

**Денис Николаевич Клепов<sup>1\*</sup>, Евгений Владимирович Арышенский<sup>1</sup>,  
Ярослав Александрович Ерисов<sup>2</sup>, Сергей Валерьевич Коновалов<sup>1</sup>, Семен  
Олегович Ким<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Сибирский государственный индустриальный университет», г.  
Новокузнецк, Россия

<sup>2</sup>ФГАОУ ВО «Самарский национальный исследовательский университет имени академика  
С. П. Королева», г. Самара, Россия

\*klepov\_dn@sibsiu.ru

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕКСТУРНОЙ ЭВОЛЮЦИИ ПРИ ФОРМООБРАЗОВАНИИ СПЛАВОВ НА ОСНОВЕ АЛЮМИНИЯ

В статье представлена модель учета изменения кристаллографических ориентировок на условие пластичности. Поворот осей кристалла приводит к изменению ориентационных факторов вызывая изменению условия пластичности, отношений деформаций и напряжений. Конечная деформация разбивается на  $n$  шагов и характер параметров анизотропии актуализируется на каждом шаге вследствие поворота осей кристаллита. Причем характер вращения кристаллической решетки определяется из скольжения по определенному набору систем скольжения, определяемый критерием минимизации работы.

*Ключевые слова:* текстура, пластичность, анизотропия, деформация, алюминий, математическое моделирование.

***Denis N. Klepov, Evgeny V. Aryshenskii, Yaroslav A. Erisov, Sergey V. Konovalov, Semyon O. Kim***

## MODELING OF TEXTURAL EVOLUTION IN THE FORMATION OF ALUMINUM-BASED ALLOYS

The article presents a model for accounting for changes in crystallographic orientations on the condition of plasticity. The rotation of the axes of the crystal leads to a change in orientation factors, causing a change in the conditions of plasticity, the relations of deformations and stresses. The final deformation is divided into  $n$  steps and the nature of the anisotropy parameters is updated at each step due to the rotation of the axes of the crystallite. Moreover, the nature of the rotation of the crystal lattice is determined from sliding along a certain set of sliding systems, determined by the criterion of minimizing work.

*Keywords:* texture, plasticity, anisotropy, deformation, aluminum, mathematical modeling.

При моделировании процессов листовой штамповки обычно принимается допущение о том, что текстура не претерпевает существенных изменений и следовательно характер анизотропии на протяжении процесса остается постоянным [1]. Однако недавние исследования показывают, что в

процессах холодной штамповки текстура претерпевает значительное изменение [2, 3]. Это в свою очередь приводит к ошибкам в расчётах по схеме, предложенной на (рисунок 1). Поэтому целью данной статьи является разработка модели, связывающей условие пластичности анизотропных сред с процессом формирования текстуры.

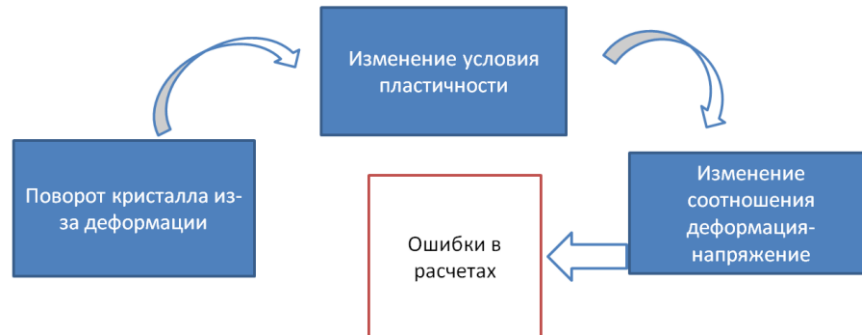


Рис. 1. Схема взаимосвязи моделирования деформации и вращения решетки

В работе используем условие пластичности для анизотропных сред [4]. Энергетическое условие пластичности Губера-Мизеса принято критерием, определяющим переход из упругого состояния в пластическое деформируемого тела. Согласно условию, начало пластической деформации обусловлено достижением предельного значения удельной потенциальной энергии формоизменения  $U_\phi$ , накопленной деформируемым элементом. Предполагается, что закон Гука справедлив вплоть до наступления предельного состояния пластичности. В итоге получаем условие перехода материала в пластическое состояние.

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \eta_{12}(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + \eta_{23}(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + \eta_{31}(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6[\bar{\eta}_{12}\sigma_{12}^2 + \bar{\eta}_{23}\sigma_{23}^2 + \bar{\eta}_{31}\sigma_{31}^2] \}^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

где

$\sigma_i$  интенсивность напряжений, при которой начинается пластическая деформация, может быть определена из испытаний на одноосное сжатие или растяжение,

$\sigma_{ij}$  тензор напряжений в системе отсчета образца,

$\eta_{ij}$  коэффициенты анизотропии.

Коэффициенты анизотропии рассчитываются исходя из компонент тензора модуля жесткости в системе отсчета, связанной с кристаллом и ориентационными факторами.

$$\begin{aligned} \eta_{ij} &= \frac{1}{\gamma} [1 - (A_s - 1)(\Delta_i + \Delta_j - 5\Delta_k)], \\ \gamma &= \frac{5}{3A_s + 2} \left\{ [1 + (A_s - 1)(\Delta_i + \Delta_j + \Delta_k)]^2 - \right. \\ &\quad \left. - 4(A_s - 1)^2 (\Delta_i^2 + \Delta_j^2 + \Delta_k^2 - \Delta_i\Delta_j - \Delta_j\Delta_k - \Delta_k\Delta_i) \right\}, \\ \bar{\eta}_{ij} &= \frac{3A_s + 2}{5} \left[ 1 - 2(A_s - 1) \left( \Delta_i + \Delta_j - \Delta_k - \frac{1}{2} \right) \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$A_s = \frac{C_{1111} - C_{1122}}{2C_{2323}}$ ;  $C_{1111}, C_{1122}, C_{2323}$  компоненты тензора модулей жесткости в кристаллической системе координат,  $\Delta_i$  ориентационные факторы.

$$\Delta_i = \frac{(g_{i1}^2 g_{i2}^2 + g_{i1}^2 g_{i3}^2 + g_{i2}^2 g_{i3}^2)}{g_{i1}^2 + g_{i2}^2 + g_{i3}^2} \quad (3)$$

Ориентационные факторы (3) можно вычислить с помощью матрицы направляющих косинусов, выраженных через индексы Миллера или углы Эйлера. Для их вычисления с помощью метода Тейлора [5] вычисляем поворот кристаллической решетки (4) и матрицу направляющих косинусов (5), из которой рассчитываем индексы Миллера или углы Эйлера.

$$R = \bar{w}^G - \bar{w} \quad (4)$$

$$g'_{ij} = (\delta_{ik} + R_{ik})g_{kj} \quad (5)$$

где  $R$  – матрица поворота,  $\bar{w}^G$  – поворот образца,  $\bar{w}$  – поворот, обусловленный скольжением по плоскости,  $g_{kj}$  – матрица косинусов,  $\delta_{ik}$  – дельта Кронекера,  $G$  равен градиенту деформации кристаллита.

Таким образом, в результате исследования была разработана модель, учитывающая влияние эволюции текстуры на условие пластичности. Как следствие более точно определяется переход из упруго состояния в пластическое, что приводит к более точным расчетам пластической деформации.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-19-00590, <https://rscf.ru/project/24-19-00590/>*

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Арышенский, Юрий Михайлович. Теория и расчеты пластического формоизменения анизотропных материалов : учебное пособие для студентов вызов, обучающихся по специальности "Обработка металлов давлением" / Ю. М. Арышевский, Ф. В. Гречников. — Москва : Металлургия, 1990. — 303, [1] с. : ил., табл. : 22 см.; ISBN 5-229-00653-6.
2. Shutov, A.V., Pfeiffer, S. and Ihlemann, J. (2012), On the simulation of multi-stage forming processes: invariance under change of the reference configuration. *Mat.-wiss. u. Werkstofftech.*, 43: 617-625. <https://doi.org/10.1002/mawe.201200009>
3. Sener, B., Esener, E. & Firat, M. Modeling plastic anisotropy evolution of AISI 304 steel sheets by a polynomial yield function. *SN Appl. Sci.* 3, 181 (2021). <https://doi.org/10.1007/s42452-021-04206-2>
4. Ерисов Я. Ф. Развитие теории и методов совершенствования процессов листовой штамповки путем формирования при прокатке оптимальной

кристаллографии структуры заготовок: Дис. док. техн. наук. / Я. Ф. Ерисов. Самара.: НИУ Самарский университет им. С.П. Королева, 2019. 310 с.

5. Taylor G. I. The Mechanism of Plastic Deformation of Crystals / Taylor G. I // Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, London. 1934. V. A145. P. I pp. 362 – 387, P. II pp. 362 – 387

#### REFERENCES

1. Aryshensky, Yuri Mikhailovich. Theory and calculations of plastic shaping of anisotropic materials : a textbook for university students studying in the specialty "Metalworking by pressure" / Yu. M. Aryshevsky, F. V. Grechnikov. — Moscow : Metallurgy, 1990. — 303, [1] p.: ill., table : 22 cm.; ISBN 5-229-00653-6.
2. Shutov, A.V., Pfeiffer, S. and Ihlemann, J. (2012), On the simulation of multi-stage forming processes: invariance under change of the reference configuration. Mat.-wiss. u. Werkstofftech., 43: 617-625. <https://doi.org/10.1002/mawe.201200009>
3. Sener, B., Esener, E. & Firat, M. Modeling plastic anisotropy evolution of AISI 304 steel sheets by a polynomial yield function. SN Appl. Sci. 3, 181 (2021). <https://doi.org/10.1007/s42452-021-04206-2>
4. Yerisov Ya. F. Development of the theory and methods of improving the processes of sheet stamping and forming the optimal crystallography of the billet structure during rolling: Dis. doctor of Technical Sciences / Ya. F. Yerisov. Samara.: S.P. Korolev Samara University, 2019. 310 p.
5. Taylor G. I. The Mechanism of Plastic Deformation of Crystals / Taylor G. I // Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, London. 1934. V. A145. P. I pp. 362 – 387, P. II pp. 362 – 387