

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Уральский государственный университет им. А.М. Горького»

ИОНЦ «Бизнес - информатика»
Математико-механический факультет
Кафедра вычислительной математики

МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ЭКОНОМИКЕ

Лабораторные работы

Екатеринбург
2007

Содержание.

1. РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ.....	2
2. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ.....	4
3. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ.....	6

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.

РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ.

Постановка задачи: Дано уравнение $f(x) = 0$. Найти наименьший положительный корень этого уравнения с точностью ε , используя разные методы отыскания корня.

Образец выполнения задания.

Найти корень уравнения $x^3 - 0,2x^2 + 0,5x + 1,5 = 0$, расположенный на отрезке $[-1; 0]$.

В нашем случае $f(x) = x^3 - 0,2x^2 + 0,5x + 1,5$.

Для применения методов Ньютона и хорд необходимо выбрать начальное приближение x_0 . Так как $f(-1) < 0$, $f(0) > 0$, $f'(x) = 6x - 0,4 < 0$, то за начальное приближение принимаем $x_0 = -1$.

Алгоритм метода деления отрезка пополам.

1. Описать функцию $f(x)$.
2. Описать константу $\varepsilon = 0,5 \cdot 10^{-4}$.
3. Ввести концы отрезка $[a, b]$. В нашем примере $a = -1$; $b = 0$.
4. Найти точку середины отрезка $[a, b]$: $c = (a + b) / 2$.
5. Если $f(a) \cdot f(c) < 0$, то $b := c$, в противном случае $a := c$.
6. Если $|b - a| < \varepsilon$, то c – корень уравнения, в противном случае вернуться к пункту 4.

Алгоритм метода Ньютона.

1. Описать функцию $f(x)$.
2. Описать функцию $f1(x)$ для $f'(x)$.
3. Описать константу $\varepsilon = 0,5 \cdot 10^{-4}$.
4. Ввести начальное приближение x_0 . x_0 – выбранное нами начальное приближение, (в нашем примере $x_0 = -1$).

5. $x_{n1} := x_0$.

6. $d := f(x_n) / f1(x_n)$.

7. $x_{n1} := x_n - d$.

8. $x_n := x_{n1}$.

9. Если $|d| < \varepsilon$, то x_n – корень уравнения, в противном случае вернуться к пункту 6.

Алгоритм метода хорд.

1. Описать функцию $f(x)$.

2. Описать константу $\varepsilon = 0,5 \cdot 10^{-4}$.

3. Ввести начальное приближение x_0, x_1 . x_0 – выбранное нами начальное приближение, x_1 – противоположный конец отрезка $[a, b]$. В нашем примере $x_0 = -1$; $x_1 = 0$.

4. $x_{n1} = x_1$.

5. $d = f(x_n) / (f(x_n) - f(x_0)) \cdot (x_n - x_0)$.

7. $x_{n1} = x_n - d$.

8. $x_n = x_{n1}$.

9. Если $|d| < \epsilon$, то x_n – корень уравнения, в противном случае вернуться к пункту 5.

Варианты заданий:

1. $f(x) = e^x - 1,6 + x^2$; $[0, 0,8]$ Метод половинного деления, метод простой итерации.
2. $f(x) = e^{-x} - 1,9 + x^2$; $[1, 1,7]$. Метод Ньютона, метод половинного деления.
3. $f(x) = 1 + \sin(x) - 1,14e^{-x}$, $[0, 0,5]$.. Метод хорд, Метод Ньютона.
4. $f(x) = x - 1,4\cos^2(x)$, $[0,6, 1]$. Метод подвижных хорд. Метод Ньютона.
5. $f(x) = \sin(x) + 0,1 - 1,4x^2$. $[0,5, 1]$. Метод Ньютона. Метод половинного деления.
6. $f(x) = \text{ctg}(x + 0,4) - x^2$, $[0,2, 1]$. Метод хорд. Метод подвижных хорд.
7. $f(x) = \lg(x) - 0,13 / x$, $[0,9, 1,7]$. Метод простой итерации. Метод хорд.
8. $f(x) = e^x - 4,4x$, $[0, 0,5]$. Метод простой итерации. Метод Ньютона.
9. $f(x) = e^x - 0,44 / x$, $[0,1, 0,6]$. Метод половинного деления. Метод хорд.
10. $f(x) = \cos(x) - 4,4x$, $[0, 0,5]$. Метод подвижных хорд. Метод половинного деления.
11. $f(x) = \sin(x) - x + 2,4$, $[1,7, 3]$.. Метод хорд. Модифицированный метод Ньютона.
12. $f(x) = 1,4\cos(x) - e^x$, $[-0,1, 0,7]$.. Модифицированный метод Ньютона. Метод половинного деления.
13. $f(x) = \text{tg}(x) - 0,44 / x$, $[0,5, 0,9]$. Метод подвижных хорд. Модифицированный метод Ньютона.
14. $f(x) = \text{tg}(x) - 1 + 0,4x$, $[0,4, 1]$.. Метод простой итерации. Модифицированный метод Ньютона.
15. $f(x) = \lg(x) - 1,6 + x^2$, $[1, 1,5]$.. Метод половинного деления. Метод хорд.
16. $f(x) = e^x - 2,2 + x^2$. Метод половинного деления. Метод хорд.
17. $f(x) = e^{-x} - 2,5 + x^2$. Метод простой итерации. Метод хорд.
18. $f(x) = 1 + \sin(x) - 1,2e^{-x}$. Метод хорд, Метод Ньютона.
19. $f(x) = x - 2\cos x^2$, Метод подвижных хорд. Метод Ньютона.
20. $f(x) = \sin(x) + 0,1 - 2x^2$. Метод Ньютона. Метод половинного деления.
21. $f(x) = \text{ctg}(x + 1) - x^2$. Метод хорд. Метод подвижных хорд.
22. $f(x) = e^x - 5$. Метод простой итерации. Метод хорд.
23. $f(x) = e^x - 0,5 / x$. Метод простой итерации. Метод Ньютона.
24. $f(x) = 2\cos(x) - e^x$. Метод половинного деления. Метод хорд.
25. $f(x) = \sin(x) - 2x + 0,5$. Метод подвижных хорд. Метод половинного деления.
26. $f(x) = \text{ctg}(x) - x^2$. Метод хорд. Модифицированный метод Ньютона.

27. $f(x) = \operatorname{tg}(x) + \lg(x)$. Модифицированный метод Ньютона. Метод половинного деления.
 28. $f(x) = x^3 + 5x^2 - 15x - 7$. Метод подвижных хорд. Модифицированный метод Ньютона.
 29. $f(x) = \lg(x) - 0,19 / x$, Метод простой итерации. Модифицированный метод Ньютона.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.

ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ.

Постановка задачи: Найти значение интеграла $\int_a^b f(x)dx$ по составным формулам с шагом $h =$

0,1, $h = 0,05$. Указать погрешность по методу Рунге.

Варианты заданий:

1. $\int_0^1 \sin(x^2)dx$ формула правых прямоугольников, формула трапеций
2. $\int_0^1 \cos(x^3)dx$ формула правых прямоугольников, формула средних прямоугольников.
3. $\int_0^1 e^{x^2} dx$ формула правых прямоугольников, формула Симпсона.
4. $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ формула левых прямоугольников, формула трапеций.
5. $\int_0^1 \ln(1 + x^2)dx$ формула левых прямоугольников, формула средних прямоугольников
6. $\int_1^2 \sin(x^3)dx$ формула левых прямоугольников, формула Симпсона.
7. $\int_1^2 \cos(x^2)dx$ формула средних прямоугольников, формула Симпсона
8. $\int_0^1 e^{x^3} dx$ формула средних прямоугольников, формула трапеций
9. $\int_1^2 e^{-x^3} dx$ формула средних прямоугольников, формула правых прямоугольников
10. $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^3}$ формула средних прямоугольников, формула левых прямоугольников
11. $\int_1^2 \frac{dx}{1+x^4}$ формула трапеций, формула Симпсона.

12. $\int_0^1 \sqrt{1+x^3} dx$ формула трапеций, формула правых прямоугольников

13. $\int_1^2 \sqrt{1+x^4} dx$ формула трапеций, формула левых прямоугольников.

14. $\int_2^3 \sin(1+x^2) dx$ формула трапеций, формула средних прямоугольников.

15. $\int_2^3 \cos(x+x^2) dx$ формула трапеций, формула Симпсона.

16. $\int_2^3 e^{\sin x} dx$ формула правых прямоугольников, формула трапеций.

17. $\int_2^3 e^{-\cos x} dx$ формула правых прямоугольников, формула средних прямоугольников.

18. $\int_2^3 \ln(1+\sin x) dx$ формула правых прямоугольников, формула Симпсона.

19. $\int_2^3 \ln(1+\cos x) dx$ формула левых прямоугольников, формула трапеций.

20. $\int_0^2 \sqrt{1+x^2+\sin(x)} dx$ формула левых прямоугольников, формула средних

прямоугольников.

21. $\int_0^2 \sin(e^{x/3}+x) dx$ формула левых прямоугольников, формула Симпсона.

22. $\int_0^2 \sin(\sqrt{1+x^2}+x) dx$ формула средних прямоугольников, формула Симпсона.

23. $\int_0^2 \cos(e^{x/3}+x) dx$ формула средних прямоугольников, формула трапеций.

24. $\int_0^2 \cos\left(\frac{\sqrt{1+x^2}+x}{3}\right) dx$ формула средних прямоугольников, формула правых

прямоугольников.

25. $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^3}$ формула средних прямоугольников, формула левых прямоугольников.

26. $\int_1^2 \frac{dx}{1+x^4}$ формула трапеций, формула Симпсона.

27. $\int_0^1 \sqrt{1+x^3} dx$ формула трапеций, формула правых прямоугольников.

28. $\int_1^2 \sqrt{1+x^4} dx$ формула трапеций, формула левых прямоугольников.
29. $\int_2^3 \sin(1+x^2) dx$ формула трапеций, формула средних прямоугольников.
30. $\int_2^3 \cos(x+x^2) dx$ формула трапеций, формула Симпсона.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ.

Постановка задачи.

Решить задачу Коши

$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

на отрезке $[x_0, x_0 + 1]$ при $h = 0,1$.

Сравнить полученные приближенные решения с точным решением задачи Коши.

Варианты заданий:

1. $y' = -2x(y+1); y(0) = 1$. Метод Эйлера, метод Эйлера с пересчетом
2. $y' = \frac{2y}{x}; y(1) = 1/2$. Метод Эйлера, метод Коши
3. $y' = -\frac{x}{y}; y(0) = 1$. Метод Эйлера, метод Эйлера с пересчетом.
4. $y' = \frac{y-1}{2x}; y(1) = 2$. Метод Эйлера, метод Коши.
5. $y' = \frac{2y}{3(x-1)}; y(2) = 1$. Метод Эйлера, метод Эйлера с пересчетом
6. $y' = -\frac{y+1}{x}; y(1) = 1$. Метод Эйлера, метод Коши.
7. $y' = -\frac{2(y+1)}{x}; y(1) = 0$. Метод Эйлера, метод Эйлера с пересчетом
8. $y' = -y+1; y(0) = -1$. Метод Эйлера, метод Коши.
9. $y' = \frac{1}{x-2}; y(3) = 1$. Метод Эйлера, метод Эйлера с пересчетом.
10. $y' = -\frac{x-1}{y}; y(0) = 1$. Метод Эйлера, метод Коши.
11. $y' = \frac{y}{2(x-1)}; y(2) = 1/2$. Метод Эйлера, метод Эйлера с пересчетом.
12. $y' = -x(y+1); y(0) = 1$. Метод Эйлера, метод Коши.

13. $y' = y^2$; $y(0) = -1$. Метод Эйлера, метод Эйлера с пересчетом.

14. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$; $y(1) = 1$. Метод Эйлера, метод Коши.

15. $y' = \frac{\sqrt{y}}{2\sqrt{x}}$; $y(1) = 1$. Метод Эйлера, метод Эйлера с пересчетом.

16. $y' = \sqrt{y}$; $y(0) = 1/4$. Метод Эйлера, метод Коши.

17. $y' = \frac{3}{2}\sqrt{x}$; $y(0) = -1$, Метод Эйлера, метод Эйлера с пересчетом.

18. $y' = \frac{y^2}{x^2}$; $y(1) = 1/2$. Метод Эйлера, метод Коши.

19. $y' = -\frac{y^2}{2\sqrt{x}}$; $y(1) = 1$. Метод Эйлера, метод Эйлера с пересчетом.

20. $y' = \frac{2\sqrt{y}}{(x-1)^2}$; $y(0) = 1$. Метод Эйлера, метод Коши.

21. $y' = -\frac{3y}{x+1}$; $y(0) = 2$. Метод Эйлера, метод Эйлера с пересчетом.

22. $y' = -\frac{2(y+1)}{x}$; $y(1) = 1$. Метод Эйлера, метод Коши.