

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Уральский государственный университет им. А.М. Горького»

ИОНЦ «Бизнес - информатика»
Математико-механический факультет
Кафедра вычислительной математики

МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ЭКОНОМИКЕ

Программа дисциплины
(Стандарт ЕН-Р 02)

Екатеринбург
2007

УТВЕРЖДАЮ
Руководитель ИОНЦ « _____ »

(подпись)

(дата)

Программа дисциплины «Методы вычислений в экономике» составлена в соответствии с требованиями регионального (вузовского) компонента к обязательному минимуму содержания и уровню подготовки:

бакалавра по направлению «Бизнес - информатика», 080700

по циклу «Общих математических и естественнонаучных дисциплин» государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования.

Семестр 5-й, 6-й

Общая трудоемкость дисциплины - 90 часов, в том числе:

Лекций 36 часов

Семинаров 36 часов

Самостоятельная работа студента – 18 часов.

Контрольные мероприятия:

Контрольные работы – 1

Индивидуальные работы – 3

Форма итогового контроля:

Экзамен.

Авторы

Конончук Екатерина Александровна, старший преподаватель, кафедра вычислительной математики, Уральский государственный университет им. Горького

Коврижных Антон Юрьевич, кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра вычислительной математики, Уральский государственный университет им. Горького

Лузина Галина Евгеньевна, старший преподаватель, кафедра вычислительной математики, Уральский государственный университет им. Горького

Рекомендовано к печати протоколом заседания

Экспертно-конкурсной комиссии ИОНЦ «Бизнес - информатика»

от _____ № _____
(дата)

Согласовано:

Зав.кафедрой вычислительной математики

(название кафедры, реализующей данную дисциплину)

_____/Пименов В.Г./
(подпись) Ф.И.О.

« _____ » _____ 200__ г.
(дата)

© Уральский государственный университет

© Конончук Е.А., Коврижных А.Ю., Лузина Г.Е., 2007

I. Введение

1. Цель дисциплины

Дать студентам систематическое представление о численных методах и вычислительных алгоритмах, необходимых в экономико-математическом моделировании.

Сформировать у студентов представления о:

- методологии проведения математического моделирования и вычислительного эксперимента в экономике;
- основных принципах и подходах в теории численных методов;
- терминологии, принятой в теории численных методов;
- основных численных алгоритмах и областях их применения;

Научить студентов конструировать численные методы и исследовать их для следующих проблем: нелинейные уравнения, линейная алгебра, задачи интерполяции, численного дифференцирования и интегрирования функций, решение обыкновенных дифференциальных уравнений.

2. Задачи дисциплины

Дать понятие о специфике вычислительной математики и представление о подходах к исследованию алгоритмов. Научить грамотно планировать проведение простейших вычислительных экспериментов. При этом наряду с изучением современных методов, применяющихся в экономико-математическом моделировании, должен быть освоен общий подход к выбору и применению численного метода при появлении новых математических моделей. Показателем владения материалом служит здесь умение выбрать и обосновать метод решения задачи, сформировать алгоритм решения и указать область его применения.

В результате изучения курса студент должен:

знать:

- терминологию и основные понятия, используемые в теории и практике численных методов;
- базовые алгоритмы решения задач численного интерполирования, интегрирования, нелинейных уравнений, оптимизации, линейной алгебры и обыкновенных дифференциальных уравнений;
- свойства численных алгоритмов и особенности их практического применения.

уметь:

- численно решать стандартные задачи математического анализа, линейной алгебры, обыкновенных дифференциальных уравнений;

иметь представление о:

- методах математического описания моделируемых процессов;
- принципах построения численных алгоритмов;
- способах программной реализации базовых численных алгоритмов на ЭВМ.

3. Место дисциплины в системе высшего профессионального образования

В курсе используются: математический анализ, линейная алгебра, теория обыкновенных дифференциальных уравнений. Курс является основой для специальных курсов, выполнения курсовых и дипломных работ, связанных с численным решением задач.

4. Требования к уровню освоения содержания курса

Студенты должны уметь конструировать численные методы и исследовать их для следующих проблем: нелинейные уравнения, линейная алгебра, задачи интерполяции, численного дифференцирования и интегрирования функций, решение обыкновенных дифференциальных уравнений.

II. Содержание курса

1) Разделы курса, темы, их краткое содержание

Введение в методы вычислений в экономике. Методологии проведения математического моделирования и вычислительного эксперимента в экономике. Математическая модель. Примеры математического моделирования экономических задач. Численный алгоритм.

Погрешность численного решения задачи. Особенности решения задач на ЭВМ. Понятие вычислительного эксперимента, виды погрешностей. Представление чисел в ЭВМ, вычисления с конечной точностью. Абсолютная и относительная погрешности. Теорема о погрешности функции.

Методы решения трансцендентных уравнений.

Решение нелинейных уравнений методами деления отрезка пополам, Ньютона, модифицированного метода Ньютона, секущих, секущих парабол. Метод простой итерации (глобальная и локальная сходимость), обоснование метода Ньютона, локальная квадратичная сходимость метода Ньютона.

Вычислительные методы линейной алгебры.

Общий подход к построению методов решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса, методы Гаусса с выбором ведущего элемента. Нормы векторов и матриц, вычисление норм. Метод простой итерации для матриц. Методы Зейделя, Гаусса-Зейделя, Якоби. Хорошо и плохо обусловленные системы линейных алгебраических уравнений. Число обусловленности.

Решение систем нелинейных уравнений.

Метод Ньютона. Метод простой итерации. Обоснование метода Ньютона.

Интерполяция.

Понятие интерполирующей системы. Понятие Чебышевской системы. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа, погрешность интерполяционного многочлена. Разделенные разности, интерполяционный многочлен в форме Ньютона. Теорема о представлении интерполяционного многочлена.

Численное интегрирование.

Общий подход к построению формул численного интегрирования, оценка погрешности интегрирования. Построение интерполяционных квадратур методом неопределенных коэффициентов. Элементарные квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Составные квадратурные формулы. Метод Рунге оценки погрешности интегрирования.

Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Понятие конечноразностных методов. Построение методов с помощью формулы Тейлора. Методы Эйлера, Эйлера с пересчетом, Коши и их погрешности. Понятие локальной погрешности (невязки) и глобальной погрешности. Общий вид методов Рунге-Кутты 2 порядка. Интерполяционные методы Адамса, многошаговые методы и их построение. Метод неопределенных коэффициентов.

Метод наименьших квадратов.

Задача обработки экспериментальных данных. Подход Гаусса для построения уравнения линейной регрессии. Общая постановка задачи интерполяции. Ее численное решение методом наименьших квадратов.

2) Темы лабораторных, семинарских занятий.

Темы семинарских занятий совпадают с темами лекционных занятий. Кроме того, каждый студент должен выполнить три лабораторных работы. Темы лабораторных работ:

- 1) решение нелинейных уравнений одного переменного;
- 2) численное вычисление интегралов;
- 3) решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений;

3) Перечень примерных контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы

- 1) Определить абсолютную и относительную погрешность решения задачи.
- 2) Сформировать алгоритм вычисления параметров машинной арифметики.
- 3) Описать процесс выполнения арифметических операций при ограничении на число значащих цифр.
- 4) Привести систему линейных уравнений к виду, пригодному для применения метода Зейделя.
- 5) Проверить условия сходимости метода простой итерации.
- 6) Привести пример плохо обусловленной задачи линейной алгебры.
- 7) Найти число обусловленности матрицы
- 8) Определить число шагов метода половинного деления, обеспечивающее заданную точность решения.
- 9) Проверить условия глобальной сходимости метода Ньютона.
- 10) Для системы нелинейных уравнений выписать процесс, сходящийся к решению по методу Ньютона
- 11) Решить уравнение методом Ньютона, предварительно отделив корни, обеспечив в решении не менее 2 верных знаков после запятой.
- 12) Определить количество интервалов, необходимых для расчета определенного интеграла по методу трапеций; по методу Симпсона.
- 13) Найти значение определенного интеграла заданным методом и оценить ошибку.
- 14) Для функции, заданной таблично, вычислить значение с помощью линейной интерполяции;
- 15) Построить интерполяционный полином Ньютона 2, 3 и 4 порядков и вычислить их значения в точке.
- 16) Выписать уравнение прямой, которая является аппроксимацией указанной функции в смысле наименьших квадратов, и вычислить приближенное значение функции в точке x с помощью линейной аппроксимации.*

4) Примерный перечень вопросов к экзамену

- 1) Источники погрешности. Типы погрешности. Абсолютная и относительная погрешности.
- 2) Значащие цифры; верные знаки; их связь с абсолютной погрешностью.
- 3) Погрешность суммы и разности.
- 4) Погрешность функции; погрешность произведения.
- 5) Погрешность функции; погрешность частного.
- 6) Приближенное решение нелинейных уравнений. Постановка задачи, отделение корней.
- 7) Приближенное решение нелинейных уравнений. Метод Ньютона (простой и модифицированный).
- 8) Приближенное решение нелинейных уравнений. Метод половинного деления.
- 9) Приближенное решение нелинейных уравнений. Метод хорд (подвижных и неподвижных).
- 10) Приближенное решение нелинейных уравнений. Метод простой итерации.
- 11) Критерий сходимости метода простой итерации для решения нелинейных уравнений.
- 12) Интерполяция. Постановка задачи; интерполяционный многочлен в форме Лагранжа.
- 13) Интерполяция. Постановка задачи; погрешность интерполяционного многочлена в форме Лагранжа.
- 14) Численное интегрирование. Постановка задачи. Элементарные интерполяционные формулы по одному узлу и их погрешность (формулы правых, левых, средних прямоугольников).
- 15) Численное интегрирование. Постановка задачи. Формула трапеции и ее погрешность.

- 16) Численное интегрирование. Метод неопределенных коэффициентов. Формула Симпсона и ее погрешность.
- 17) Численное интегрирование. Составная формула левых прямоугольников, ее погрешность.
- 18) Численное интегрирование. Составная формула правых прямоугольников, ее погрешность.
- 19) Численное интегрирование. Составная формула средних прямоугольников, ее погрешность.
- 20) Численное интегрирование. Составная формула трапеций, ее погрешность.
- 21) Численное интегрирование. Составная формула Симпсона, ее погрешность.
- 22) Метод Рунге оценки погрешности.
- 23) Численное решение задачи Коши. Постановка задачи. Методы, основанные на разложении решения в ряд Тейлора, одношаговая погрешность.
- 24) Численное решение задачи Коши. Метод Эйлера, его одношаговая погрешность. Геометрическая интерпретация метода Эйлера.
- 25) Численное решение задачи Коши. Метод Эйлера с пересчетом, его одношаговая погрешность.
- 26) Численное решение задачи Коши. Методы Коши, его одношаговая погрешность.
- 27) Решение системы линейных уравнений. Метод исключения Гаусса.
- 28) Решение системы линейных уравнений. Метод Гаусса с выбором главных элементов.
- 29) Решение системы линейных уравнений. Метод простой итерации.
- 30) Критерий сходимости метода простой итерации решения систем линейных уравнений.
- 31) Решение системы линейных уравнений. Метод Якоби.
- 32) Решение системы линейных уравнений. Метод Гаусса – Зейделя.

5) Примеры экзаменационных билетов

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Источники погрешности. Типы погрешности. Абсолютная и относительная погрешности.
2. Задача.
Методом Ньютона найти второе приближение к корню для уравнения $x^3 - x^2 - 9x + 9 = 0$ на отрезке $[0.5; 2]$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Значение цифры; верные знаки; их связь с абсолютной погрешностью.
2. Задача.
Методом Ньютона найти второе приближение к корню для уравнения $x^3 - x + 1 = 0$ на отрезке $[-2; -1]$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

1. Погрешность суммы и разности.
2. Задача.

Вычислить y_1 и y_2 для решения задачи Коши $\begin{cases} y' = -y + 1 \\ y(0) = -1 \end{cases}$, при $h=0.1$ методом Эйлера с пересчетом.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

1. Погрешность функции; погрешность произведения.
2. Задача.

Применить метод простой итерации для решения уравнения $\sin x = 2x - 0.5$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

1. Погрешность функции; погрешность частного.
2. Задача.

Выяснить, сходится ли метод простой итерации в окрестности наименьшего положительного корня уравнения $x = 0.1 + x^3$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6

1. Приближенное решение нелинейных уравнений. Постановка задачи, отделение корней.
2. Задача.

Построить интерполяционный многочлен Ньютона по узлам $x_0=1$; $x_1=3$ для функции $y=x^3$. Вычислить приближенное значение y в точке $x=2$. Оценить погрешность.

III. Распределение часов курса по темам и видам работ

№ п/п	Наименование разделов и тем	ВСЕГО (часов)	Аудиторные занятия (час)		Самостоятельная работа
			в том числе		
			Лекции	Практические (семинары, лабораторные работы)	
1.	Введение в методы приближенных вычислений.	10	4	4	2
2	Методы решения трансцендентных уравнений.	10	4	4	2
3	Вычислительные методы линейной алгебры.	10	4	4	2
4.	Решение систем нелинейных уравнений.	11	4	4	3
5.	Интерполяция.	10	4	4	2
6.	Численное интегрирование.	14	6	6	2
7.	Численное решение задачи Коши для ОДУ.	14	6	6	2
8	Метод наименьших квадратов	11	4	4	3
	ИТОГО:	90	36	36	18

IV. Форма итогового контроля

Экзамен

V. Учебно-методическое обеспечение курса

1. Рекомендуемая литература (основная)

- [1] А.А.Самарский, А.В. Гулин Численные методы М. Наука: 1989.
- [2] Н.С.Березин, Н.Н.Жидков Методы вычислений М. Изд-во: ФМ. 1962 (1-й и 2-й тома)
- [3] Н.С.Бахвалов Численные методы М. Наука: 1973.
- [4] Н.С.Бахвалов, Н.П.Жидков, Г.М.Кобельков Численные методы М. Наука: 1987.
Для проведения семинарских занятий используются два методических пособия
- [5] Методы вычислений (Практикум) Составители: И.А.Башкирцева, Г.Н.Мильштейн, Л.Б.Ряшко, О.Э.Соловьева. 1996, Уральский государственный университет (I и II части).
2. Рекомендуемая литература (дополнительная)
- [6] Дж.Голуб, У.Ван Лоун Матричные вычисления. М. Мир. 1999.
- [7] Д.Каханер, К.Моулер, Н.Нэш Численные методы и программное обеспечение. М. Мир. 1998.

VI. Ресурсное обеспечение (если требуется)

1. Лаборатории (в том числе, вузовско-академические), музеи, гербарии, биостанция, ботанический сад, астрономическая обсерватория и т.д.
2. Приборная база, лабораторное оборудование, материалы
3. Натурные объекты, коллекции, модели
4. Базы данных
5. Компьютерные классы