

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ «УМНОГО ТЕРМОСТАТА»

Сидоров Дмитрий Олегович, магистрант
Сидоров Олег Юрьевич, д-р техн. наук, проф.
E-mail: sidorov-ou-62@yandex.ru

НТИ (филиал) УрФУ
г. Нижний Тагил, РФ

Аннотация. Концепция «умного дома» занимает значимую часть обеспечения комфортного существования человека в личном и общественном пространстве. Для этого необходимо наличие высокотехнологичного оборудования с надежными инженерными и информационными технологиями, обеспечивающими контроль и управление всеми системами «умного дома». Важное место в этих системах занимает система энергообеспечения и энергосбережения «умного дома», в частности, контроль температуры в жилом или производственном пространстве. Контроль и управление температурным режимом в помещении можно осуществить только при наличии комплекса надежного программного обеспечения с выверенной на практике математической моделью. Этот комплекс должен отражать характерные черты моделируемой системы; работать в режиме реального времени; уметь подстраиваться под меняющиеся условия теплообмена. В работе предлагается математическая модель управления и контроля температурным режимом в помещении. Модель включает две составляющие: уравнение теплообмена среды внутри помещения и ПИД-регулятор. Построенная математическая модель «умного термостата» допускает аналитическое и численное решения. Аналитическое решение получено с помощью преобразования Лапласа с использованием среды вычислений *Mathcad*. Полученное решение правильно «отрабатывает» изменяющиеся условия теплообмена и возможно для практического применения при реализации «умного термостата».

Ключевые слова. Математическое моделирование, умный термостат, аналитическое решение, ПИД-регулирование.

Введение

Концепция «умного дома» занимает значимую часть обеспечения комфортного существования человека в личном и общественном пространстве [1, 2]. Для этого необходимо наличие высокотехнологичного оборудования с надежными инженерными и информационными технологиями, обеспечивающими контроль и управление всеми системами «умного дома» [2, 3]. Важное место в этих системах занимает система энергообеспечения и энергосбережения «умного дома», в частности, контроль температуры в жилом или производственном пространстве. Контроль и управление температурным режимом в помещении можно осуществить только при наличии комплекса надежного программного обеспечения с выверенной на практике математической моделью. Этот комплекс должен отражать характерные черты моделируемой системы; работать в режиме реального времени; уметь подстраиваться под меняющиеся условия теплообмена [4].

В работе предлагается математическая модель управления и контроля температурным режимом в помещении, допускающая аналитическое решение задачи. Модель включает две составляющих: уравнение теплообмена среды внутри помещения и ПИД-регулятор. Источники энергии рассматриваются через тепловую мощность, которая затрачивается для увеличения или уменьшения температуры внутри помещения.

Математическая модель

Изменение температуры внутри термостата может быть представлена следующим уравнением теплового баланса

$$\rho V c_p \frac{dT}{dt} = F \cdot C_p (T_0 - T) + \alpha \cdot S \cdot (T_0 - T) + Q \quad (1)$$

В уравнении (1) приняты обозначения: ρ – плотность; V – объем; C_p – изобарная массовая теплоемкость; F – массовая подача вещества с температурой T_0 (в случае жилого помещения – это вентиляция); α – коэффициент теплоотдачи; S – площадь внутренней поверхности помещения (термостата).

В уравнении (1) слагаемое в левой части описывает изменение теплосодержания вещества (воздуха) внутри термостата.

Первое слагаемое в правой части уравнения (1) характеризует изменение теплосодержания за счет поступления вещества с температурой T_0 (температура окружающей среды). Второе слагаемое в правой части характеризует теплообмен с окружающей средой (с температурой T_0) через стены помещения. Третье слагаемое в правой части (Q) – источники (стоки) тепла за счет нагревательных (охлаждающих) приборов.

Для регулирования температуры внутри термостата применим ПИД-регулятор с регулируемым параметром Q . Тогда уравнение ПИД-регулятора в дифференциальной форме можно записать в виде

$$\frac{dQ}{dt} = K_P \frac{d\varepsilon}{dt} + K_I \varepsilon + K_D \frac{d^2\varepsilon}{dt^2},$$

где $\varepsilon = T_z - T$ – отклонение текущей температуры T от заданного значения T_z ; K_P , K_I , K_D – параметры ПИД-регулятора.

С учетом расшивки ε последнее уравнение приобретает вид

$$\frac{dQ}{dt} = -K_P \frac{dT}{dt} + K_I(T_z - T) - K_D \frac{d^2T}{dt^2}. \quad (2)$$

Совместное решение уравнений (1) и (2) можно провести как аналитическими, так и числительными методами. Для получения аналитического решения применим преобразование Лапласа. Тогда получим следующую систему уравнений:

$$\rho V C_p p \cdot T(p) = F c_p \left(\frac{T_0}{p} - T(p) \right) + \alpha S \left(\frac{T_0}{p} - T(p) \right) + Q(p), \quad (3)$$

$$pQ(p) = -K_P p T(p) + K_I \left(\frac{T_z}{p} - T(p) \right) - K_D p^2 T(p). \quad (4)$$

Здесь $T(p)$ и $Q(p)$ – изображения функций $T(t)$ и $Q(t)$.

Совместное решение уравнений (3)–(4) имеет вид

$$T(p) = \frac{p \cdot T_0(a+b) + K_I C T_z}{p^3(1+K_D C) + p^2(a+b+K_P C) + p K_I C}.$$

$$Q(p) = \frac{(p T_0(a+b) + K_I C T_z)(-K_D p^2 - K_P p - K_I)}{(p^3(1+K_D C) + p^2(a+b+K_P C) + p K_I C)p} + \frac{K_I T_z}{p^2}.$$

Здесь использованы обозначения $a = \frac{F}{\rho V}$; $b = \frac{\alpha S}{\rho V C_p}$; $c = \frac{1}{\rho V C_p}$.

Расчет оригиналов $T(t)$ и $Q(t)$ было проведено с помощью обратного преобразования Лапласа с использованием *Mathcad*.

Результаты

Вычисления проведены в двух подходах: аналитически с использованием преобразования Лапласа и численным интегрированием системы дифференциальных уравнений (1) и (2) в среде *Mathcad*. Результаты вычислений температуры и мощности источников тепла, полученные аналитически и численно, практически совпадают между собой. При практическом использовании преимущество принадлежит аналитической модели, которая обеспечивает предельную точность и скорость вычислений температуры и мощности.

Отдельной задачей является определение параметров модели: величин f/V и αS . Программное обеспечение «умного термостата» (ПОУТ) должно определять эти характеристики в процессе функционирования. При этом способность работы ПОУТ должна сохраняться при любых наблюдаемых в реальности температурных режимах. То есть для любых значений f/V и αS ПОУТ должно обеспечивать получение заданной температуры в помещении.

На рис. 1 показаны результаты вычислений $T(t)$ и $Q(t)$ для трех наборов f/V и αS при единичных параметрах ПИД-регулятора. Увеличение f/V характеризует увеличение проветривания помещения (и наоборот). Увеличение αS соответствует ухудшению теплоизоляции (и наоборот). В обоих случаях предложенная в работе математическая модель правильно «отрабатывает» изменяющиеся условия теплообмена – увеличивается время нагрева (регулирования) среды (в 2 и более раза) вследствие увеличения потерь тепла. Если рассмотреть задачу с требованием уменьшения времени регулирования, то необходимо изменять параметры ПИД-регулятора (что является отдельной важной задачей) с увеличением потенциала мощности источников тепла.

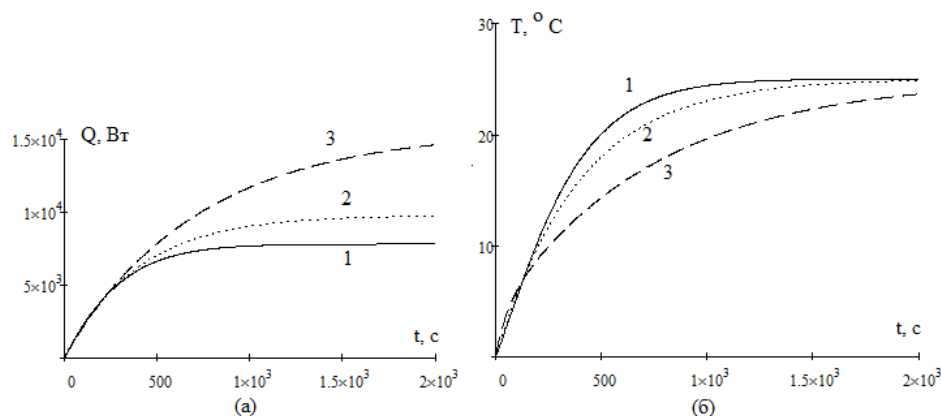


Рис. 1. Результаты вычислений $Q(t)$ (а) и $T(t)$ (б) для трех наборов f/V и $\alpha S/\rho V c_p$:
1 – $f/V = 0,01$ и $\alpha S = 1$; 2 – $f/V = 0,01$ и $\alpha S = 100$; 3 – $f/V = 0,02$ и $\alpha S = 1$

Выводы

1. Построена математическая модель «умного термостата», допускающая аналитическое решение.
2. Полученное решение правильно «отрабатывает» изменяющиеся условия теплообмена и возможно для практического применения.

Библиографический список

1. Ворожеева, Е. Ю. Некоторые характеристики умного дома / Е. Ю. Ворожеева // Современные материалы, техника и технология. Сборник научных статей 9-й международной научно-практической конференции. – В 2-х т. Т. 1. – Издательство: Юго-западный государственный университет (Курск) Курск, 28 декабря 2019 г. – С. 102–105.
2. Аль-Нами, Б. А. Применение микроконтроллеров для управления системами «умный дом» / Б. А. Аль-Нами, А. А. Медунов // Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании (Апино 2023). Сборник научных статей XII международной научно-технической и научно-методической конференции. – В 4-х т. Т. 2. – Изд-во: Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича (Санкт-Петербург) Санкт-Петербург, 28 февраля – 01 марта 2023 г. – С. 177–180.
3. Карницкий, В. Ю. Особенности энергообеспечения системы «умный дом» / В. Ю. Карницкий, С. В. Ершов, А. Ю. Рюмов // Известия тульского государственного университета. Технические науки. – № 12-1. – 2017. – С. 134–140.
4. Muhutdinov, R. M. Temperature forecast algorithm for smart thermostat based on artificial neural network / R. M. Muhutdinov, S. I. Korolev, V. Goman, O. Y. Sidorov // AIP conference proceedings. 16. ser. «Proceedings of the 16th international conference on industrial manufacturing and metallurgy, ICIMM 2021». – Vol. 2456. – 2022. – P. 030011.