3000$$

для продолжения кривых 3, и 4 нанесен внизу второй масштаб ампервитков, в котором кривые представляются в виде $3'$ и $4'$.

Сверху нанесены три масштаба, где соответствующие величины ампервитков умножены ва длины путей силовых линий в железе статора $l_s = 75$ ст., железо ротора $l_л = 28$ ст., и в зубцах $z = 3$ ст.

По вышеизложенному способу из кривых (черт. 14) строим „суммарную“ кривую (черт. 15) Слева от оси ординат строим наклонную прямую, наклон которой находится из выражения:

$$tq\alpha = \frac{1}{1{,}66} = \frac{1}{1{,}6 \,.\, 0{,}2} = \frac{1}{0{,}32} = 3{,}1$$

Теперь можно приступить к нахождению ряда значений B_l Предположив, что шаг равен одному ст. (такой шаг технически невыполнимый взят с целью возможно подробнее и точнее определить форму кривой поля) по способу ясно указанному на черт. (15 и 9), находим значения B_1, B_2, B_3 ... Полученные величины выписываем в таблицу I, причем нахождение значений ведем до тех пор, пока ΣB_l не будет равно, или не превысит значения

$$\frac{\Phi}{2tl} = \frac{3{,}5 \,.\, 10^6}{2 \,.\, 1 \,.\, 18} = 97000$$

Таблица 1-я.

n	1	2	3	4	5	6	7	8
B_l	2600	4800	6000	6700	7200	7500	7750	8000
ΣB_l	2600	7400	13400	20100	27300	34800	42550	50550

n	9	10	11	12	13	14	15
B_l	8200	8370	8500	8700	8870	9000	9100
ΣB_l	58750	67120	75620	84320	93190	102190	111290

102190 > 97000 поэтому 14 катушек вполне достаточно для возбуждения необходимого потока.

Форма кривой поля возбуждения в масштабе представлена на черт. 15 (сплошными линиями).

Для нахождения расположения обмотки с минимальным расходом меди, составим сначала таблицу II, с ее продолжением II¹.

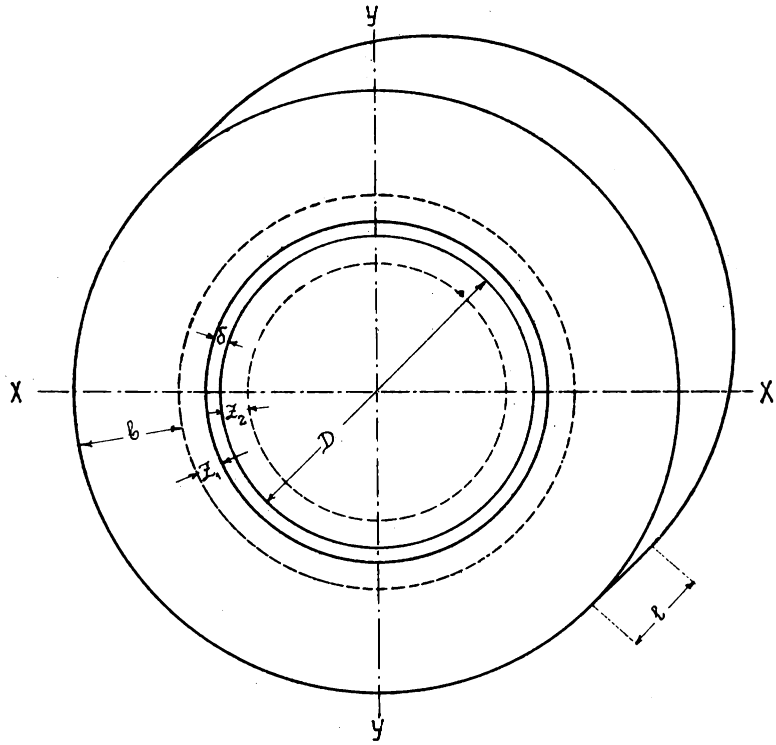
Таблица II+II¹.

№№	m	B_{n-m}	A	$\frac{A}{B_{n-m}}$	K	$\frac{\Delta k}{\Delta m}$	n−m	$(n\text{-}m)\frac{\Delta к}{\Delta m}$	f_1 - m
1	13	2600	99590	38,3	25,3	—	1		
2	12	4800	94790	24,9	12,9	12,4	2	24,8	11,9
3	11	6000	88790	14,8	3,8	9,1	3	27,3	23,5
4	10	6700	82190	12,3	2,3	1,5	4	6,0	3,7
5	9	7200	74990	10,40	1,40	0,90	5	4,5	3,1
6	8	7500	67490	9,00	1,00	0,40	6	2,4	1,4
7	7	7750	59740	7,70	0,70	0,30	7	2,1	1,4
8	6	8000	51740	6,45	0,45	0,25	8	2,0	1,55
9	5	8200	43540	5,29	0,29	0,16	9	1,44	1,15
10	4	8370	35170	4,18	0,18	0,11	10	1,10	0,92
11	3	8500	26670	3,12	0,12	0,06	11	0,66	0,60
12	2	8700	17970	2,07	0,07	0,05	12	0,60	0,55
13	1	8870	9100	1,015	0'015	0,055	13	0,715	0,655
14	0	9000							

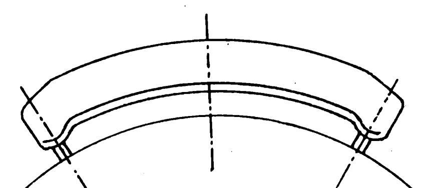
Числа последнего столбца таблицы дают возможность выстроить кривую $f_1(m)$.

Прямая $f_2(m) = \frac{1}{2_t}[l + (2m + 1)t]$, уравнение которой при подстановке численных значений обращается в

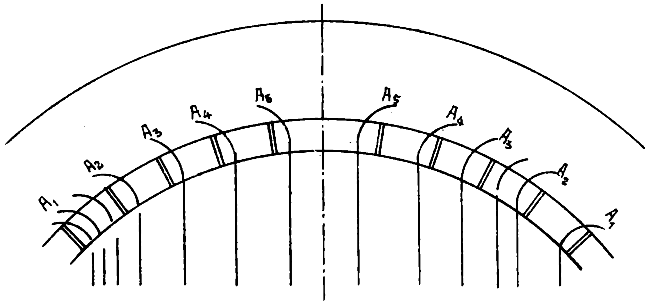
$$f_2(m) = \frac{1}{2}[18 + (2m + 1)1] = m + 9,5$$



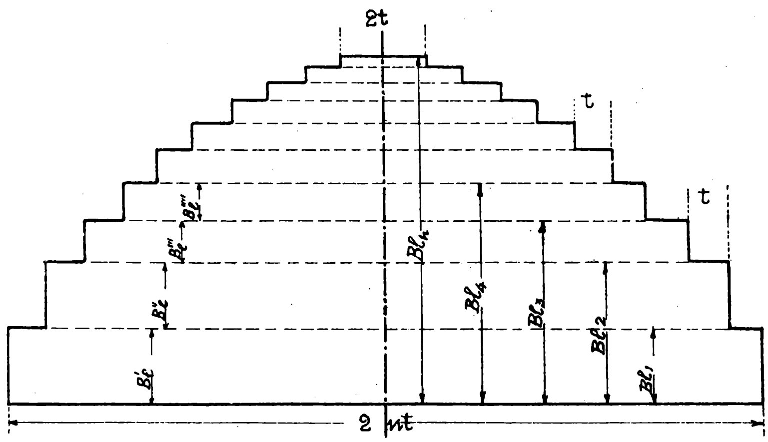
Черт. N1.



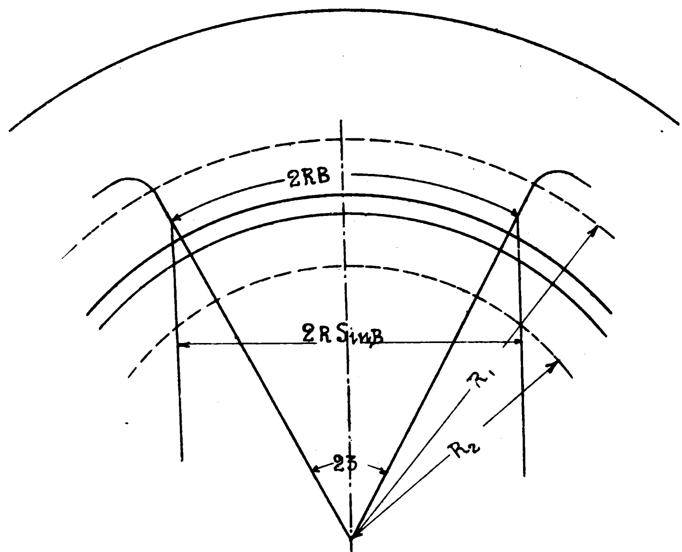
Черт N2



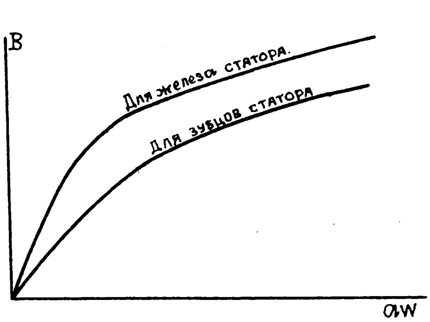
Черт N3



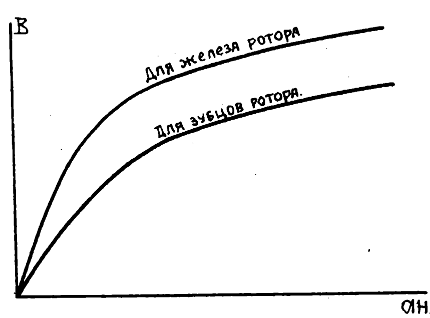
Черт N4



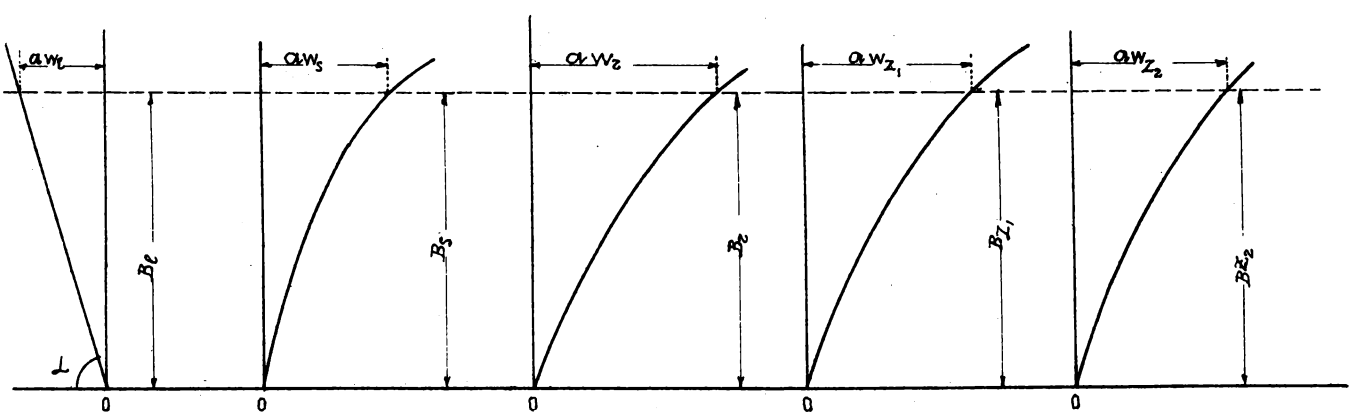
Черт. N5



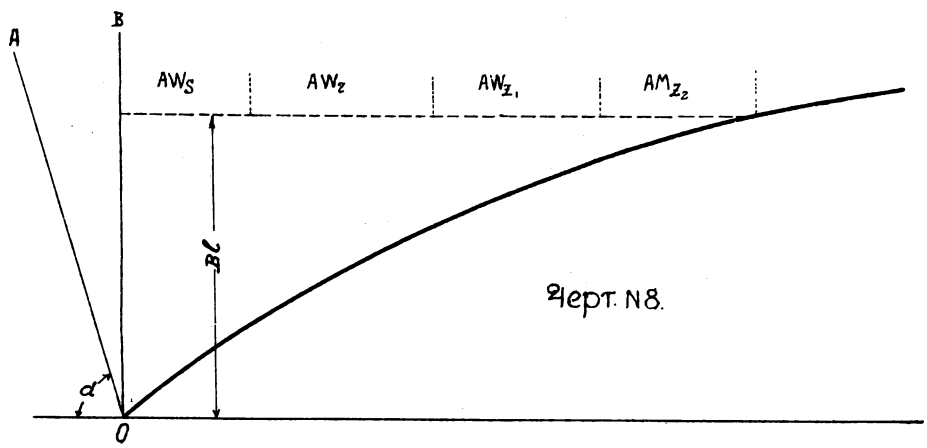
Черт. N6а



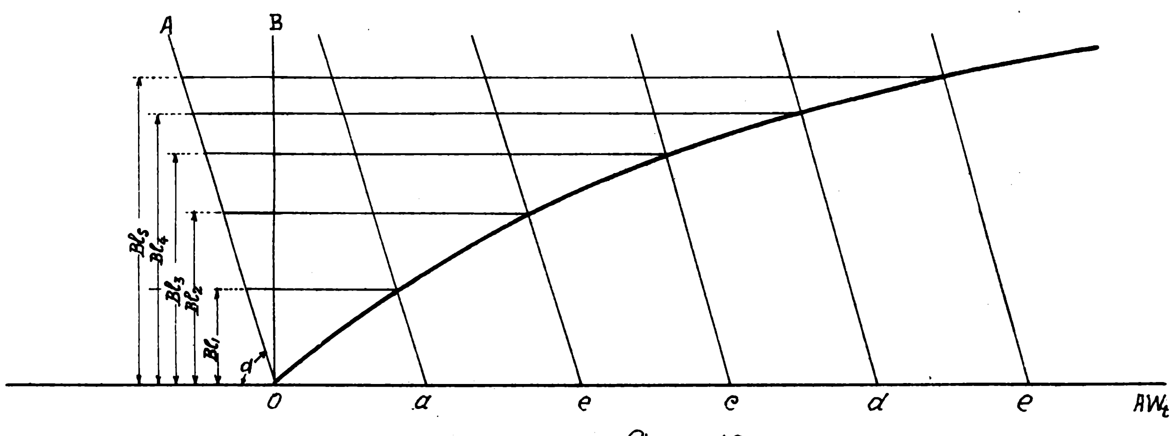
Черт N6в.



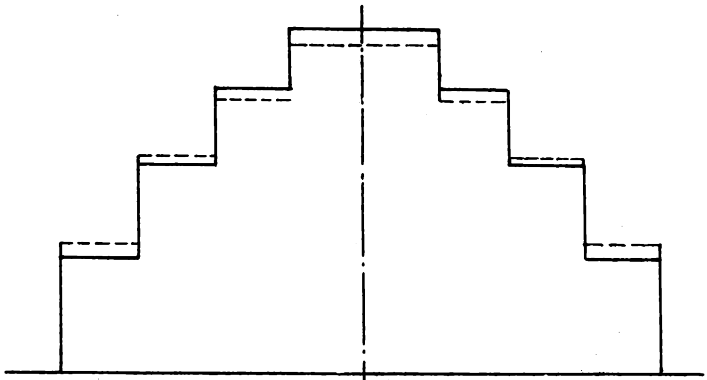
Черт. N7.



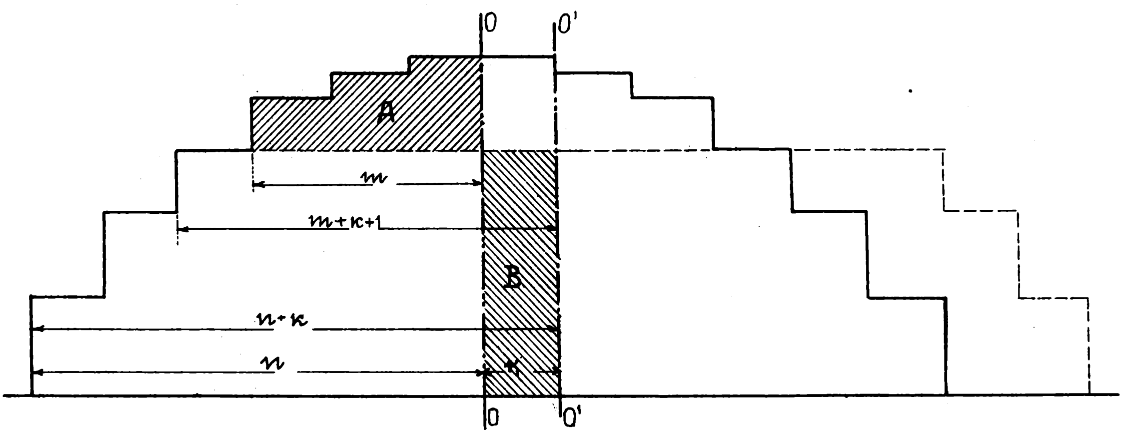
Черт. N8.



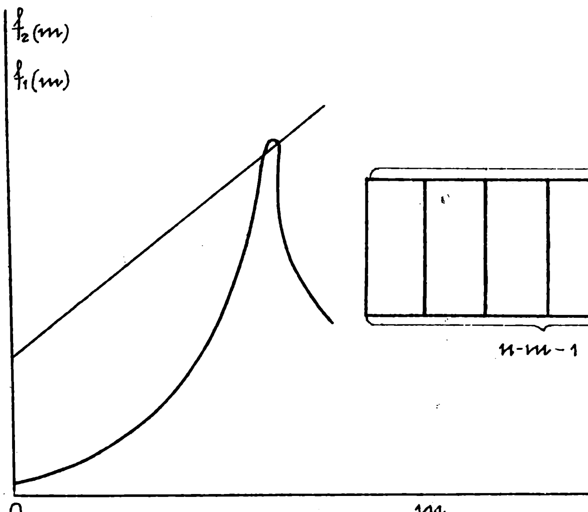
Черт. N9.



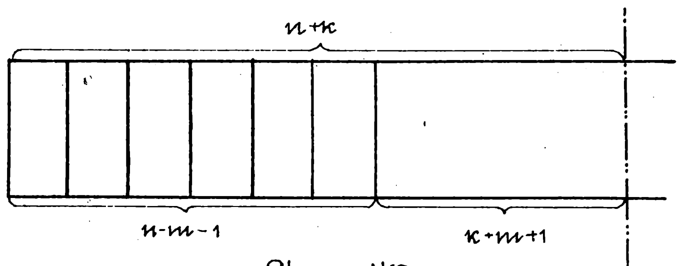
Черт. N10



Черт. N11



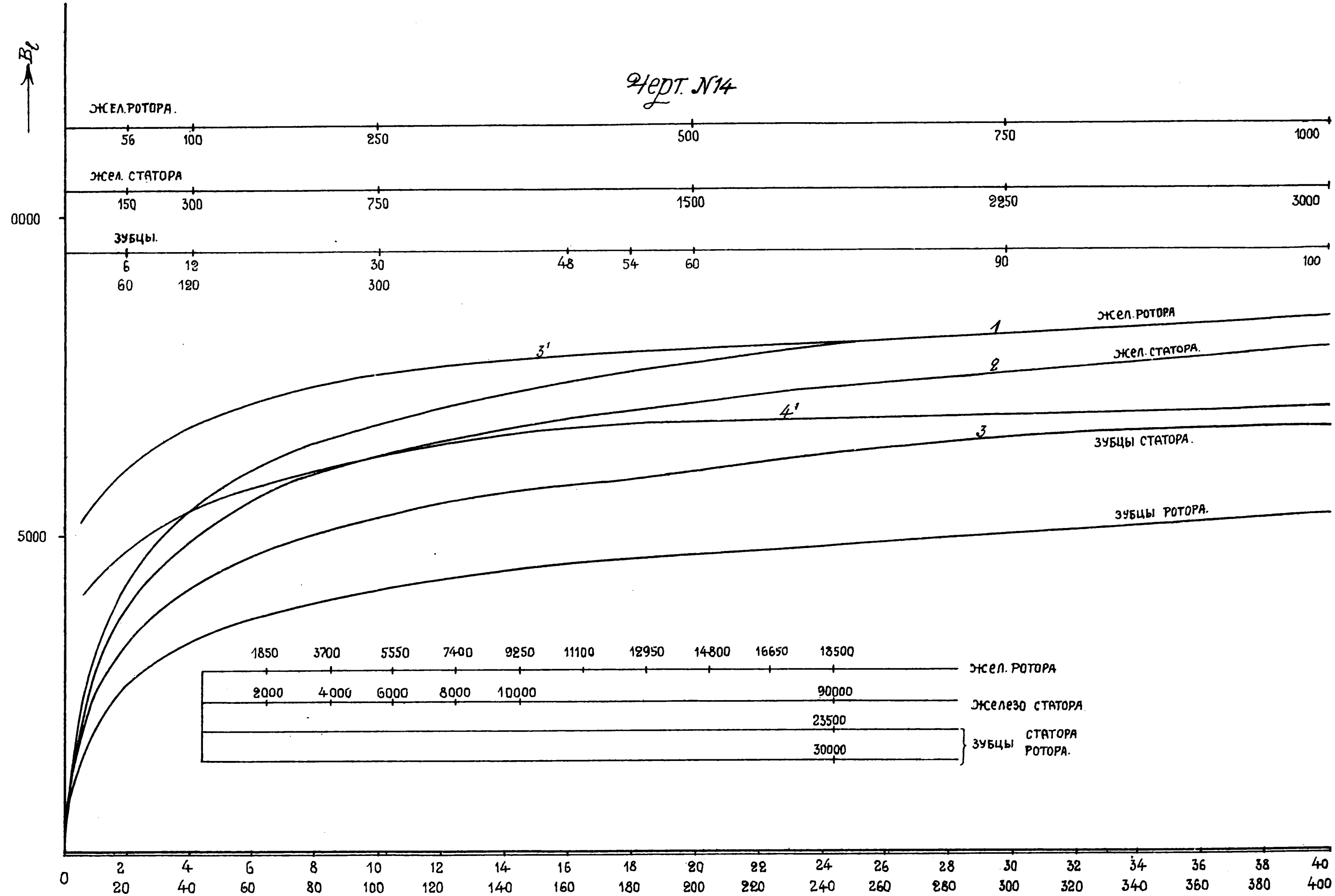
Черт. N13



Черт N12

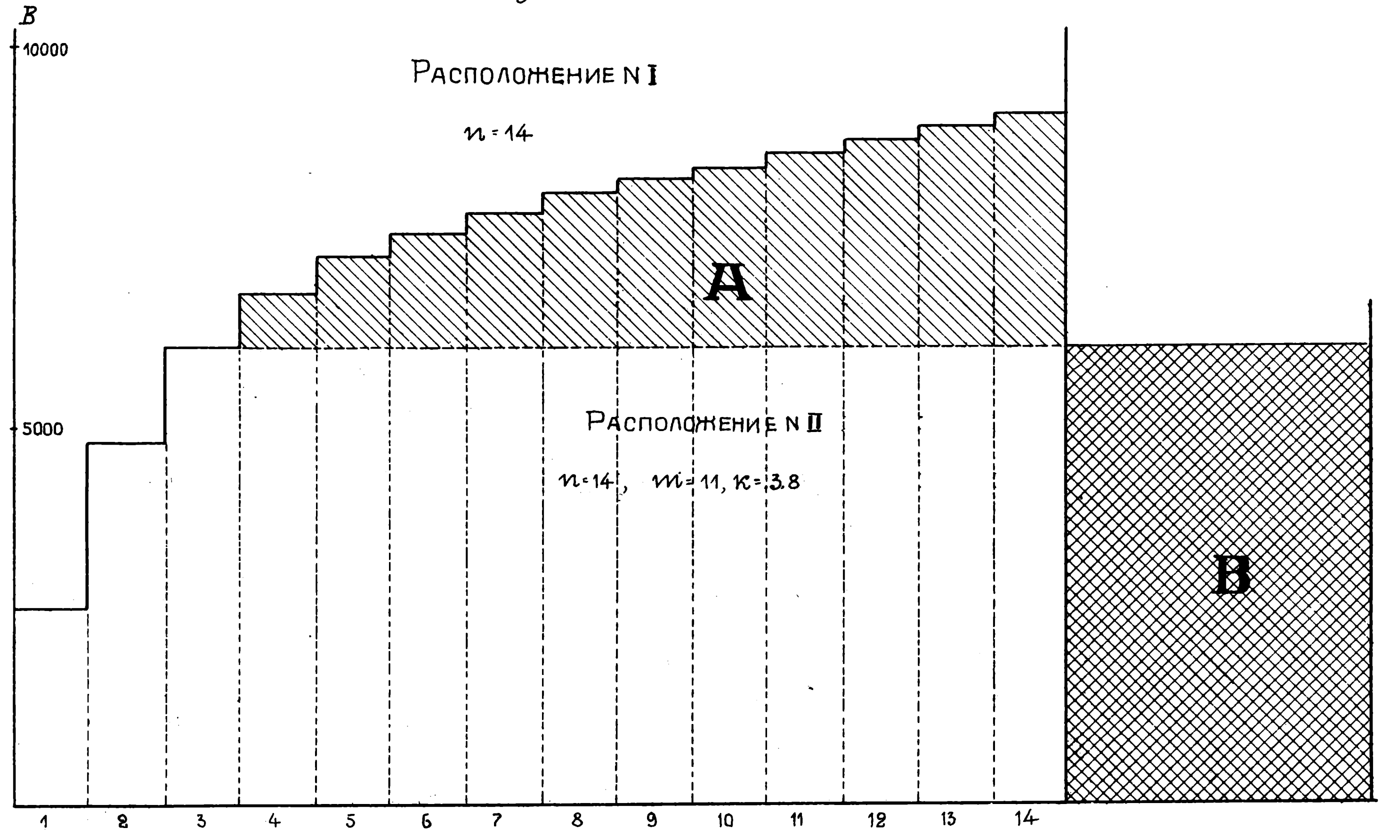
Хромо-Литогр. Губполиграфкуста Е-К-Б. Зак. № 18 III—23 г.

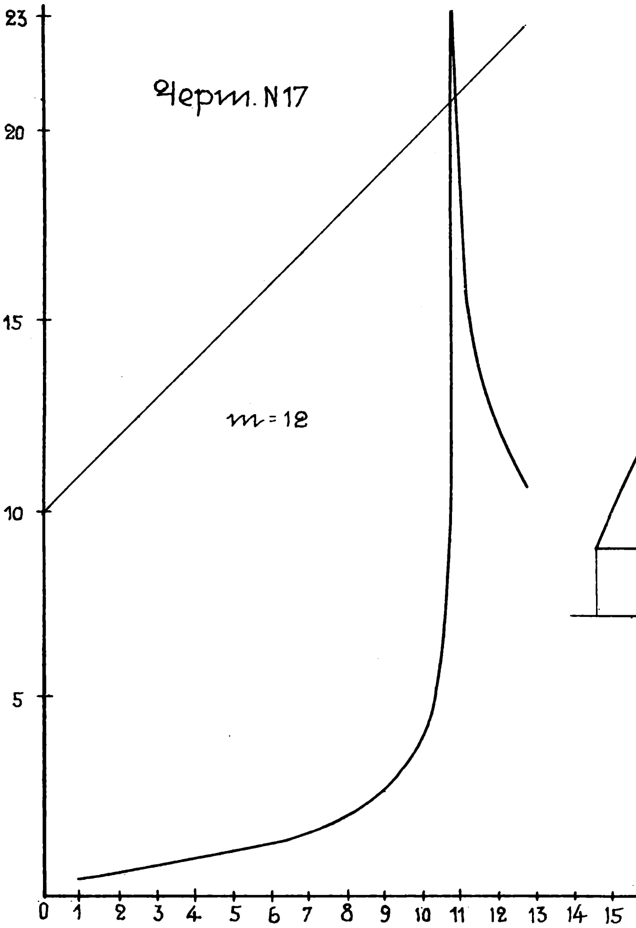
Черт. N14



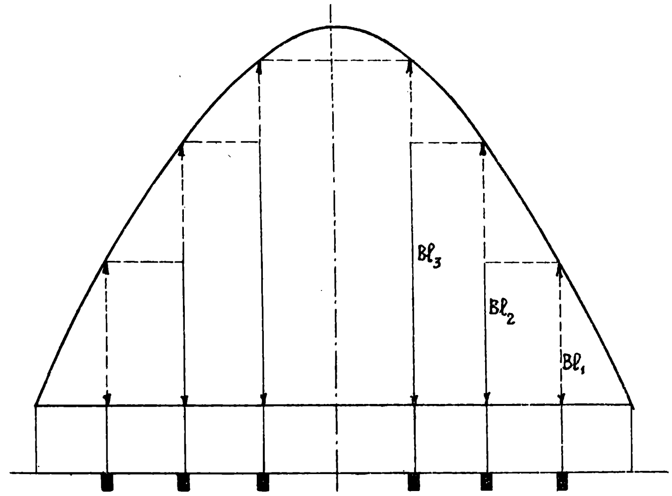
Bl
Жел. ротора.
Жел. статора
Зубцы.
Жел. ротора
Жел. статора.
Зубцы статора.
Зубцы ротора.
1
2
3
3'
4'
Жел. ротора
Железо статора
Зубцы статора ротора.

Черт № 16

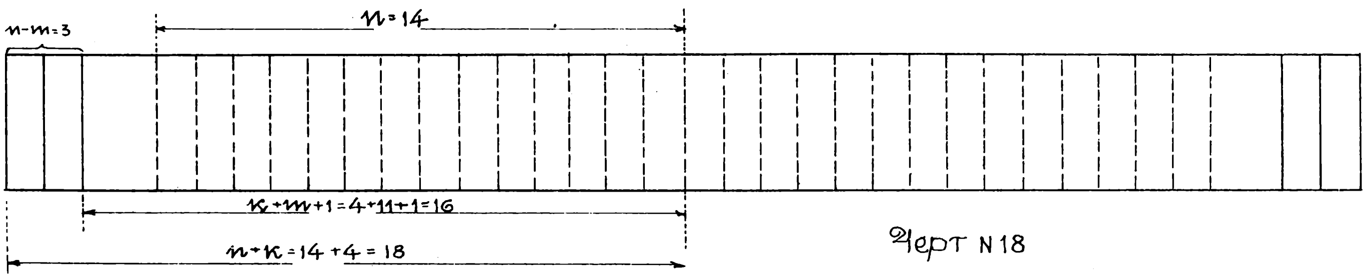

B
10000
5000
Расположение N I
n = 14
A
Расположение N II
n = 14, m = 11, k = 3.8
B
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14



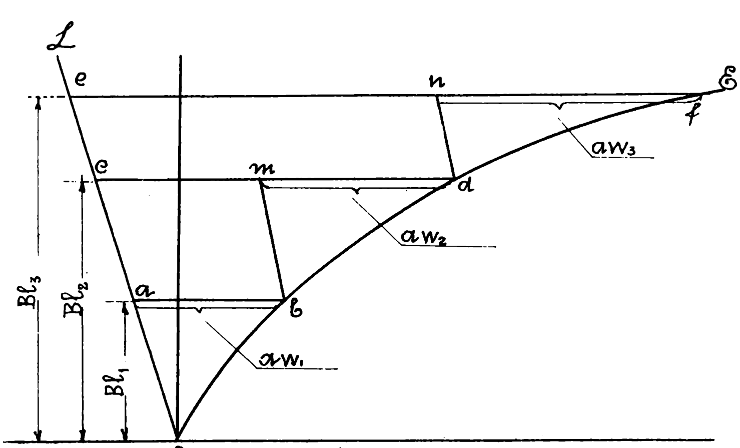
Черт. N17



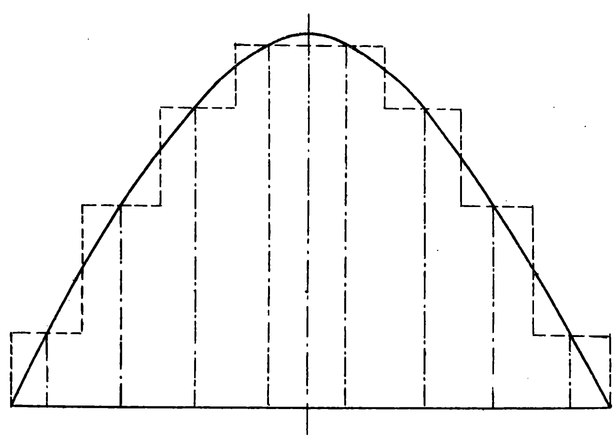
Черт. N19



Черт N18



Черт. N20



Черт N21