Ural Radio Engineering Journal. 2024;8(2):181–197 ISSN 2588-0454

Оригинальная статья / Original Article

DOI 10.15826/urej.2024.8.2.002
УДК 621.391

Анализ арифметического модулярного кода применительно для передачи данных в спутниковой навигационной системе ГЛОНАСС

И. С. Гогадзе ✉
Научно-исследовательский институт радиотехнических систем Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники, 634045, Российская Федерация, г. Томск, ул. Вершинина, 72
✉ Ilya.Gogadze@yandex.ru

Аннотация. В статье исследуется эффективность модулярного кодирования для передачи информационного сообщения в условиях низкого отношения энергии бита к шуму. Анализ проводился в рамках проекта по совершенствованию действующей системы ГЛОНАСС и включал в себя сравнение с усеченным кодом Хэмминга (85,77). В ходе анализа были рассчитаны минимальные арифметические операции, необходимые для кодирования обоих кодов, и оценена помехоустойчивость модульного кодирования. При сравнении требуемых для кодирования арифметических операций модулярный код имеет преимущество только в тех случаях, когда числовая информация сопоставима с основаниями системы. Кроме того, его помехоустойчивость уступает коду Хэмминга при передаче того же количества информационных битов. Однако при уменьшении оснований системы модульный код все же будет иметь большее преимущество. Также следует отметить, что система обладает такими свойствами, как возможность параллельной обработки закодированной информации и гибкие методы декодирования информации.

Ключевые слова: система остаточных классов, модулярный код, помехоустойчивость, ГЛОНАСС, вероятность битовой ошибки

Для цитирования: Гогадзе И. С. Анализ арифметического модулярного кода применительно для передачи данных в спутниковой навигационной системе ГЛОНАСС. *Ural Radio Engineering Journal.* 2024;8(2):181–197. DOI: 10.15826/urej.2024.8.2.002.

ISSN 2588-0454 Ural Radio Engineering Journal. 2024;8(2):181–197

Analysis of Arithmetic Modular Code Applied to Data Transmission in the GLONASS Satellite Navigation System

I. S. Gogadze ✉
Research Institute of Radio Engineering Systems,
Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics,
72 Vershinina Str. Tomsk, 634045, Russian Federation
✉ Ilya.Gogadze@yandex.ru

Abstract. The paper explores the effectiveness of modular coding for transmitting information message under low bit energy/noise ratio conditions. The analysis was conducted as part of the project aimed at enhancing the current GLONASS system and involved comparing it with the truncated Hamming code (85,77). During the analysis, we have calculated the minimum arithmetic operations needed to encode both codes and assessed the noise immunity of modular coding. When comparing the required arithmetic operations for coding, modular code only holds an advantage in cases where the numerical information is comparable to the bases of the system. Additionally, its noise immunity is inferior when transmitting the same amount of information bits as in the Hamming code. However, when reducing the bases of the system, modular code prevails. Additionally, it is worth noting that the system possesses certain features, such as the ability to process the coded information in parallel and flexible methods of decoding the information.

Keywords: residual number system, modular code, GLONASS, bit error rate, noise immunity

For citation: Gogadze. I. S. Analysis of arithmetic modular code applied to data transmission in the GLONASS satellite navigation system. *Ural Radio Engineering Journal*. 2024;8(2):181–197 (In Russ.) DOI: 10.15826/urej.2024.8.2.002

Введение

Навигационная спутниковая система ГЛОНАСС работает в условиях малого отношения сигнал/шум из-за значительной удаленности приемника и передатчика, а также ограниченной мощности передающего устройства спутника, что в свою очередь вызывает большое количество ошибок при демодуляции принятых сигналов. На данный момент в навигационной системе ГЛОНАСС используется помехоустойчивый усеченный код Хэмминга (85,77), который обеспечивает обнаружение до трех

ошибок и исправление одной ошибки в информационной строке [1]. В то же время данный код не обладает помехоустойчивостью к групповым и множественным ошибкам.

В связи с этим в рамках научно-исследовательской работы НИИ РТС ТУСУР по усовершенствованию систем ГЛОНАСС необходимо было провести анализ имеющихся помехоустойчивых кодов, способных корректировать групповые ошибки и ошибки более высокой кратности. Автором был выбран модулярный код из-за его универсальных свойств: так, помимо помехоустойчивости, данный код может дополнительно использоваться как стеганографическая система [2] для повышения защиты санкционированных сигналов; обладание свойствами арифметичности, позволяет более гибко использовать память устройства, что повышает эффективное использование канала связи [3]; совместная независимость символов модулярного кода позволяет реализовать параллельное вычисление базовых арифметических операций [4], что позволяет ускорить алгоритмы кодирования и декодирования информации; за счет перевода информационного сообщения в систему остаточных классов, в одном модулярном символе кодируется несколько информационных бит и при возникновении групповой битовой ошибки в одном символе, данный код позволяет устранять такой тип ошибок как единичную, что и будет показано в данной работе.

В рамках выполнения НИР необходимо было рассмотреть и проанализировать часть атрибутивных свойств модулярного кодирования, такие как:

- способ кодирования и декодирования информационного сообщения с помощью модулярного кода;
- сравнение количества необходимых операций для кодирования и декодирования, имеющегося и предлагаемого способа кодирования;
- построение модели блоков кодирования и декодирования модулярным кодом для анализа помехоустойчивости применительно для передачи данных в спутниковой навигационной системе ГЛОНАСС.

Кодирование и декодирование информации в системе остаточных классов

Кодирование в системе остаточных классов производится за счет взятия остатков от деления целого положительного числа на взаимно простые числа p_1, p_2, p_3…, p_n. Данные простые числа являются основаниями модулярного кода в системе остаточных классов и образуют диапазон предста-

вимых чисел, в котором происходит корректная работа кода, что равняется произведению всех оснований кода:

$$P = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \ldots \cdot p_n. \quad (1)$$

Само же информационное сообщение представляется набором остатков от деления и обозначается следующем образом:

$$A = \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots \alpha_n, \quad (2)$$

где $\alpha_i = A \bmod p_i = A\%p_i = |A|_{p_i}$ — остаток от деления на выбранное основание системы.

Для вычисления остатков по модулю из двоичной записи чисел, предлагается метод деления без восстановления остатка. Получив последний частичный остаток, можно определить остаток оставшегося деления, тем самым предотвратив ошибки вычислений с плавающей точкой при работе со значениями высокого порядка.

Декодирование информационного сообщения из модулярной системы осуществляется с помощью китайской теоремы об остатках, согласно которой при соответствующем вычисление базисов каждое число в динамическом диапазоне будет иметь уникальное представление в модулярной системе, и по такому представлению можно определить представленное число.

Альтернативный способ изложения того же результата в формульном виде, состоит в следующем:

$$A = \left| \sum_{i=1}^{N} B_i \cdot \alpha_i \right|_P, \quad (3)$$

где B_i — это ортогональный базис модулярной системы, определяемый один раз вместе с основаниями системы и необходимый при декодировании информационного сообщения [5].

Расчет ортогональных базисов производится следующим образом:

$$B_i = \frac{m_i \cdot P}{p_i} \equiv 1 \bmod p_i, \quad (4)$$

где m_i — обратно мультипликативный элемент в кольце по модулю [6].

Далее на рис. 1 представлена структурная схема модулярного декодера, построенного на основе китайской теоремы об остатках.

Помимо китайской теоремы об остатках, существуют и другие методы декодирования информационного сообщения из системы остаточных классов. Например, преобразование на базе полиадического кода, Core функ-

ции и обратные преобразователи модульных множеств [5], что позволяет использовать модулярные коды для разных задач.

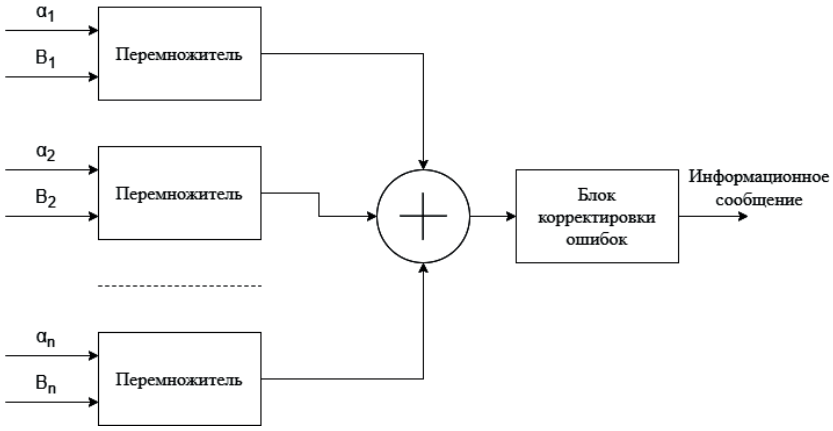

Рис. 1. Структурная схема декодера, построенного на основе китайской теоремы об остатках

Fig. 1. Structure of the decoder based on the Chinese Residual Theorem

Одним из важных пунктов в кодировании информации является количество операций, совершаемых при кодировании и декодировании информации.

Далее в статье производится сравнение двух методов кодирования на количество необходимых арифметических операций для построения кодера и декодера.

Количество необходимых операций для кодирования и декодирования для двух различных методов кодирования

Код Хэмминга

Построение кодов Хэмминга основано на принципе проверки числа единичных символов на четность. При построении проверочных символов информационные символы группируются по следующей закономерности: проверочный бит с номером N образуется от последующих N бит через каждые N бит, начиная с позиции N. После формирования групп информационных бит, расчет проверочных бит производится по формуле $r_i = i_1 \oplus i_2 \oplus \ldots \oplus i_k$, как пример построения кодера изображен на рис. 2 [7].

В данной схеме сумматор по модулю 2 представляет собой булеву функцию «Исключающее «ИЛИ», в которой результат операции истинен тогда

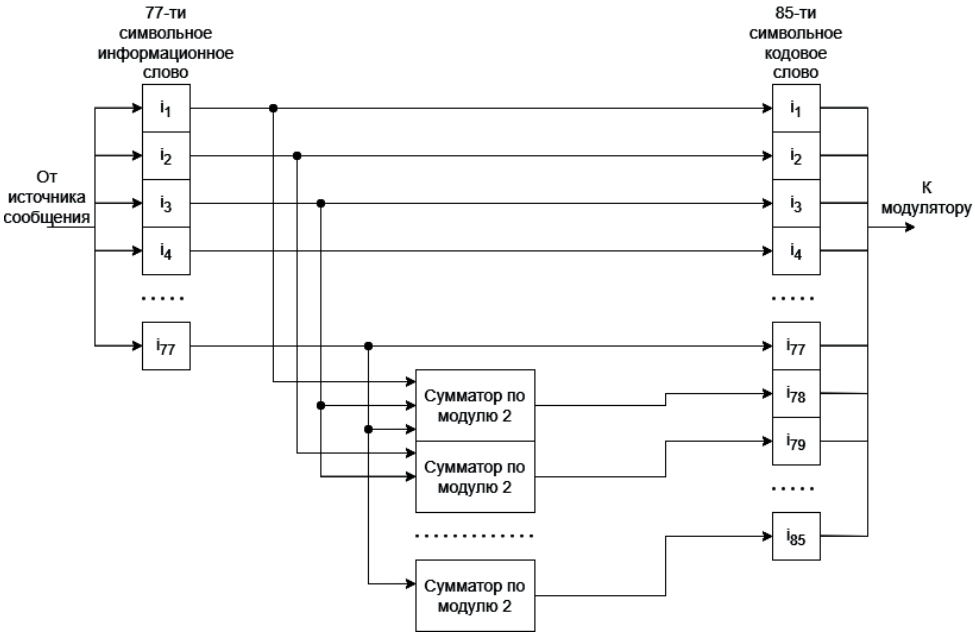

Рис. 2. Схема кодера кода Хэмминга
Fig. 2. Coder scheme of the Hamming code

и только тогда, когда один из аргументов истинен, а другой — ложен. Чтобы закодировать всю информационную строку в кадре ГЛОНАСС с помощью кода Хэмминга, необходимо выполнить восемь суммирований по модулю 2. При упрощении до двоичных операций получается 40 операций (16 конъюнкций, 8 дизъюнкций и 16 унарных операций) для кодирования одной строки.

Алгоритм декодирования сообщений аналогичен алгоритму кодирования, за исключением необходимости использования цифрового корректора ошибок и добавления сумматоров для каждого информационного символа. Для навигационной строки ГЛОНАСС, состоящей из 77 информационных бит, алгоритм содержит 40 операции, как и при кодировании, и 77 дизъюнкций для каждого символа, что в сумме дает 117 операций, помимо цифрового корректора ошибок.

На рис. 3 в качестве примера показана схема декодера классического кода Хэмминга (7,4).

Итого для кодирования и декодирования информационной строки кодом Хэмминга (85,77) потребуется 157 операций, выполненных в булевой алгебре.

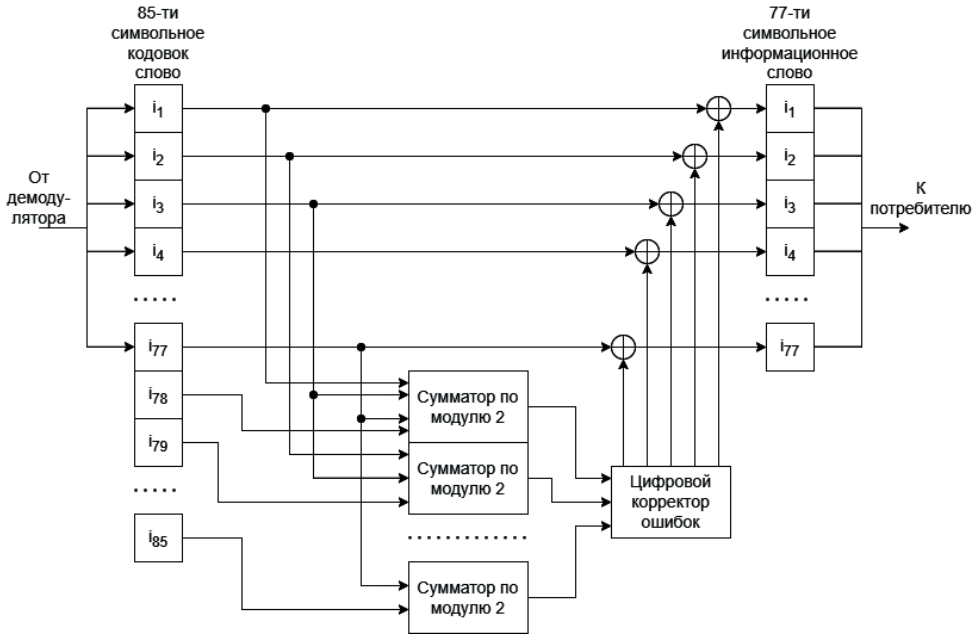

Рис. 3. Схема декодера кода Хэмминга

Fig. 3. Schematic of the Hamming code decoder

Модулярный турбокод

Для получения остатков в двоичном виде можно использовать метод деления без восстановления остатка. Построение схем для выполнения операций деления машинным алгоритмом определяется следующими шагами:

- запись делимого и делителя в *n*-разрядные регистры;
- предварительный сдвиг делителя на *k* разрядов;
- образование делителя в виде дополнительного кода (инвертирования каждого разряда с последующим сложением с единицей);
- сложение делимого и дополнительного кода;
- запись в регистр результата «0» если остаток отрицательный и «1» в противном случае;
- сдвиг частичного остатка на один разряд влево;
- суммирование частичного остатка и делителя если остаток отрицательный либо вычитания делителя в противном случае;
- запись, сдвиг и суммирования повторяется *k* раз [8].

Определение остатка от деления производится после анализа знака последнего частичного остатка, поэтому при единице остаток определяется суммой делителя и последнего частичного остатка со сдвигом

разрядов k раз, в противном случае необходимо просто произвести сдвиг разрядов k раз.

Декодирование модулярного турбо кода происходит на основе китайской теоремы об остатках, в которой по описанным ортогональным базисам восстанавливается исходное информационной сообщение из остатков от деления, для восстановления же потребуется только информационные символы и базисы системы.

Количество необходимых операций для кодирования и декодирования информации сильно зависит как от самой информации в двоичной форме записи, так и от способа расчета деления чисел. Например, для пятибитовых значений 01010 и 11010, количество операций для кода Хэмминга не будет отличаться, потому как данный код работает с разрядами и значениями в них. Для модулярного кода данные значения являются числами 10 и 26, и при кодировании на основание 7 количество циклов при методе деления без восстановления остатка будет варьироваться от 1 до 3 соответственно. В то же время данный метод позволяет написать программное обеспечение, которое будет работать полностью в двоичной форме записи чисел без перевода значений из разных систем счисления, но при этом количество операций будет различаться от итерации к итерации. Можно использовать и другие методы деления, но это может сказаться на сложности вычислений.

При построении модулярного турбокода потребуется образование 21-го остатка, что минимально суммарно составляет 105 арифметических операций на кодирование одного двоичного сообщения и 17 операций на декодирование, за исключением сдвигов и записи разрядов в регистрах.

При использовании данного алгоритма для кодирования и декодирования модулярным турбокодом минимально потребуется 122 операции, осуществляемые параллельно.

Корректирующие способности модулярного кода

Перевод информационного сообщения в модулярную систему не позволяет обнаруживать и исправлять ошибки, возникающие при передаче сообщения по линиям связи. Для обеспечения корректирующих способностей необходимо добавить к информационным символам — проверочные, образованные от контрольных оснований модулярного кода. Благодаря этому диапазон системы расширится до полного и будет равен $P_{\text{пол}} = P \cdot p_{n+1}$.

Числа, с которыми оперирует вычислительная машина, лежат в диапазоне от 0 до P, следовательно, при появлении ошибки число будет выходить за данный диапазон. Это позволит модулярному коду с дополнительными

контрольными основаниями обнаруживать и исправлять символьные ошибки, а также любые искажения в цифрах по нескольким или даже по всем основаниям модулярной системы превращать правильное число в неправильное, следовательно, во всех этих случаях наличие искажений может быть установлено [6].

При добавление второго контрольного основания модулярный код способен корректировать однократные ошибки, возникающие при сбое в процессе вычисления или при передаче данных [9]. Для повышения корректирующих способностей в работе [10] был разработан метод формирования модулярного кода в составе турбокода, который позволяет корректировать ошибки более высокой кратности за счет добавления дополнительных проверочных символов, сформированных после перемежения информационных символов.

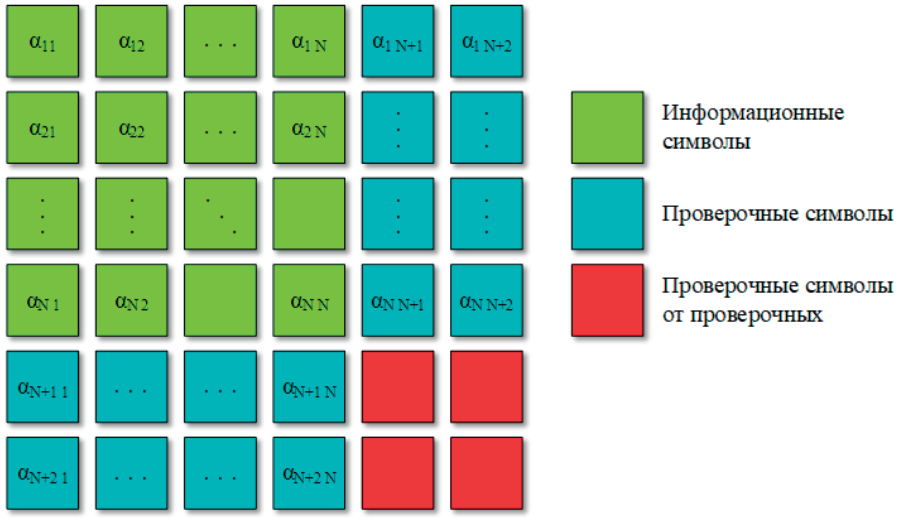

Рис. 4. Построение модулярного кода в составе турбокода

Fig. 4. Building Modular Code as Part of Turbocode

Алгоритм обнаружения и корректировки ошибок

Для обнаружения и корректировок ошибок предлагается алгоритм восстановления информации по его проекциям [11].

Поэтому числа, с которыми оперирует вычислительная машина, лежат в диапазоне от 0 до *P*, следовательно, при появлении ошибки, число *A* будет выходить за данный диапазон и для обнаружения данной ошибки можно воспользоваться проекциями данного числа.

Проекции представляют собой последовательное исключение каждого основания при декодировании информации.

$$\overline{P}_i = \frac{P_{\text{пол}}}{p_i}. \quad (5)$$

Так как в модулярном коде блоки имеют символьное представление, то при передаче такого символа по каналу связи в двоичном (битовом) виде возникающие многократные и групповые ошибки в символе имеют характер однократной ошибки в модулярном коде.

Пример

Далее для наглядности некоторые числовые значения будут представлены в десятичной и двоичной форме записи числа.

Имеется битовая информация вида $101100111_2 = 359_{10}$.

Основания модулярной системы определяется на основе (1), так чтобы диапазон работы системы покрывал информационное значение: [5, 7, 11, 13, 17] или в двоичной форме [00101, 00111, 01011, 01101, 10001] (где 5, 7, 11 информационные основания, 13, 17 контрольные основания).

Диапазон значений, который покрывает данная система $P = 5 \cdot 7 \cdot 11 = 385_{10} = 110000001_2$, и полный диапазон системы $P_{\text{пол}} = P \cdot 13 \cdot 15 = 85085_{10} = 10100110001011101_2$.

На основе (2) определяется модулярное представление информации [4, 2, 7, 8, 2] или в двоичной форме [0100, 0010, 0111, 1000, 0010].

Следовательно, при возникновении групповой ошибки до четырех бит в составе одного символа [0100, ***1101***, 0111, 1000, 0010] (искаженные биты выделены) для модулярной системы такие ошибки будут равны одиночной и для кода с двумя контрольными основаниями позволяет корректировать данный вид ошибок.

Для декодирования сообщения из модулярной системы необходимо определить базисы и проекции модулярной системы в соответствии с (4) и (5). Далее при вычислении исходного сообщения корректным значением будет то, которое удовлетворяет условие $A_i < P$.

Как видно из данных примера, при восстановлении сообщения по проекциям, основание под номером два оказалось искаженным, так как во время декодирования данное основание было исключено. В битовой форме данная ошибка имеет групповой характер, а в модулярной системе такая ошибка является одиночной до тех пор, пока групповая ошибка не выходит за символ.

Базисы	Проекции	Декодирование
$B_1 = \frac{m_1 \cdot P_{\text{пол}}}{p_1} = 51051$	$\overline{P_1} = \frac{P_{\text{пол}}}{p_1} = 17017$	$A_1 = \left\lvert \sum_{i=1}^{5} B_i \cdot \alpha_i \right\rvert_{\overline{P_1}} = 5221 > 385$
$B_2 = \frac{m_2 \cdot P_{\text{пол}}}{p_2} = 60775$	$\overline{P_2} = \frac{P_{\text{пол}}}{p_2} = 12155$	$A_2 = \left\lvert \sum_{i=1}^{5} B_i \cdot \alpha_i \right\rvert_{\overline{P_2}} = 359 < 385$
$B_3 = \frac{m_3 \cdot P_{\text{пол}}}{p_3} = 46410$	$\overline{P_3} = \frac{P_{\text{пол}}}{p_3} = 7735$	$A_3 = \left\lvert \sum_{i=1}^{5} B_i \cdot \alpha_i \right\rvert_{\overline{P_3}} = 3674 > 385$
$B_4 = \frac{m_4 \cdot P_{\text{пол}}}{p_4} = 71995$	$\overline{P_4} = \frac{P_{\text{пол}}}{p_4} = 6545$	$A_4 = \left\lvert \sum_{i=1}^{5} B_i \cdot \alpha_i \right\rvert_{\overline{P_4}} = 1294 > 385$
$B_5 = \frac{m_5 \cdot P_{\text{пол}}}{p_5} = 25025$	$\overline{P_5} = \frac{P_{\text{пол}}}{p_5} = 5005$	$A_5 = \left\lvert \sum_{i=1}^{5} B_i \cdot \alpha_i \right\rvert_{\overline{P_5}} = 3219 > 385$

Вероятность битовой ошибки при передаче данных по каналу связи

Кодирование информационного сообщения осуществлялось в модулярной системе с информационными основаниями (401, 409, 419), рабочий диапазон значений которых составляет 27 бит. Дополнительно были включены контрольные основания (421, 431) для коррекции ошибок, что позволило увеличить полный диапазон значений до 44 бит.

При построении турбокода размерности 5x5 были закодированы три последовательности по 26 бит каждая, в результате чего общая длина информационного сообщения составила 78 бит. Декодирование осуществлялось итерационным методом по следующему сценарию:

- проверка входной последовательности на возможность восстановления информационных символов;
- в случае, если восстановление возможно, искаженные символы корректируются с помощью метода проекций, и производится перезапись турбоблока;
- если восстановление невозможно, искаженные символы игнорируются, чтобы предотвратить появление дополнительных ошибок;
- после нескольких итераций коррекции конечная кодовая последовательность декодируется и переводится в позиционную систему счисления.

Вероятность битовой ошибки рассчитывалась как отношение количества ошибочных битов к общему количеству битов для нескольких типов

фазовой манипуляции, включая BPSK, QPSK и 8-PSK. Размер выборки составлял 2 800 100 бит, а уровни отношения E_b/N_0 варьировались от –18 до 15 дБ с шагом в 1 дБ. Результаты представлены в графической форме на рис. 5, где используется логарифмическая шкала для осей абсцисс и ординат. По оси абсцисс представлено отношение E_b/N_0, а по оси ординат — вероятность битовой ошибки.

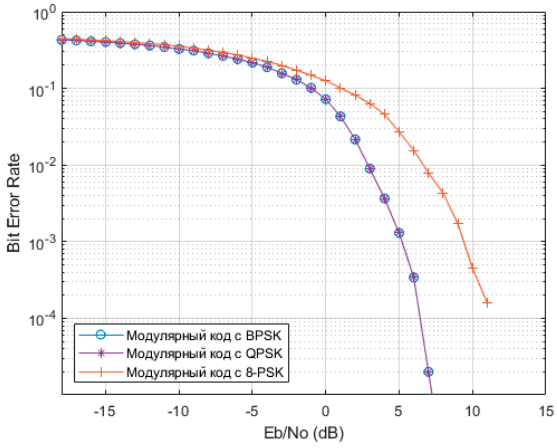

Рис. 5. Битовая вероятность ошибки модулярного кода при фазовой манипуляции

Fig. 5. Bit error rate of the modular code at phase manipulation

На рис. 5 видно, что графики битовой вероятности ошибок BPSK и QPSK одинаковы за счет использования кодировки Грэя и что после достижения определенного значения E_b/N_0 график обрывается. Это связано с тем, что при восстановлении сообщения все возникающие искаженные значения исправляются, и для оценки работоспособности модулярного кода были построены семейства графиков (рис. 6) при квадратурной фазовой модуляции. На данном рисунке изображены следующие кривые:

- искаженные общие биты — количество бит, которые после демодуляции были искажены;
- неискаженные общие биты — количество бит, которые были верно демодулированы (т. е. рассчитывалась как разность общего количества бит и количества искаженных бит);
- восстановленные общие биты — количество бит, которые были успешно восстановлены декодером;

- невосстановленные общие биты — количество бит, которые остались искаженными после декодера (основную часть которых занимают проверочные биты).

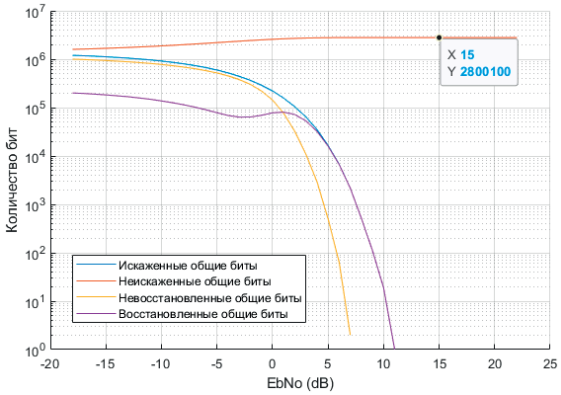

Рис. 6. Семейство кривых отображающие работоспособность модулярного кода

Fig. 6. Series of curves showing the performance of the modular code

Исходя из показателей на графике на рис. 6, можно сказать, что декодер исправляет все возникающие ошибки в диапазоне от 7 до 11 дБ. Для последующего анализа модулярного кода, уменьшим количество кодируемых бит, из-за этого основания системы в двоичном представлении также уменьшатся. Для кодирования 78 бит были необходимы основания порядка 401 (в двоичном виде 110010001, что занимает 9 бит на один символ при передаче сообщения). При дальнейшем кодировании информации в два раза меньше предыдущей, потребуются основания порядка (17, 19, 23, 29, 31), что в двоичном представлении будут занимать 5 бит на один символ при передаче сообщения и позволит закодировать 36 бит информации.

Для сравнения, в работе [12] исследовался вопрос помехоустойчивости сигналов ГЛОНАСС и GPS, при имеющихся кодах Хэмминга (для визуального сравнения добавлен на рис. 7) в системах ГЛОНАСС битовая вероятность ошибки в 10^{-3} достигается при 4,3 дБ, 10^{-4} при 5,6 дБ и для 10^{-5} при 6,5 дБ.

Битовые вероятности ошибок для модулярного кода при пороговых значениях 10^{-3}, 10^{-4} и 10^{-5} вынесены в табл. 1.

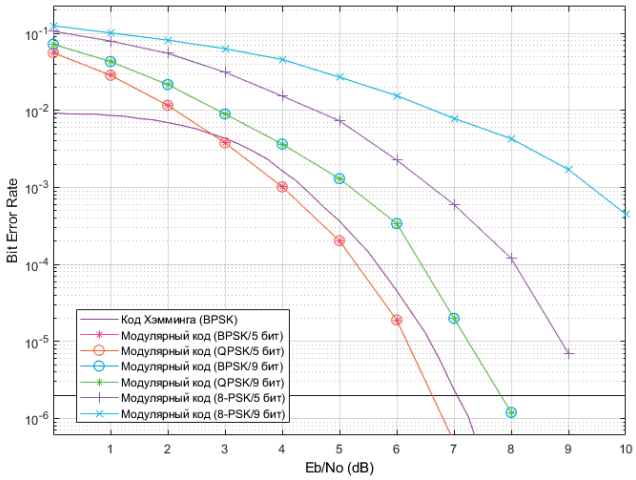

Рис. 7. График битовой вероятности ошибки при фазовой манипуляции с различными основаниями системы

Fig. 7. Bit error rate plot for phase manipulation with different system bases

Таблица 1. Битовые вероятности ошибок модулярного кода при пороговых значениях для различных M-арных фазовых манипуляциях
Table 1. Bit error rates of the modular code at thresholds for different M-ary phase manipulations

Вид кодирования	Отношение E_b/N_o (дБ) при пороговых значениях		
	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
Модулярный код с BPSK/QPSK (5 бит)	5	5,3	6,2
Модулярный код с 8-PSK (5 бит)	11,4	13	13,5
Модулярный код с BPSK/QPSK (9 бит)	5,2	6,4	7,25
Модулярный код с 8-PSK (9 бит)	14,2	15,5	17
Код Хэмминга	4,4	5,7	6,5

Заключение

По результатам анализа работоспособности модулярного кодирования можно сделать следующие выводы:

1) Построение модулярного турбокода при минимальном количестве циклов деления требует на 23 % меньше операций в сравнении с усеченным кодом Хэмминга (85,77). Однако кодирование в модулярной системе сильно зависит как от самой информации в битовой форме, так и от способа вычисления деления чисел, что может повлиять на скорость производительности всего кодера.

2) При передаче модулярных символов в двоичной записи появляется возможность корректировать множественные и групповые ошибки. Если данная ошибка не выходит за символ и в модулярной системе будет иметь одиночный характер, то это позволит исправлять такие ошибки. Иначе, если групповая ошибка, переданная по каналу связи, затронет два или более символов, то модулярная система сможет обнаружить ее только без последующей корректировки.

3) При передаче модулярных символов фазовой манипуляцией помехоустойчивость зависит от размерности самого символа. В случае кодирования 78 бит информации размерность символа составляет 9 бит, и в таком случае битовая вероятность ошибки уступает коду Хэмминга на 0,75 дБ при пороговом значении в 10^{-5} с BPSK/QPSK манипуляцией. Если же уменьшить размерность символа до 5 бит путем уменьшения кодируемой информации в два раза, то помехоустойчивость повысится и можно получить преимущество до 0,3 дБ.

Список литературы

1. Глобальная навигационная спутниковая система ГЛОНАСС. Интерфейсный контрольный документ. Навигационный радиосигнал в диапазонах L1, L2 (редакция 5.1). Москва; 2008. *Российские космические системы*. URL: https://russianspacesystems.ru/bussines/navigation/glonass/interfeysnyy-kontrolnyy-dokument/ (дата обращения: 30.05.2024).
2. Рябинин Ю. Е., Финько О. А. Устойчивая к атакам стеганографическая система в расширенном модулярном коде. *Известия ЮФУ. Технические науки.* 2014;2(151):167–174.
3. Ефременков И. Д., Калмыков И. А. Исследование корректирующих способностей помехоустойчивого кода системы остаточных классов. *Инженерный вестник Дона.* 2023;9(105):220–235.
4. Система остаточных классов. *Википедия. Свободная энциклопедия*. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Система_остаточных_классов (дата обращения: 30.05.2024).

5. Omondi A., Premkumar B. *Residue Number Systems: Theory and Implementation*. London: Imperial College Press; 2007. 296 p.
6. Акушский И. Я., Юдицкий Д. И. *Машинная арифметика в остаточных классах*. М.: Советское радио; 1968. 440 с.
7. Calculating the Hamming Code. *Florida International University*. URL: https://users.cs.fiu.edu/~downeyt/cop3402/hamming.html (дата обращения: 30.05.2024).
8. Пример деления двоичных чисел методом без восстановления остатка. *Reshinfo.com*. URL: http://reshinfo.com/primer_delenije1.php (дата обращения 30.05.2024).
9. Червяков Н. И., Коляда А. А., Ляхов П. А. *Модулярная арифметика и ее приложения в инфокоммуникационных технологиях*. М.: Физматлит; 2017. 400 с.
10. Калмыков И. А., Ефременков И. Д., Юрданов Д. В., Волошин Е. А., Проворнов И. А. Разработка алгоритма построения турбокодов на основе модулярных кодов. *Современные наукоемкие технологии*. 2019;(8):43–48.
11. Гладков А. В., Кучуков В. А., Бабенко М. Г., Черных А. Н., Бережной В. В., Дроздов А. Ю. Модификация алгоритма обнаружения и локализации ошибки в системе остаточных классов. *Труды ИСП РАН*. 2022;34(3):75–88. DOI: 10.15514/ISPRAS-2022-34(3)-6
12. Ткачев А. Б. *Помехоустойчивость многоканальной передачи информации при кодировании перспективных сигналов системы ГЛОНАСС*. Автореферат дис. … канд. техн. наук. Москва; 2012. 17 с.

References

1. Global navigation sattelite system GLONASS. Interface control document. Navigational radiosignal in bands L1, L2 (Edition 5.1). Moscow; 2008. *Rossiiskie kosmicheskie sistem*. URL: https://russianspacesystems.ru/bussines/navigation/glonass/interfeysnyy-kontrolnyy-dokument/ (accessed 30.05.2024).
2. Ryabinin Ju.E., Finko O. A. Steganographic system resistant to attack in the extende modular arithmetic *Izvestiya SFedU. Engineering Sciences*. 2014;2(151):167–174. (In Russ.)
3. Efremenkov I. D., Kalmykov I. A. Investigation of the corrective capabilities of the noise-immune code of the system of residual classes. *Inzhenernij vestnik Dona*. 2023; 9(105):220–235. (In Russ.)
4. Residue number system. *Wikipedia. The Free Encyclopedia*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Residue_number_system (accessed 30.05.2024)..
5. Omondi A., Premkumar B. *Residue Number Systems: Theory and Implementation*. London: Imperial College Press; 2007. 296 p.
6. Akushskii I.Ya., Yuditskii D.I. *Mashinnaya arifmetika v ostatochnykh klassakh* [Machine arithmetic in residue classes]. Moscow: Sovetskoe radio; 1968. 440 p. (In Russ.)

7. Calculating the Hamming Code. *Florida International University.* URL: https://users.cs.fiu.edu/~downeyt/cop3402/hamming.html (accessed 30.05.2024).
8. Primer deleniya dvoichnykh chisel metodom bez vosstanovleniya ostatka [Example of division of binary numbers by the method without restoring the remainder]. *Reshinfo.com.* URL: http://reshinfo.com/primer_delenije1.php (accessed 30.05.2024). (In Russ.)
9. Chervyakov N. I., Kolyada A. A., Lyakhov P. A. *Modulyarnaya arifmetika i ee prilozheniya v infokommunikatsionnykh tekhnologiyakh* [Modular arithmetic and its applications in info-communication technologies]. Moscow: Fizmatlit; 2017. 400 p. (In Russ.)
10. Kalmykov I. A., Efremenkov I. D., Yurdanov D. V., Voloshin E. A., Provornov I. A. The development of new principles of turbo codes on the basis of modular codes. *Sovremennye naukoemkie tekhnologii*. 2019;(8):43–48. (In Russ.)
11. Gladkov A. V., Kuchukov V. A., Babenko M. G., Chernykh A. N., Berezhnoi V. V., Drozdov A. Yu. Modification of the algorithm of error detection and localization in the system of residual classes. *Proceedings of ISP RAS.* 2022;34(3):75–88. DOI: 10.15514/ISPRAS-2022-34(3)-6 (In Russ.)
12. Tkachev A. B. *Pomehoustojchivost mnogokanalnoj peredachi informatsii pri kodirovanii perspektivnih signalov sistemi GLONASS* [Interference immunity of multichannel information transmission at coding of perspective signals of GLONASS system]. Extended Abstract of Ph.D. of Engineering Sciences (Technology). Moscow; 2012. 17 p. (In Russ.)

Информация об авторе

Гогадзе Илья Сергеевич, студент 6-го курса радиотехнического факультета, лаборант в НИИ Радиотехнических систем Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники, ilya.gogadze@yandex.ru, г. Томск.

Information about the author

Ilya Sergeyevich Gogadze, student, Radio Engineering Faculty; laboratory assistant, Research Institute of Radio Engineering Systems, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, ilya.gogadze@yandex.ru, Tomsk.

Поступила / Received: 02.02.2024
Принята в печать / Accepted: 07.05.2024