

**Игорь Николаевич Файфер<sup>1\*</sup>, Юрий Николаевич Логинов<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина,  
г. Екатеринбург, Россия

\**faiifer\_igor@mail.ru*

## ФОРМОИЗМЕНЕНИЕ ТОНКОЙ КРУГЛОЙ СТАЛЬНОЙ ЗАГОТОВКИ ПРИ ВЫТЯЖКЕ С ПОЗИЦИИ ТЕОРИИ ПЛАСТИН И ОБОЛОЧЕК

Отмечено, что глубокой вытяжкой производят изделия типа полусфер из различных материалов. В данной работе рассмотрена схема производства деталей типа полусфер с позиций теории упругости. Использовались формулы, полученные в этой области, по которым были выполнены расчёты. Выявлено, что если использовать такой подход при нагружении круглой пластины равномерно распределённым давлением, то не удаётся получить сферическую поверхность. Техническая задача может быть решена если использовать дополнительный инструмент, с помощью которого достигается нужное изменение формы. Сделаны ссылки на такие решения.

*Ключевые слова:* полусфера, листовая штамповка, упругая деформация, пластическая деформация

***Igor N. Faifer, Yuri N. Loginov***

## FORMING OF A THIN ROUND STEEL BLANK DURING DRAWING FROM THE POSITION OF THE THEORY OF PLATES AND SHELLS

It is noted that deep drawing produces products such as hemispheres from various materials. The production scheme for parts such as hemispheres is considered from the standpoint of the theory of elasticity. For this purpose, formulas obtained in this area were used. Calculations were performed using these formulas. It has been revealed that if this approach is used when loading a round plate with uniformly distributed pressure, it is not possible to obtain a spherical surface. The technical problem can be solved if an additional tool is used, with the help of which the desired change in shape is achieved and references are made to such solutions.

*Keywords:* hemisphere, sheet stamping, elastic deformation, plastic deformation.

В практике производства деталей типа полусфер присутствует необходимость применения различных схем деформации и использования различных инструментов. Существует несколько готовых решений задач в которых форма изделия приближается к полусферической.

В книге [1] изложены основные положения теории пластинок и оболочек. В том числе рассмотрены задачи формоизменения тонкой, круглой в плане пластинки при использовании двух вариантов граничных условий. Первый вариант касается отсутствия закрепления кромок пластинки. Это

эквивалентно приложению нагрузки для заготовки в виде тонкого диска, который пытаются подвергнуть глубокой вытяжке при отсутствии прижима. Анализу подвергнуто напряжённо-деформированное состояние при малых деформациях. Второй вариант касается закрепления кромок заготовки, что соответствует схеме листовой штамповки с использованием прижима. Дополнительно рассмотрено поведение анизотропных пластин при тех же граничных условиях. Однако все решения касаются применения теории упругости, которая не предусматривает описания поведения материала в пластической области. Вместе с тем, могут быть получены основные сведения об изменении формы при таком подходе.

На рис. 1 отображена схема прогиба круглой в плане пластинки со свободным закреплением кромки (при отсутствии прижима) на виде сбоку (а) и на виде сверху (б), треугольниками обозначены места расположения опор,  $r_x$  - радиус кривизны,  $r$  - радиальная координата;  $\omega$  - текущий прогиб.

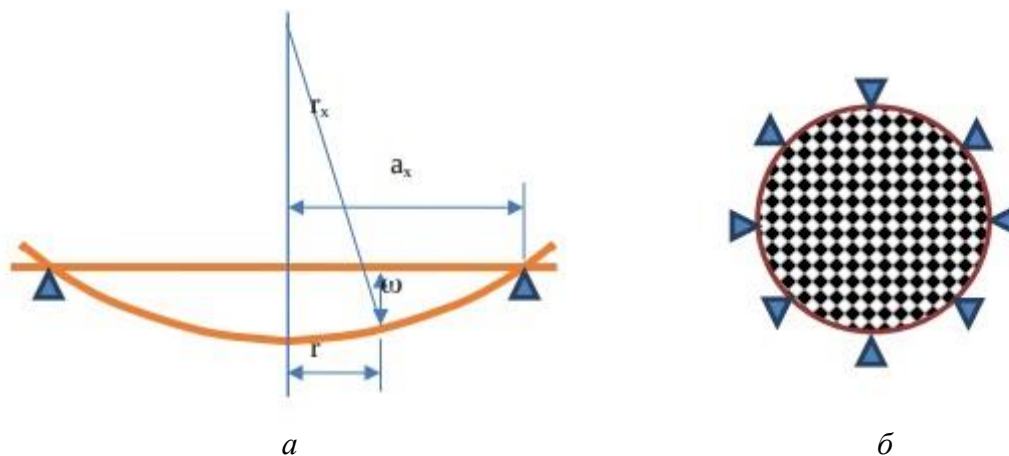


Рис. 1. Схема прогиба круглой в плане пластинки со свободным закреплением кромки (при отсутствии прижима) на виде сбоку (а) и на виде сверху (б), треугольниками обозначены места расположения опор,  $r_x$  - радиус кривизны,  $r$  - радиальная координата;  $\omega$  - текущий прогиб

После рассмотрения задачи сделан вывод о том, что при одинаковой, равномерно распределенной нагрузке, прогиб пластинки со свободными краями в четыре раза больше, чем для пластинки, закреплённой по контуру. Если перенести этот вывод в схему глубокой вытяжки полусферы, то окажется, что при закреплении контура пластинки, например прижимом, для осуществления деформации потребуется большая нагрузка, чем для случая свободного расположения кромок пластины. С позиции расхода энергии, действительно, без прижима периферийные края пластинки могут свободно подняться вверх, как это показано на рис. 1. При закреплении краев потребуется энергия для создания деформаций изгиба, то есть придется совершить лишнюю работу деформации, что отразится на энергосиловых параметрах процесса. Этот вывод справедлив как для упругой постановки задачи, так и для пластической постановки.

В соответствии с вышеприведенной ссылкой текущий прогиб пластины, закреплённой по контуру (при наличии прижима в случае применения схемы штамповки)  $\omega$  может быть рассчитан по формуле

$$\omega = q * (a^2 - r^2)^2 / (64 * D) \quad (1)$$

где  $q$  – равномерно распределённое по поверхности пластины напряжение;  $D$  – жёсткость пластины. Здесь использовано граничное условие: при  $r = a$  текущий прогиб  $\omega = 0$ .

Следует отметить, что изложенный подход сделан с позиции теории упругости, положения которой частично совпадают с положениями теории пластичности. Однако, в последнем случае система уравнений для описания поведения системы оказывается намного сложнее из-за более сложного задания уравнений связи напряжений и деформаций, а также разных подходов к применению условия несжимаемости. В теории упругости жёсткость пластины

$$D = E * h^3 / 12 / (1 - \nu^2) \quad (2)$$

где  $E$  и  $\nu$  – модуль упругости и коэффициент Пуассона;  $h$  – толщина пластины. Поскольку коэффициент Пуассона мало изменяемая величина (для стали  $\nu = 0,3$ ), то основную роль переменной в формуле (2) играет сама толщина. При модуле упругости для стали  $E = 210$  ГПа на рис. 2 построена зависимость, рассчитанная по формуле (2).



Рис. 2. Зависимость жёсткости  $D$  от толщины пластины при упругой постановке

Ожидаемо, что функция нелинейная и описывается параболой третьего порядка. В формулу (1) целесообразно ввести безразмерную координату  $r/a$ , тогда получим:

$$\omega/a = (q * a^3 / D) * (1 - r^2/a^2)^2 / 64 \quad (3)$$

Здесь образованы безразмерные параметры:  $\omega/a$  – относительный прогиб;  $q*a/D$  – относительное давление.

Расчёт по формуле (1) позволяет определить текущий прогиб пластины при задании половины диаметра, для примера примем  $a=450$  мм. Как видно из графика рис. 2, при толщине пластины 6 мм жёсткость равна 5400 ГПа\*мм³.

При распределённой нагрузке 10 МПа с учётом размерностей величин получим

$$\omega/a = 0,01 \text{ ГПа} \cdot 450^3 \text{ мм}^3 / 64 / 5400 \text{ ГПа} \cdot \text{мм}^3 \cdot (1 - r^2/a^2)^2 \quad (4)$$

Результаты расчёта по этой формуле показаны на рис. 3. Здесь видно, что нагружение пластины равномерно распределённым давлением не приводит к получению формы полусферы. На контуре есть даже точка перегиба, что говорит о смене знака кривизны.

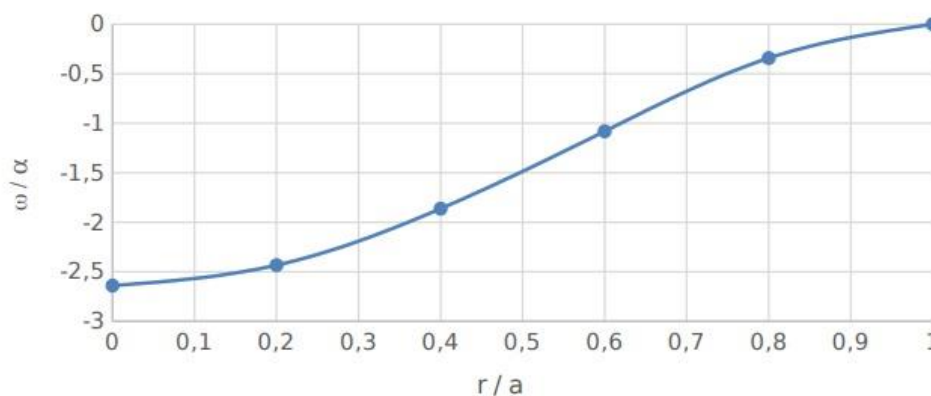


Рис. 3. Отображение формы пластины через безразмерные параметры при упругой постановке

Таким образом, если воспользоваться схемой опоры кромок пластины на инструмент и просто приложить к пластине давление, то требуемая форма не может быть получена. Придется применить дополнительный инструмент для задания нужной формы. Необходимые приёмы обработки описаны в статьях [2, 3], и дополнительно показано, что для материалов с малым уровнем пластичности процесс приходится планировать многопроходным [4].

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Timoshenko S. Theory of Plates and Shells / S. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger. Second Edition, New York, Toronto, London, McGraw-Hill Book Company INC, 1959. 636 p.
2. Сидельников С. Б. Разработка способа получения тонкостенных деталей сферической формы из алюминиевого сплава 1580 / С. Б. Сидельников [и др.] // Цветные металлы. 2023. № 7. С. 83–89. DOI 10.17580/tsm.2023.07.11
3. Vahdati M. Numerical analysis of hot deep drawing process of the thick hemispherical head without the blank-holder / M. Vahdati, M. Gerdooei // Transactions of the Indian Institute of Metals. 2021. V. 74. P. 1775–1786. DOI: 10.1007/s12666-021-02272-z
4. Файфер И. Н. Цифровое моделирование многопереходной глубокой вытяжки полусферической детали при различных условиях трения / И. Н. Файфер, Ю.Н.Логинов // Заготовительные производства в машиностроении. 2023. Т. 21. № 10. С. 448-453. DOI: 10.36652/1684-1107-2023-21-10-448-453

## REFERENCES

1. Timoshenko S. Theory of Plates and Shells / S. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger. Second Edition, New York, Toronto, London, McGraw-Hill Book Company INC, 1959. 636 p.
2. Sidelnikov S. B. Development of a method for obtaining thin-walled parts of a spherical shape from aluminum alloy 1580 / S. B. Sidelnikov [et al.] // Tsvetnye Metally. 2023. V 7. P. 83–89. DOI 10.17580/tsm.2023.07.11
3. Vahdati M. Numerical analysis of hot deep drawing process of the thick hemispherical head without the blank-holder / M. Vahdati, M. Gerdooei // Transactions of the Indian Institute of Metals. 2021. V. 74. P. 1775–1786. DOI: 10.1007/s12666-021-02272-z
4. Faifer I. N. Digital simulation of multiple deep drawing of hemispherical part under various friction conditions / I. N. Faifer, Yu. N. Loginov // Blanking productions in mechanical engineering. 2023. V.21. Iss.10. P.448-453. DOI:10.36652/1684-1107-2023-21-10-448-453