

РАСЧЕТНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В МОДЕЛИ НАСЫПНОЙ ЗАГРУЗКИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ПЕЧЕЙ

Антипин Александр Сергеевич,

аспирант, ФГАОУ ВО «УрФУ имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», Екатеринбург, e-mail: a.s_antipin@mail.ru

Фризен Василий Эдуардович,

заведующий кафедрой, доктор технических наук, ФГАОУ ВО «УрФУ имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», Екатеринбург, e-mail: vfrizen@yandex.ru

Шмаков Евгений Игоревич,

студент, ФГАОУ ВО «УрФУ имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», Екатеринбург

THE CALCULATOR EQUATIONS OF THERMAL CONDUCTIVITY IN THE MODEL OF A BULK LOAD OF A HIGH-TEMPERATURE FURNACE

Antipin Alexander Sergeevich,

Graduate student, Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education «Ural Federal University named after the First President of Russia B.N. Yeltsin»,

Ekaterinburg, e-mail: a.s_antipin@mail.ru

Frizen Vasily Eduardovich,

Department Chairman, Doctor Sc., Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education «Ural Federal University named after the First President of Russia B.N. Yeltsin»,

Ekaterinburg, e-mail: vfrizen@yandex.ru

Shmakov Eugeny Igorevich,

Student, Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education

«Ural Federal University named after the First President of Russia B.N. Yeltsin»,

Ekaterinburg

Аннотация. Для имитации тепловых процессов в электропечах довольно удобно использовать метод конечных элементов в двух- и трехмерном пространстве. Теплопроводность – это свойство сплошной среды и при моделировании несплошных сред необходимо при использовании метода конечных элементов прибегать к существенному усложнению модели, что существенно увеличивает время расчетов особенно в трехмерной постановке.

Abstract. To simulate the thermal processes in electric furnaces it is quite convenient to use the finite element method in a two- and three-dimensional setting. The thermal conductivity is a property of the continuum and in the simulation of non-continuous environs it is necessary when using the finite element method to resort to a significant complication of the model, which significantly increases the time of the calculations especially in three-dimensional statement.

Ключевые слова. Косвенный нагрев, высокотемпературная печь, ферритовый плавильный тигель, насыпная загрузка, тепловой расчет.

Key words. Indirect heating, high-temperature furnace, ferrite melting pot, bulk load, thermal calculation.

Для моделирования тепловых процессов в электрических печах достаточно удобно пользоваться методом конечных элементов в двух- и трехмерной постановке. Сплошная среда в таких моделях разбивается на относительно небольшие геометрические объекты (треугольные и прямоугольные элементы в двумерной постановке, тетраэдры – в трехмерной) с однородными свойствами в рамках элемента [1, 2].

При проведении тепловых расчетов используется уравнение вида:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C \cdot \mathbf{v} \cdot \nabla T + \nabla \cdot \mathbf{q} = Q;$$

$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T. \quad (1)$$

где ρ – плотность среды;
 C – удельная теплоемкость;
 v – скорость переноса массы;
 λ – теплопроводность среды;
 Q – объемная мощность тепловыделения в среде.

Уравнение вида (1) предполагает в стационарных расчетах использование единственного параметра среды – теплопроводности, который может быть линейным и нелинейным, одинаковым или различным в разных направлениях. Однако теплопроводность – это свойство сплошной среды и при моделировании несплошных сред необходимо при использовании метода конечных элементов прибегать к существенному усложнению модели, что существенно увеличивает время расчетов особенно в трехмерной постановке [3, 4, 5].

Для получения эквивалентной теплопроводности несплошной среды с учетом всех теплообменных процессов происходящей в ней можно воспользоваться теорией подобия. Лучше всего, если в наличии имеются результаты физического эксперимента, проведенного для той же несплошной среды в тех же условиях при различных температурах.

При проведении предварительных расчетов, в случае, если ошибки моделирования могут быть легко скорректированы на этапе настройки регулятора температуры уже после проектирования и изготовления печи, можно вычислить коэффициент теплопроводности используемый в модели, приняв несколько допущений:

- контактный теплообмен между элементами несплошной среды ничтожно мал;
- элементы несплошной среды располагаются послойно с соблюдением порядка расположения элементов внутри каждого слоя;
- в высокотемпературной печи конвективный теплообмен между элементами несплошной среды ничтожно мал по сравнению с теплообменом излучением во всем диапазоне температур.

Таким образом, на основании сделанных допущений можно записать

$$\lambda(T_a) \cdot \frac{F}{d} \cdot (T - T_0) = k_{SB} \cdot F \cdot \varepsilon \cdot (T^4 - T_0^4), \quad (2)$$

где $\lambda(T_a)$ – эквивалентная теплопроводность среды,

$$T_a = \frac{T + T_0}{2} \text{ – средняя температуры среды,}$$

F – поверхность теплообмена,

d – толщина слоя,

ε – приведенный коэффициент излучения,

k_{SB} – постоянная Стефана-Больцмана.

Если переписать уравнение (2) для цилиндрической загрузки, получим

$$2\pi \cdot \lambda(T_a) \cdot \frac{H}{\ln\left(\frac{D_1}{D_2}\right)} \cdot (T - T_0) = k_{SB} \cdot \frac{\pi D \cdot H}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)} \cdot (T^4 - T_0^4), \quad (3)$$

где H – высота расчетного участка,
 D – расчетный средний диаметр,
 D_1 – диаметр внешнего слоя,
 D_2 – диаметр внутреннего слоя,
 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ – коэффициент излучения среды.
 F_1 и F_2 – развитые площади поверхностей, обращенных друг к другу в соседних слоях.

Поясняющая диаграмма приведена на рис. 1.

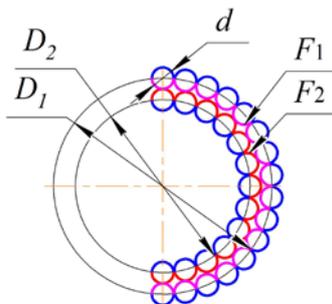


Рис. 1. Взаимное расположение слоев кусковой загрузки

После сокращения переменных, уравнение (3) может быть представлено в виде

$$2\lambda(T_a) \cdot g(D) \cdot (T - T_0) = k_{SB} \cdot f(D) \cdot (T^4 - T_0^4), \quad (4)$$

где $g(D) = \left(\ln \left(\frac{D_1}{D_2} \right) \right)^{-1},$

$$f(D) = \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \right)^{-1} \cdot D.$$

Отсюда получим искомое выражение

$$\lambda(T_a) = \frac{k_{SB} \cdot f(D)}{2 \cdot g(D)} \cdot \frac{T^4 - T_0^4}{T - T_0}. \quad (5)$$

После выражения температуры в градусах Цельсия, приняв за базовую температуру при вычислении среднюю величину 20°C , и с учетом величины постоянной $k_{SB} = 5,67 \cdot 10^{-8}$, можно записать

$$\lambda(t_a) = \frac{5,67 \cdot f(D)}{2 \cdot g(D)} \cdot \frac{\left(\frac{t+273}{100} \right)^4 - 2,93^4}{t - 20}. \quad (6)$$

Если принять, что $t_a = \frac{t+20}{2}$ и учитывая, что исходным уравнением (3) определяется теплообмен в радиальном направлении, получим

$$\lambda_r(t_a) = \frac{5,67 \cdot f(D)}{2 \cdot g(D)} \cdot \frac{\left(\frac{2t_a + 253}{100} \right)^4 - 2,93^4}{2t_a - 40}. \quad (7)$$

Полученное выражение можно использовать для вычисления средней теплопроводности слоя элементарных сплошных объемов загрузки в радиальном направлении.

При расчетах необходимо также учесть анизотропию свойств в осевом направлении. Здесь расчет упрощается ввиду равенства площади теплообмена в уравнениях, записанных для теплопередачи излучением и теплопроводностью.

$$\lambda(T_a) \cdot \frac{F}{\delta} \cdot (T - T_0) = k_{SB} \cdot \varepsilon \cdot F \cdot (T^4 - T_0^4),$$

$$\lambda(T_a) = k_{SB} \cdot \varepsilon \cdot \delta \cdot \frac{(T^4 - T_0^4)}{(T - T_0)}. \quad (8)$$

Выразив температуру в градусах Цельсия и приняв среднюю температуру как для уравнения (7), получим выражение для теплопроводности в осевом направлении насыпной загрузки

$$\lambda_z(t_a) = 5,67 \cdot \varepsilon \cdot \delta \cdot \frac{\left(\frac{2t_a + 253}{100}\right)^4 - 2,93^4}{2t_a - 40}, \quad (9)$$

где δ – высота элементарного слоя насыпной загрузки.

При расчетах необходимо также учитывать и собственную теплопроводность среды λ_m . В этом случае в рамках выделенного участка можно представить, что тепловой поток проходит последовательно через два тепловых сопротивления – обусловленного теплопроводностью среды и обусловленного теплообменом излучением между слоями. В этом случае суммарная теплопроводность может быть найдена как:

$$\lambda_{r\Sigma}(t_a) = \frac{\lambda_r(t_a) \cdot \lambda_m}{\lambda_r(t_a) + \lambda_m};$$

$$\lambda_{z\Sigma}(t_a) = \frac{\lambda_z(t_a) \cdot \lambda_m}{\lambda_z(t_a) + \lambda_m}. \quad (10)$$

Список использованных источников

1. F. N. Sarapulov, S. F. Sarapulov, V. E. Frizen, "Use of detailed equivalent circuit-method for investigation of electromagnetic, thermal and hydrodynamic processes in induction electric engineering units," in Acta Technica CSAV (Ceskoslovensk Akademie Ved), vol. 60 (2), 2015, pp. 134–153.
2. V. I. Luzgin, A. Yu. Petrov, V. A. Prakht, F. N. Sarapulov, V. E. Frizen, "Modeling Induction Heating of a Composite Billet," in Proceedings Of International Simposium on Heating by electromagnetic Sources, Padua, Italy, June 19-22, 2007, pp. 341–348.
3. F. N. Sarapulov, V. E. Frizen, "Electromagnetic model of a multiphase inductive crucible furnace," in Russian Electrical Engineering, vol. 84 (3), 2013, pp. 165–170.
4. И. А. Лебедев, А. П. Пономарёв. Модель термообработки металлических изделий в вакуумных электрических печах сопротивления / Доклады ТУСУР, Томск: т. 19 (1), 2015, - С. 83–89.
5. P. S. Grinchuk, "Mathematical modeling of thermal operating regimes of electric resistance furnaces," in Journal of Engineering Physics and Thermophysics. Minsk, vol. 83 (1), 2015, pp. 30–40.