

ния критериев оценки экологической ситуации в крае в конце XIX в. еще не было, следует отметить, что стали проявляться универсальные тенденции в разработке особых, специальных стандартов. Стандартизация как составляющий элемент процесса становления индустриального производства применялась как к составлению годовых отчетов горнозаводских начальников, так и к программам обследования правительственными и местными комиссиями заводских производств и поселений Урала по санитарно-гигиеническому состоянию.

Сопоставление документов и публикаций рубежа XIX — XX вв. и конца XX в. свидетельствует о схожести проблем охраны окружающей среды региона: истощение лесов, загрязнение рек, озер, воздушного пространства и т.д. Это является еще одним подтверждением важности и необходимости исследования данных проблем.

С. А. Нефедов
(УРГУ)

Опыт моделирования демографического цикла

Как известно, теория демографических циклов изучает процессы изменения численности населения в условиях ограниченности природных ресурсов. Начало этой теории было положено Раймондом Пирлом, показавшим, что изменение численности популяций животных (и, возможно, людей) описывается так называемым «логистическим уравнением»:

$$\frac{dN}{dt} = r \left(1 - \frac{N}{K}\right) N$$

Здесь $N(t)$ – численность популяции, K – емкость экологической ниши, r – коэффициент естественного прироста. Решение этого уравнения называют логистической кривой (рис. 1). Логистическая кривая показывает, что сначала, в условиях изобилия ресурсов, численность популяции быстро возрастает, но затем рост замедляется и величина $N(t)$ стабилизируется вблизи асимптоты K . Достижение популяцией максимально возможной численности означает существование на уровне минимального потребления, на грани выживания, когда естественный прирост полностью элиминируется голодной смертностью. Это состояние «голодного гомеостаза» в действительности оказывается неустойчивым, колебания природных факторов приводят к «демографической катастрофе», катастрофическому голоду или эпидемии. Катастрофа приводит к резкому уменьшению численности населения, после чего начинается новый демографический цикл.

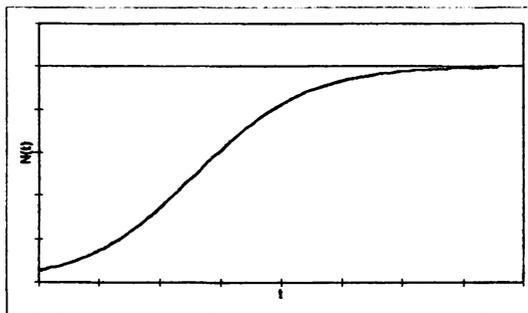


Рис 1. Логистическая кривая

Существование демографических циклов в истории было впервые показано Вильгельмом Абедем в 1934 году. После работ Абеда теория демографических циклов получила всеобщее признание, ее изложение можно найти в трудах крупнейших ученых, таких как Ф. Бродель, М. Постан, Р. Камерон, С. ван Батт, Ж. Ле Гофф. В области моделирования экономики демографических процессов большую известность получили работы Дж. Форрестера и Д. Медоуза. Однако применение сложных, описываемых десятками уравнений, математических моделей к анализу исторических процессов часто сталкивается с проблемой нехватки исходных данных. Целью настоящей работы является построение компактной модели, описывающей основные экономико-демографические процессы допромышленного общества. Верификация модели проводилась на материалах, относящихся к истории Китая I-II веков – для этого периода в источниках имеются сведения о численности населения и посевных площадях, что позволяет сравнить расчетные данные с реальностью.

Обозначим время (в годах) величиной t , площадь пашни - $S(t)$, а численность населения - $Y(t)$. Площадь пашни при данном развитии производительных сил ограничена некоторой максимальной величиной S_m , которая в I-II веках составляла около 34 млн. га. Ввиду этого обстоятельства площадь пашни не возрастает пропорционально численности населения - начиная с некоторого момента, она стремится к асимптоте S_m . Зависимость посевной площади S от численности населения Y можно описать с помощью логистического уравнения

$$\frac{dS}{dY} = r_0 \left(1 - \frac{S - S_0}{S_m - S_0}\right) S$$

Начальное условие для этого уравнения имеет вид $S(Y_0) = S_0$, где $Y_0 = 21$, $S_0 = 16.4$ (в 57 году при численности населения в 21 млн. посевные площади составили 16.4 млн. га). Это уравнение имеет решение

$$S = \frac{S_m}{1 + Ce^{rY}} \quad \text{где} \quad r = \frac{r_0 S_m}{S_0 - S_m}$$

Константу C можно найти из условия, что в 88 году при численности населения 43.4 млн. человек посевные площади составили 33.8 млн. га. Таким образом, мы можем найти закон изменения площади пашни в зависимости от численности населения. Пусть q - величина высева на гектар пашни (в нашем случае 45 кг), тогда $M = qS$ есть масса высеваемого зерна. Далее, обозначим p_0 минимальное потребление на душу населения; в нашем случае можно принять p_0 равным 215 кг зерна в год. Величина $P_0 = p_0 Y(t)$ есть минимальное совокупное потребление, а $W = M + P_0$ - минимальное количество зерна, необходимое для потребления и посева. Пусть $X(t)$ - имеющееся после сбора урожая количество зерна (урожай и запасы). Если $X(t) > W$, то крестьяне имеют излишки зерна, и $u = (X(t) - M)/Y(t)$ - количество зерна (на душу населения), которое может быть потреблено в текущем году. Разумеется, крестьяне не продают все это зерно, оставляя часть его про запас. Будем считать, что они оставляют про запас половину имеющихся излишков. Обозначим максимальное потребление p_m , тогда функция душевого потребления имеет вид:

$$p(u) = \begin{cases} (u - p_0)/2 + p_0 & \text{при } p_0 \leq u \leq 2p_m - p_0 \\ p_m & \text{при } u \geq 2p_m - p_0 \end{cases}$$

Реальное совокупное потребление будет равно $P_1 = p(u)Y(t)$, а реальные расходы на потребление и посев $W_1 = M + P_1$, так что ко времени сбора следующего урожая у крестьян останутся переходящие запасы, равные $Z_p = X(t) - W_1$. Далее, пусть l_0 - сбор на одно зерно посева (в наших условиях $l_0 = 15-25$); урожайность, разумеется, была непостоянной, и мы учтем это обстоятельство, добавив к l_0 случайную величину dl_0 , так что реальная урожайность будет равна $l = l_0 + dl_0$. Урожай следующего года будет равен lM ; из этого количества нужно вычесть налоги, которые составляют $1/30$ урожая и 120 монет с каждого взрослого (23 монеты с подростка). В среднем каждый китаец платил 60 монет; в урожайные годы цена 1 ху (20 литров = 16 кг) зерна составляла 20 монет, стало быть, 60 монет эквивалентны 48 кг зерна. Таким образом, на уплату налогов требуется количество зерна, равное $H = lM/30 + 0.048Y(t)$.

С учетом переходящих запасов количество зерна после сбора урожая будет равно

$$X(t+1) = lM - H + X(t) - W_1.$$

Теперь остается определить численность населения $Y(t+1)$. В классической логистической модели Р. Пирла

$$Y(t+1) = \frac{rY(t)}{1 + (r-1)\frac{Y(t)}{K}} \quad (4)$$

где r - коэффициент естественного прироста в благоприятных условиях, а K - емкость экологической ниши, т. е. максимально возможная численность населения при имеющихся продовольственных ресурсах. В нашем случае

которой член $\frac{Y(t)}{K}$ заменяется на $\left(\frac{Y(t)}{K}\right)^n$, где n - показатель компенсации,

введенный Мэйнардом Смитом и Сладкином. Введение этого показателя объясняется тем, что в человеческом обществе голод приводит не только к высокой смертности, но также к восстаниям и войнам, резко увеличивающим коэффициент смертности.

Рассмотрим теперь случай, когда крестьяне испытывают недостаток зерна, т.е. $X(t) < W$. В таком случае, потребляя зерно по «голодной норме» p_o , крестьяне к весне будут испытывать недостаток посевного зерна. Они продают часть земли так, чтобы восполнить посевной фонд - или берут в долг, что, в конечном счете, приводит к продаже. В некоторых случаях помещики, имея ограниченный запас зерна, не могут купить все предложенные к продаже крестьянские земли - тогда крестьяне уменьшают фонд потребления P_1 так, что $M + P_1 = X(t)$. В этом случае $u < p_o$ и душевое потребление равно $p(u) = P_1 / Y(t)$. Если голод достигает больших размеров и грозит гибелью значительной части населения, то власти (если у них есть зерно) выдают голодающим пособия, доводя, таким образом, потребление до некоторой величины p_{oo} .

По мере того, как крестьяне продают свои земли, постепенно развивается помещичье землевладение, а площадь крестьянских земель уменьшается. Помещики приглашают на свои земли арендаторов, которые отдают им половину урожая, следовательно, на одного арендатора приходится вдвое большая площадь, чем на крестьянина - примерно 1,3 га. Если в текущем году крестьяне продали наделы площадью D_o , то на этих землях можно разместить $N_o = D_o / 1.3$ арендаторов и крестьянское население уменьшается на величину N_o .

Рассмотрим теперь динамику численности арендаторов. Обозначим S_o площадь земель, на которых хозяйствуют арендаторы, $Y_o(t)$ - численность арендаторов в году t , и $X_o(t)$ - имеющиеся у них запасы хлеба, за вычетом налогов и посевного фонда. Масса высеваемого арендаторами зерна равна $M_o = qS_o$, а минимальное совокупное потребление $P_{oo} = p_o Y_o(t)$. Если $X_o(t) > P_{oo}$ то арендаторы имеют излишки зерна, и в этом случае душевое потребление арендаторов (p_{oo}) рассчитываются так же, как для крестьян. Реальные расходы на по-

требление составят $P_a = p_{ua} Y_a(t)$, так что ко времени сбора следующего урожая у арендаторов останутся запасы, равные $X_a(t) - P_a$. Урожай следующего года будет равен IM_a , а налоги - $H_a = IM_a/30 + 0.048 Y_a(t)$. Поскольку арендатору за вычетом налогов и посевного фонда причитается лишь половина урожая, то запасы зерна после сбора урожая будут равны $X_a(t+1) = (IM_a - H_a)/2 + X_a(t) - P_a$. Емкость экологической ниши для арендаторов определяется по формуле $K = P_a/p_o$, а численность - так же, как для крестьян. К расчетной численности каждый год добавляется величина N_a - число крестьян, ставших новыми арендаторами. Этим новым арендаторам помещики выделяют наделы в среднем 1,3 га на человека, а также ссужают зерно, необходимое для посева и годовую норму потребления - в среднем 250 кг на одного человека.

Помещики заинтересованы в поддержании своих арендаторов, поэтому в годы большого голода они выдают им зерновые ссуды, с тем, чтобы довести потребление до минимума p_{a1} . В благоприятные годы крестьяне возвращают свой долг.

Помещики расходуют свои зерновые ресурсы не только в ростовщических или потребительских целях, но и на приобретение ремесленных изделий и на содержание слуг. Пусть численность ремесленников в год t составляет $Y_r(t)$ и у них имеются запасы хлеба $X_r(t)$. Минимальное совокупное потребление составит $P_{r0} = p_o Y_r(t)$. Если $X_r(t) > P_{r0}$, то ремесленники имеют излишки зерна, и в этом случае их душевое потребление (p_{ur}) рассчитывается так же, как для крестьян. Реальные расходы на потребление составят $P_r = p_{ur} Y_r(t)$, так что ко времени сбора следующего урожая у ремесленников останутся запасы, равные $X_r(t) - P_r$. Налоги составляют $H_r = 0.48 Y_r(t)$. Если положить, что на долю ремесленников приходится k_r % зерна, причитающегося помещикам, то запасы следующего года составят $X_r(t+1) = k_r(IM_a - H_a)/2 - H_r + X_r(t) - P_r$. Емкость экологической ниши для ремесленников определяется по формуле $K = P_r/p_o$, а численность - так же, как для крестьян.

В годы голода ремесленники берут зерно в долг у помещиков, стараясь увеличить потребление хотя бы до величины голодного минимума p_{r1} . В благоприятные годы они возвращают свой долг вместе с процентами.

В годы голода, когда крестьяне продают землю, часть из них пытается заняться ремеслом: одни уходят в города, другие занимаются ремеслом как подсобным промыслом. Для расчетов удобнее разделять ремесленников и крестьян; к примеру, мы считаем, что четверо крестьян, получающих четвертую часть дохода от ремесла, эквивалентны трем крестьянам и одному ремесленнику. Крестьяне в основном живут натуральным хозяйством, и ремесленники продают свои товары тем, у кого есть избыток зерна - преимущественно помещикам. Количество вновь открывающихся «вакансий» ремесленников и слуг ограничено приростом дохода помещиков от эксплуатации размещенных в прошлом году арендаторов; если D_a - земли новых арендаторов, а H_{aa} - уплачиваемые ими налоги, то доход помещика с них составит

$$G = (0.65(1 - 1) D_a - H_{aa})/2.$$

Из этого дохода ремесленникам может поступить $k, \%$, и при норме потребления p_0 численность новых ремесленников и слуг может составить $k, G/p_0$. Оставшуюся часть дохода помещики используют на потребление и накопление запасов; мы будем считать, что доли, используемые на потребление и накопление, равны. Государство также производит накопление запасов; в соответствии с рекомендацией трактата «Гуань-цзы» в государственные амбары откладывается половина зерна, получаемого государством в качестве поземельного налога.

Математические модели обычно содержат некоторые неопределенные параметры, которые подбираются путем численного эксперимента. В нашем случае наиболее важен параметр n - коэффициент компенсации, описывающий, в частности, смертность населения при падении потребления $p(u)$ ниже «голодной нормы» p_0 . Если рассматривать традиционную логистическую модель ($n=1$), то при сокращении «голодной нормы» наполовину численность населения убывает лишь на 3%. Это явно нереально, так же, как варианты $n=2$ и $n=3$, поэтому мы будем рассматривать случаи $n=4-6$.

Каковы же результаты расчетов по описанной модели? Рассмотрим графики, изображенные на рис.2. (для этого графика $n=6, r=1,03$) Присутствие случайных колебаний урожайности обуславливает «вибрирующий» характер кривых и при различных прогонах программы результаты могут меняться в пределах нескольких процентов. Примерно до 100 года колебания урожайности не влияют на численность населения; как показывают расчеты, в этот период у крестьян имеются многолетние запасы зерна, и неурожай не приводит к голоду, кривая роста численности населения «заглажена» и устойчива. Как можно заключить из графика, расчетная численность населения хорошо согласуется с данными переписей. Согласуются и общие тенденции. В 57-85 годах крестьяне интенсивно распахивали землю, и у них скопились большие запасы зерна (см. рис. 2). Потребление в этот период было высоким и численность населения быстро увеличивалась. После 85 года с постепенным исчерпанием резервов свободных земель внутренняя колонизация замедлилась, а население продолжало расти, так что потребление стало превышать размеры урожая и запасы стали сокращаться. В 102 году запасы исчерпались и начался голод. В условиях голода крестьяне стали продавать землю, это позволило многим из них избежать голодной смерти, однако численность населения заметно снизилась. К этому времени источники относят первую волну крестьянских восстаний.

В исторических источниках приводятся данные переписей населения до 157 года: после этого времени разложение государственного аппарата достигло такой степени, что переписи перестали проводиться. Что могут сказать расчеты об этом периоде?

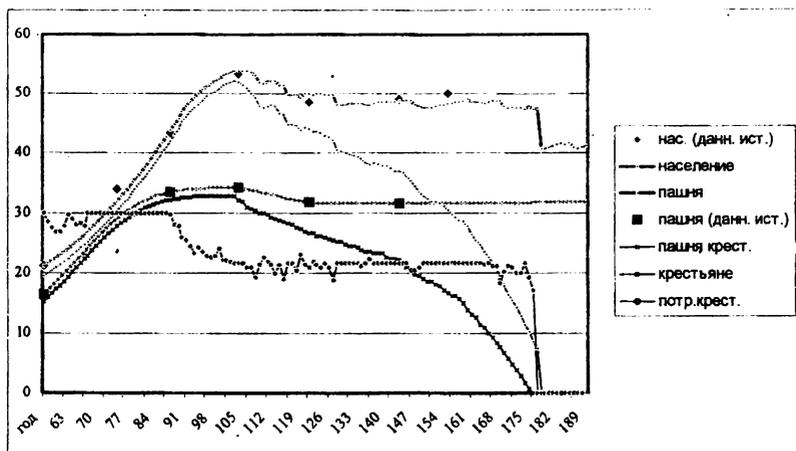


Рис. 2 Численность населения (млн. чел.), пашня (млн. га), и потребление крестьян по расчетным данным.

Мы видим, что процесс разорения крестьянства заканчивается *демографической катастрофой*, резким сокращением численности населения в 180-х годах – и действительно, в это время произошло восстание «желтых повязок», а затем начались долгие междоусобные войны. Расчеты выявляют механизм этой демографической катастрофы. В период 102-160 годов происходил процесс разорения крестьянства, крестьяне жили в условиях постоянного голода, и, чтобы избежать голодной смерти, продавали свои земли. Однако по мере того, как крестьяне продавали землю, росла диспропорция между их численностью и площадью крестьянских земель – катастрофически нарастало малоземелье (см. рис. 2). В конце концов земли осталось так мало, что ее продажа не могла спасти крестьян – начался страшный голод, сопровождаемый эпидемиями и приведший к восстаниям. Следует особо отметить, что голод происходил в годы стабильных урожаев и поразил лишь крестьян-собственников, составлявших к тому времени меньшую часть населения – однако восстания и войны вовлекли в свою орбиту все население и их последствия имели катастрофический характер.

Конечно, расчеты по математической модели зависят от некоторых параметров, которые в действительности неизвестны и подбираются эмпирически. Можно менять эти параметры – тогда изменится время и масштабы катастрофы, но суть явления остается неизменной: катастрофа все равно происходит. Более того, в некоторых случаях она может быть гораздо более грозной, чем показывают приведенные графики. Можно увеличить разброс урожайности – тогда кривая численности населения начнет «вибрировать» сильнее и могут появиться другие катастрофы, связанные с неурожаями и стихийными бедствиями. Как бы то ни было, напрашивается вывод о нестабильнос-

ти традиционного крестьянского общества в эпоху до промышленной революции. Цикл эпохи Хань был лишь одним из многих демографических циклов в истории Китая – и естественный ход событий *всегда* приводил к разорению крестьянства, восстаниям и демографическим катастрофам.

Разумеется, законы экологии и математики действовали не только на территории Китая – им был подвластен весь мир, и он остается в их власти до сих пор. Конечно, в наше время развитие общества описывается более сложными уравнениями, но мы не должны отбрасывать опыт прошлого и делать вид, что история нас не касается.

«Прошлое – учитель дел будущего», - писал министр императора У-ди, великий историк Сыма Цянь.