

Оригинальная статья / Original Paper

DOI 10.15826/urej.2023.7.4.001

УДК 621.396.67

Выбор параметров многослойной сферической линзы Люнеберга при ее реализации посредством аддитивных технологий

Д. В. Денисов¹✉, В. Я. Носков¹,
Д. В. Кусайкин², А. И. Малкин¹, И. О. Скуматенко¹

¹Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина, 620002, Россия, г. Екатеринбург, ул. Мира, 32

²Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 630102, Россия, г. Новосибирск, ул. Кирова, 86

✉ denisov.dv55@gmail.com

Аннотация

Рассмотрены вопросы выбора параметров многослойной сферической линзы Люнеберга (ЛЛ) при ее реализации посредством аддитивных технологий. Проанализировано влияние электрических размеров и способа аппроксимации ЛЛ на ее электродинамические характеристики. Приведены зависимости затрат вычислительных ресурсов при анализе многослойных сферических структур такого типа. Предложены параметры слоев, обеспечивающие достижение оптимальных характеристик ЛЛ при меньшем числе разбиения тела линзы на слои. Описан порядок действий, необходимый для реализации ЛЛ методом 3D-печати. Предложена конструкция слоев многослойной линзы в виде многогранника Голдберга. Данные экспериментальных исследований подтвердили результаты расчетов и моделирования.

Ключевые слова

линза Люнеберга, электродинамическое моделирование, высокочастотный структурный симулятор, HFSS

Для цитирования

Денисов Д. В., Носков В. Я., Кусайкин Д. В., Малкин А. И., Скуматенко И. О. Выбор параметров многослойной сферической линзы Люнеберга при ее реализации посредством аддитивных технологий. *Ural Radio Engineering Journal*. 2023;7(4):343–374. DOI: 10.15826/urej.2023.7.4.001.

Selection of Parameters of a Multilayer Spherical Luneberg lens in its Implementation by Means of Additive Technologies

D. V. Denisov¹✉, V. Ya. Noskov¹, D. V. Kusaykin², A. I. Malkin¹, I. O. Skumatenko¹

¹Ural Federal University named after the first President of Russia B. N. Yeltsin, 32 Mira Str., Ekaterinburg, 620002, Russia

²Siberian State University of Telecommunications and Informatics, 86 Kirov Str., Novosibirsk, 630102, Russia

✉ denisov.dv55@gmail.com

Abstract

The issues of choosing the parameters of a multilayer spherical Luneberg lens (LL) when implementing it using additive technologies are considered. The influence of the electrical dimensions and the method of approximation of the LL on its electrodynamic characteristics is analyzed. The dependences of computational resource costs in the analysis of multilayer spherical structures of this type are given. The parameters of the layers are proposed to ensure the achievement of optimal LL characteristics with a smaller number of splitting of the lens body into layers. The procedure necessary for the implementation of LL by 3D printing is described. The construction of layers of a multilayer lens in the form of a Goldberg polyhedron is proposed. Experimental research data confirmed the results of calculations and modeling.

Keywords

Luneberg lens, electrodynamic modeling, high frequency structural simulator, HFSS

For citation

Denisov D. V., Noskov V. Ya., Kusaykin D. V., Malkin A. I., Skumatenko I. O. Selection of parameters of a multilayer spherical Luneberg lens in its implementation by means of additive technologies. *Ural Radio Engineering Journal*. 2023;7(4):343–374. (In Russ.) DOI: 10.15826/urej.2023.7.4.001.

Введение

Классическая линза Люнеберга (ЛЛ) представляет собой сферическое тело, способное преобразовывать падающий на ее поверхность фронт электромагнитной (ЭМ) волны в плоский, выступая тем самым в роли высоконаправленной антенны. Впервые свойства такой линзы были описаны немецким математиком Р. К. Люнебергом применительно к оптике [1]. Согласно полученному им закону [1], который можно упрощенно записать как $\varepsilon(r) = 2 - r^2$,

материал сферы линзы должен менять показатель преломления от $\varepsilon(r) = 2$ в центре до $\varepsilon(r) = 1$ на поверхности. Большинство пластинок, используемых в 3D-принтерах, имеют диэлектрическую проницаемость, несколько превышающую $\varepsilon(r) = 2$. Например, для ABS пластика $\varepsilon = 2,45$, поэтому синтезировать линзу из этих материалов можно из слоев с различной степенью перфорации [2].

Интерес к таким антеннам постоянно растет. Он обусловлен возможностью создания многолучевых антенных систем, обладающих высокими значениями коэффициента направленного действия и низким уровнем боковых лепестков, а также простотой получения большого числа независимо сканирующих лучей в широком секторе обзора. В настоящее время благодаря прогрессу в области материаловедения разработаны различные типы ЛЛ (сферические, полусферические, цилиндрические, плоские, трехмерно-трансформированные), а также способы и средства их технической реализации [3, 4]. В связи с низкой стоимостью и широкой распространенностью технологий 3D-печати изготовление антенн на базе ЛЛ перестает быть сложной задачей. Такие антенны в ближайшие несколько лет найдут широкое применение не только в специализированных и экспериментальных системах, но и в устройствах гражданского и военного назначения в самых разных областях: системах связи [5], радиолокации, навигации, системах управления беспилотного транспорта и т. д.

В настоящей работе представлены необходимые сведения, позволяющие спроектировать тело ЛЛ для 3D-печати. Для этого в первой части работы определены затраты вычислительных ресурсов, требуемые для расчета объемных диэлектрических структур ЛЛ методом конечных элементов. Здесь же рассмотрены некоторые варианты уменьшения затрат оперативной памяти для решения таких задач.

При реализации линзы востребованными являются также результаты исследований влияния диаметра сферы на характеристики ЛЛ. Эти исследования для различных способов аппроксимации закона Люнеберга выполнены во второй части настоящей статьи. В третьей части рассмотрены результаты расчетов и моделирования, оценивается влияние количества слоев, радиуса и проницаемости на электродинамические характеристики линзы. Четвертый и заключительный разделы посвящены вопросу изготовления линзы из однородного материала с перфорацией, при которой управление изменением диэлектрической проницаемости происходит путем «внедрения» воздушного заполнения в материал слоев. Данный подход демонстрирует возможность автоматизированной печати ЛЛ в промышленных масштабах на 3D-принтерах.

1. Модель линзы Люнеберга в HFSS

Рассмотрим создание электродинамической модели в высокочастотном структурном симуляторе (HFSS). При ее реализации приводится описание заданных граничных условий и подходов, обеспечивающих снижение затрат оперативной памяти. Далее моделируется классическая задача дифракции на многослойной сфере переменного диаметра. При этом плоская электромагнитная волна падает на сферическое тело из дальней зоны в направлении оси Oz . Геометрия картины моделирования представлена на рис. 1 с фрагментом окна 3D-моделера Ansys Electronics Desktop (HFSS Design).

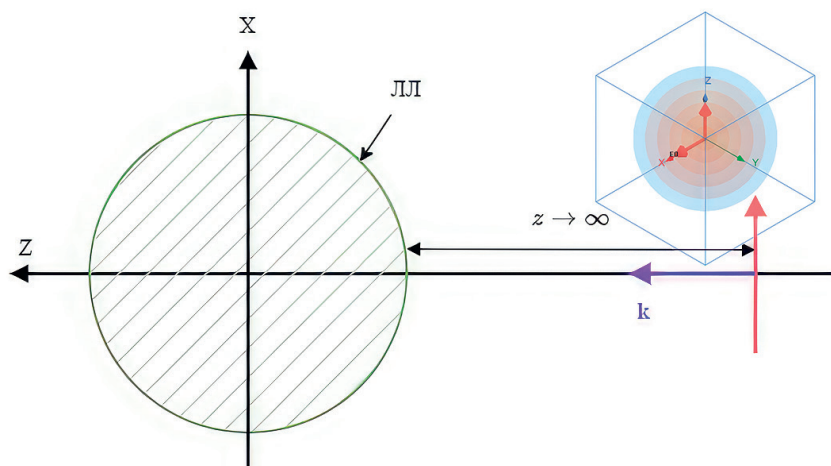


Рис. 1. Падение плоской электромагнитной волны на ЛЛ
Fig. 1. Incidence of a plane electromagnetic wave on the LL

В качестве модели для анализа влияния диаметра ЛЛ на затраты вычислительных ресурсов, используем шестислойную модель линзы, в которой шестой слой является воздухом. Параметры диэлектрической проницаемости линзы изменяются ступенчато от слоя к слою, аппроксимируя закон Люнеберга: $\varepsilon_1 = 1,972$, $\varepsilon_2 = 1,889$, $\varepsilon_3 = 1,75$, $\varepsilon_4 = 1,556$, $\varepsilon_5 = 1,306$, $\varepsilon_6 = 1,06$ (воздушный слой). Указанным слоям с заданной диэлектрической проницаемостью соответствуют следующие нормированные радиусы: $R_1 = 0,167$, $R_2 = 0,333$, $R_3 = 0,5$, $R_4 = 0,667$, $R_5 = 0,833$, $R_6 = 1$. Таким образом параметры линзы получены из закона Люнеберга путем равного разбиения слоев, в дальнейшем будем называть такой способ разбиения равношаговой аппроксимацией.

В проекте HFSS Design геометрия ЛЛЛ окружена кубической областью с граничным условием на излучение Radiation*. Так как последний воздушный слой также участвует в фокусировке, следует учитывать его размеры при создании граничного условия Radiation. Для получения корректных результатов поверхности куба с граничным условием должны отступать от шестого воздушного слоя не менее чем на четверть длины волны. Источником излучения является плоская электромагнитная волна, ориентированная в соответствии с рис. 1.

Моделирование проводилось на компьютере 12th Gen Intel(R) Core (TM) i7-12700K 3.60 GHz, Kingston KF552C40BBK2-64 DDR5 — 2 × 32 Gb 5200. Модели, рассчитываемые методом конечных элементов в HFSS, достаточно критичны к затратам оперативной памяти. Если ресурсов оперативной памяти будет недостаточно для построения сеточной модели, возникнет ошибка SYSTEM_OUT_OF_MEMORY. При решении задачи моделирования многослойной ЛЛЛ подобная ошибка возникала на линзах диаметра $D > 12\lambda$ (для области Radiation в виде куба) и $D > 16\lambda$ (для области Radiation в виде сферы), где λ — длина волны. В этом случае приходилось прибегать к некоторому упрощению модели, а именно применять граничные условия симметрирования и задавать менее ресурсозатратную область Radiation с точки зрения геометрии.

Для наглядности на рис. 2 приведена геометрия задачи в окне 3D-моделера HFSS Design, соответствующая трем постановкам задачи: в классической постановке (геометрия, окруженная кубической областью Radiation) (а); с примирением граничного условия симметрирования (б); с граничным условием симметрирования и сферической областью Radiation (в).

В табл. 1 указаны настройки проекта с учетом области симметрирования и без нее, приведены значения возрастающей вычислительной сложности, соответствующие росту диаметра D ЛЛЛ. Линза диаметром менее 12 длин волн рассчитывается методом конечных элементов в едином объеме. Для $D = 14, 16\lambda$ применяется

* Граничные условия на излучение (Radiation Boundary Conditions) в Ansys HFSS выполняют роль определения того, как электромагнитные волны распространяются вне геометрической области модели. При стандартной постановке задачи в HFSS, геометрические объекты окружает идеальный проводник (белая область вокруг геометрии). Создание области Radiation вокруг модели позволяет создать эффект помещения модели в бесконечное пространство вакуума, воздуха и т. д. (материал области Radiation может быть выбран как и для любого другого объекта). Область Radiation в HFSS не описывается эквивалентной формулой, она является математически сложным граничным условием, в котором применяются специальные численные методы и алгоритмы для обработки электромагнитных полей, описывающие выход излучения за пределы моделируемой области.

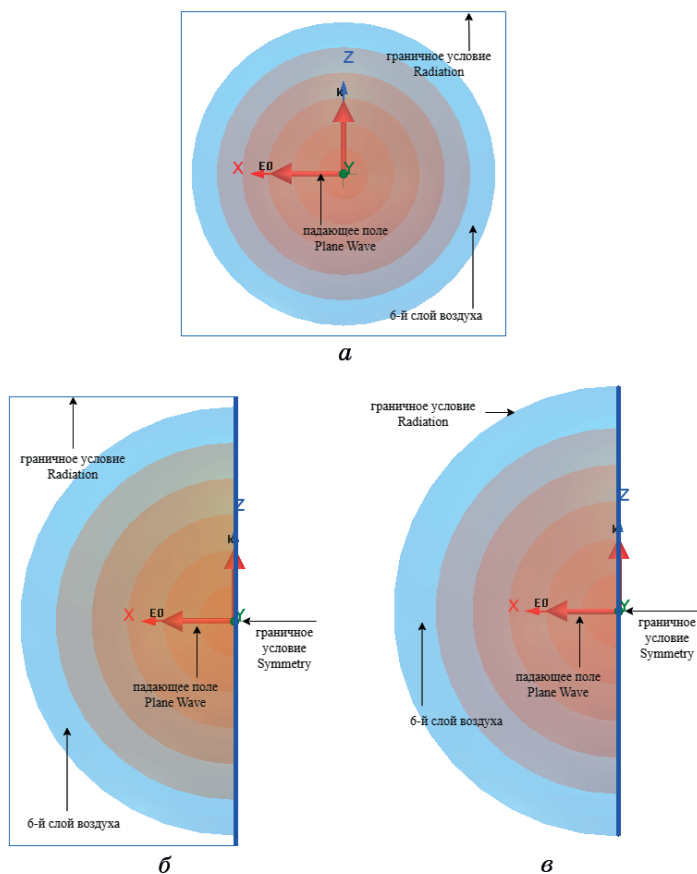


Рис. 2. Модель линзы Лüneберга в HFSS
Fig. 2. Luneberg lens model in HFSS

граничное условие с симметрированием, а для линз $D = 18, 20\lambda$ используется граничное условие Radiation в виде полусферы.

Таблица 1. Зависимость затрат вычислительных ресурсов от диаметра ЛЛ
Table 1. Dependence of the spend of computing resources on the diameter of the lens

D	Memory, MB	Solved Tets	Matrix Size	Real Time
Классическая постановка задачи				
0.25	806	13 016	83 450	00:00:07
0.5	895	13 555	87 414	00:00:08
1	953	14 720	94 900	00:00:09
2	1 020	15 655	101 302	00:00:15

Окончание табл. 1

D	Memory, MB	Solved Tets	Matrix Size	Real Time
4	2 680	31 420	204 552	00:00:16
6	8 030	78 537	508 690	00:03:39
8	24 200	187 501	1 206 964	00:14:20
10	48 200	328 144	2 107 636	00:31:49
12	50 900	534 505	3 427 348	00:50:51
Расчет с примирением граничного условия симметрирования				
14	47 900	489 674	3 116 070	00:24:43
16	53 800	655 541	4 172 044	00:57:34
Расчет с примирением граничного условия симметрирования и сферической области Radiation				
18	51 000	507 715	3 226 986	00:53:08
20	49 500	799 933	5 076 930	01:35:29

Примечание: D — диаметр линзы в длинах волн; Memory — максимальные затраты оперативной памяти на процесс, MB; Solved Tets — максимальное количество элементов сетки, участвовавших в расчете, при анализе методом конечных элементов; Matrix Size — размер рассчитываемой матрицы; Real Time — время расчета задачи.

2. Результаты моделирования дифракционной задачи

Рассмотрим параметры линзы Лüneберга в режиме дифракции. Это позволяет оценить предельные электродинамические свойства сферической структуры без каких-либо мешающих конструкций. В такой постановке задачи полезно оценить линзы малого диаметра. На рис. 3 *a–в* приведены картины поля и диаграммы рассеяния для ЛЛ диаметров $D = 0,25\lambda$, $0,5\lambda$ и 1λ соответственно.

При малом диаметре, соизмеримым с длиной волны, влияние анизотропности слоев на падающее электромагнитное поле незначительно. Полученные поля во многом схожи с результатами дифракции электромагнитных полей на однородных сферах. На рис. 4 показаны результаты рассеяния на линзах $D = 2\lambda$, 4λ , 6λ и 12λ . Для указанных размеров наблюдается равномерное формирование фокуса в двух плоскостях.

Полученные картины поля представлены для визуальной оценки степени влияния диаметра ЛЛ на возможности фокусировки электромагнитного поля. Для количественной оценки результатов на рис. 5 показан график усиления поля E в направлении $\theta = 0$ для задачи рассеяния. Кривыми на графике показаны лин-

Денисов Д. В., Носков В. Я., Кусайкин Д. В. и др. | Выбор параметров многослойной сферической линзы Лüneберга при ее реализации посредством аддитивных технологий

зы с различным количеством слоев, параметры которых приводятся в табл. 2.

На примере серии графиков рис. 5 выделим некоторые моменты, которые важно учитывать при изготовлении линз:

— ЛЛ переходит в режим усиления падающего электромагнитного излучения, начиная с диаметра $D \sim 7,5\lambda$.

— Биения на графике объясняются переотражением волн на границах раздела диэлектрика, из которого собраны слои. Для линз с небольшим количеством слоев неравномерность поля

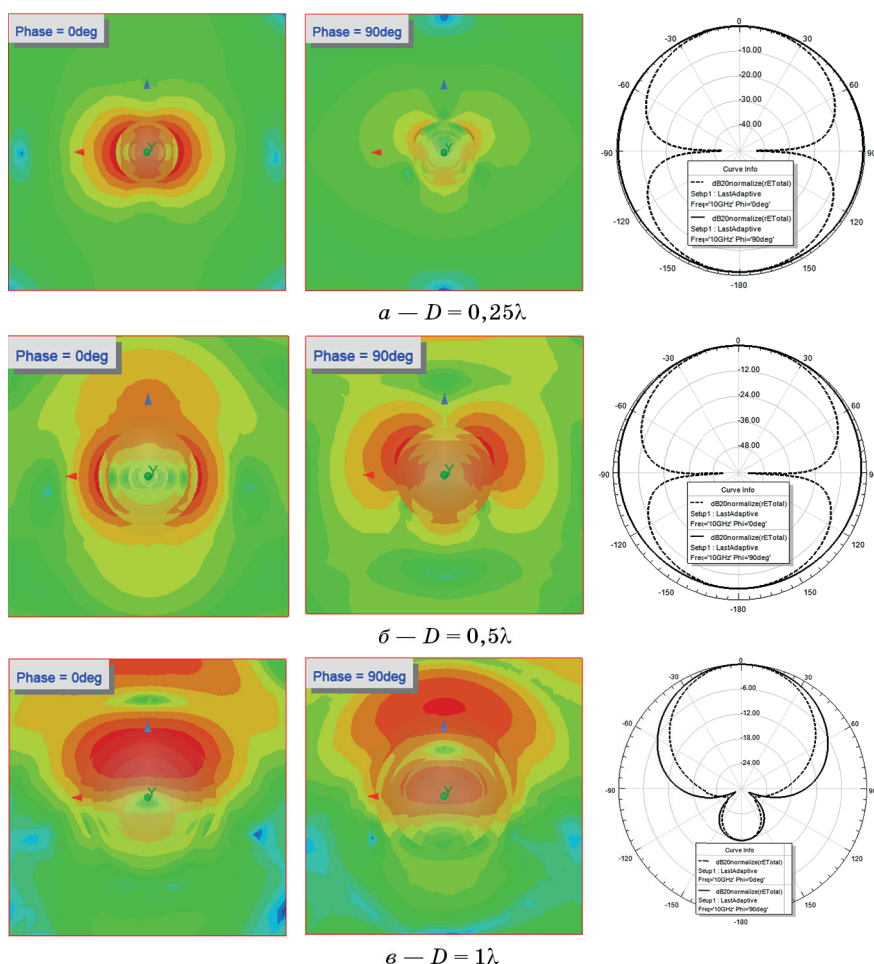


Рис. 3. Поля и диаграммы рассеяния для ЛЛ диаметра меньше длины волны
Fig. 3. Fields and scattering diagrams for LLs with diameters smaller than the wavelength

в структуре линзы оказывает более сильное влияние, что хорошо заметно на примере трехслойной линзы.

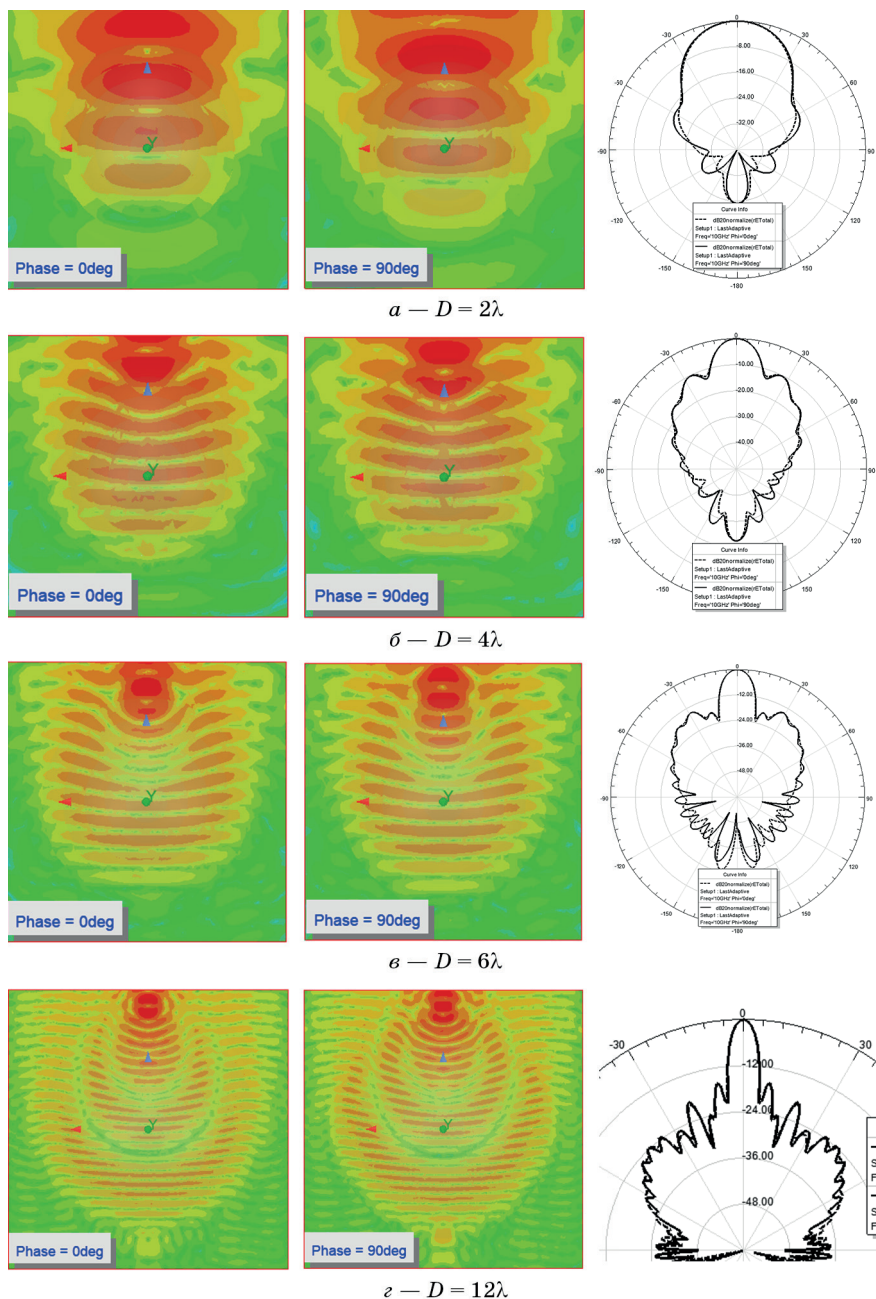


Рис. 4. Поля и диаграммы рассеяния ЛЛ для $D = 2\lambda, 4\lambda, 6\lambda, 12\lambda$
 Fig. 4. Fields and scattering diagrams of LL for $D = 2\lambda, 4\lambda, 6\lambda, 12\lambda$

Таблица 2. Параметры материалов ЛЛ
при равношаговой аппроксимации
Table 2. Parameters of lens materials with uniform approximation

Количество слоев*	Нормированные радиусы слоев	Диэлектрическая проницаемость
2	0.5, 1	2, 1
3	0.333, 0.667, 1	1.889, 1.556, 1
4	0.25, 0.5, 0.75, 1	1.94, 1.75, 1.44, 1
5	0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1	1.96, 1.84, 1.64, 1.36, 1
6	0.167, 0.333, 0.5, 0.667, 0.833, 1	1.972, 1.889, 1.75, 1.556, 1.306, 1
7	0.143, 0.286, 0.429, 0.571, 0.714, 0.857, 1	1.98, 1.918, 1.816, 1.673, 1.49, 1.265, 1
8	0.125, 0.25, 0.375, 0.5, 0.625, 0.75, 0.875, 1	1.98, 1.94, 1.86, 1.75, 1.61, 1.44, 1.23, 1
9	0.111, 0.222, 0.333, 0.444, 0.556, 0.667, 0.778, 0.889, 1	1.988, 1.951, 1.889, 1.802, 1.691, 1.556, 1.395, 1.21, 1
10	0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1	2, 1.96, 1.91, 1.84, 1.75, 1.64, 1.51, 1.36, 1.19, 1
11	0.09, 0.18, 0.27, 0.36, 0.45, 0.54, 0.63, 0.72, 0.81, 0.9, 1	1.99, 1.97, 1.93, 1.87, 1.8, 1.71, 1.6, 1.48, 1.34, 1.19, 1
12	0.083, 0.166, 0.249, 0.332, 0.415, 0.498, 0.581, 0.664, 0.747, 0.83, 0.913, 1	1.99, 1.97, 1.94, 1.89, 1.83, 1.75, 1.66, 1.56, 1.44, 1.31, 1.17, 1
16	0.062, 0.124, 0.186, 0.248, 0.31, 0.372, 0.434, 0.496, 0.558, 0.62, 0.682, 0.744, 0.806, 0.868, 0.93, 1	2, 1.98, 1.97, 1.94, 1.9, 1.86, 1.81, 1.75, 1.69, 1.62, 1.53, 1.45, 1.35, 1.25, 1.14, 1
20	0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.55, 0.6, 0.65, 0.7, 0.75, 0.8, 0.85, 0.9, 0.95, 1	2, 1.99, 1.98, 1.96, 1.94, 1.91, 1.88, 1.84, 1.8, 1.75, 1.7, 1.64, 1.58, 1.51, 1.44, 1.36, 1.28, 1.19, 1.1, 1

Примечание: *в качестве последнего слоя указан воздух; цветом выделены слои, для которых построены графики на рис. 5.

— Разбиении линзы на количество слоев свыше 20 практически не оказывает влияния на электромагнитные свойства ЛЛ. На рис. 5 показан пример, при котором разница в количестве 12...20 слоев приводит к отличиям в мощности излучения не бо-

лее чем на 2–3 % во всем рассматриваемом диапазоне длин волн. Результаты моделирования подтверждают предельное количество слоев, полученное ранее методом тензорных функций Грина в [6].

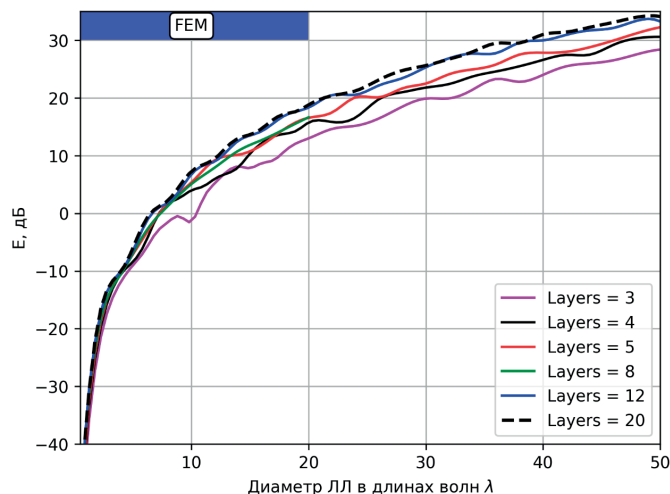


Рис. 5. Усиление ЭМ поля в направлении $E_0 = 0$ ЛЛ различного электрического диаметра и количества слоев

Fig. 5. Amplification of the EM field in the direction $E_0 = 0$ LL of various electrical diameters and number of layers

3. Способы аппроксимации линзы Люнеберга

Выше была рассмотрена линза с равношаговым разбиением, при котором толщина каждого слоя линзы постоянна, то есть имеет фиксированный шаг дискретизации профиля сферы. Здесь рассмотрим другие варианты дискретизации и оценим их влияние на электродинамические свойства ЛЛ. Перед этим на рис. 6 для наглядности показана равношаговая аппроксимация закона Люнеберга для четырех и восьми слоев. Количество слоев и их параметры приведены в виде столб-диаграмм.

На диаграммах рис. 6 видно, что простая дискретизация слоев приводит к размещению столб-диаграмм «касательно» к функции $\varepsilon(r) = 2-r^2$. Более качественные параметры линзы будет давать заполнение профиля линзы проницаемостями материалов, изображенных на рис. 7. Этот принцип заполнения также является равношаговым, но в некоторой степени представляется производным от примера на рис. 6, когда для четырехслойного разбиения линзы параметры материалов будут соответствовать параметрам 1, 3 и 5-го слоев при разбиении на 8 частей (табл. 3). В настоящей работе назовем этот способ разбиения «оптимизированным равношаговым».

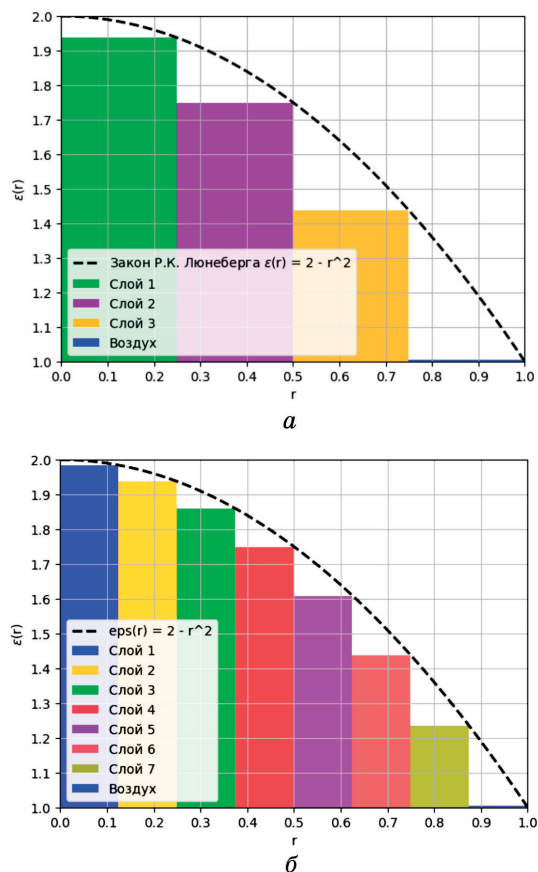


Рис. 6. Равношаговое разбиение профиля линзы Люнеберга на четыре (а) и восемь слоев (б)
Fig. 6. Equal-step division of the Luneberg lens profile into four (a) and eight layers (b)

Таблица 3. Выбор параметров слоев для оптимизированной равношаговой аппроксимации
Table 3. Selection of layer parameters for optimized uniform approximation

Количество слоев*	Нормированные радиусы слоев	Диэлектрическая проницаемость
4	0.25, 0.5, 0.75, 1	1.938, 1.75, 1.438, 1
8	0.125, 0.25, 0.375, 0.5, 0.625, 0.75, 0.875, 1	1.98, 1.94, 1.86, 1.75, 1.61, 1.44, 1.23, 1

Примечание: *цветом на рис. 6 выделены радиусы слоев при 4-ступенчатом равношаговом разбиении и соответствующие им параметры проницаемости из 8-ступенчатого разбиения.

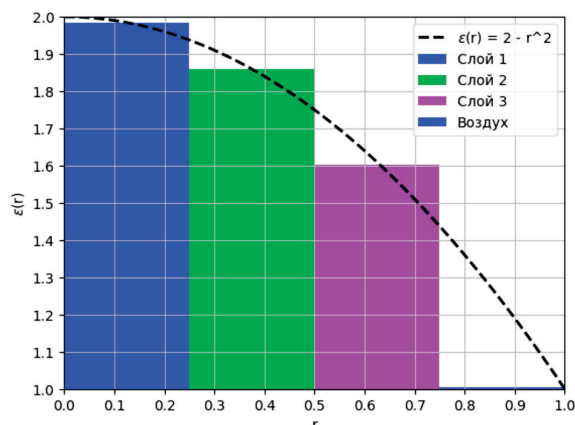


Рис. 7. Пример оптимизированного равношагового разбиения профиля линзы Лунеберга

Fig. 7. Example of an optimized equal-spacing tiling of the Luneberg lens profile

Для реализации линз с эффективными электрофизическими параметрами практически всегда требуется проводить дополнительное решение оптимизационной задачи. На сегодняшний день затруднительно представить универсальный способ разбиения линзы, который будет гарантированно давать наилучшие рабочие характеристики во всем диапазоне длин волн, так как они зависят от конечных размеров линзы и доступных для синтеза свойств материалов. Большинство современных программных пакетов для электродинамического анализа включают возможности модуля оптимизации. На практике реализации линзы на 3D-принтере предшествует поиск оптимальных параметров слоев через подобные оптимизаторы, на вход которых подаются следующие переменные: радиусы слоев, электродинамические свойства и допустимые диапазоны поиска решения.

В программном пакете Ansys Electronics Desktop (HFSS Design) для поиска наиболее эффективных параметров линзы использовался встроенный модуль Optimetrics. Встроенный в программный пакет модуль оптимизации поддерживает несколько эффективных алгоритмов. При этом еще раз отметим, что в настоящей работе мы стремимся показать универсальный подход решения подобных задач на примере рассматриваемого программного пакета без использования множества сторонних библиотек. Поэтому наша задача во многом сводится к тому, чтобы выбрать наиболее подходящий из встроенных в HFSS алгоритмов. В качестве алгоритма поиска был выбран многокритериальный генетический алгоритм (Multiple-Objective Genetic Algorithm — MOGA) — итеративный алгоритм случайного поиска, который может решать

задачи с непрерывными входными параметрами. При наличии большого числа параметров и отсутствии явной тесной связи между ними алгоритмы типа MOGA лучше всего подходят для поиска глобальных оптимумов [7–8].

В качестве примера использования предлагаемого подхода рассмотрим диаграмму рассеяния для четырехслойной ЛЛ, синтезированной с параметрами слоев при разбиении: «равношаговом» (табл. 2), «равношаговом оптимизированном» (табл. 3) и «оптимизированной генетическим алгоритмом» MOGA. В последнем случае в качестве начальных данных для работы алгоритма использовались данные из табл. 3. Диаметр линзы при этом составлял 6 длин волн. Полученные параметры слоев по итогам работы генетического алгоритма и данные с другими способами аппроксимации сведены в табл. 4.

Таблица 4. Параметры слоев четырехслойной ЛЛ для различных способов аппроксимации
Table 4. Parameters of the layers of the four-layer lens for various approximation methods

Аппроксимация	Радиусы слоев	Диэлектрическая проницаемость
Равношаговая	0.25, 0.5, 0.75, 1	1.938, 1.75, 1.438, 1
Равношаговая оптимизированная	0.25, 0.5, 0.75, 1	1.98, 1.86, 1.61, 1
Оптимизированная генетическим алгоритмом	0.49, 0.62, 0.92, 1	1.96, 1.53, 1.36, 1

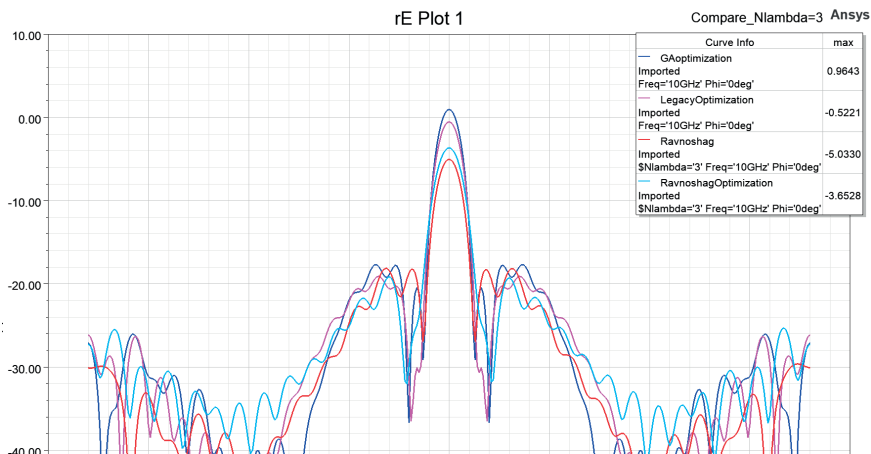


Рис. 8. Диаграмма рассеяния линзы при $D = 6\lambda$ при разных способах аппроксимации закона Лунеберга
Fig. 8. Scattering diagram of the lens at $D = 6\lambda$ with different methods of approximation of Luneberg’s law

Рассмотренный пример демонстрирует, что по сравнению с «равношаговым» разбиением, «равношаговое оптимизированное» обеспечивает на 1,5 дБ более высокое излучение в направлении распространения падающего поля $E_0 = 0$. Найденные с помощью генетического алгоритма параметры слоев позволяют обеспечить излучение еще выше примерно на 6 дБ в том же направлении. Таким образом, применение оптимизационных алгоритмов позволяет снизить количество слоев и добиться более высокой эффективности устройства. При разработке подобных антенных систем крайне желательно применение оптимизатора при синтезе ЛЛ под заданные технические требования. При этом нельзя утверждать, что найденные в табл. 4 параметры четырехслойной линзы будут одинаково хорошо работать во всем диапазоне диаметров линзы.

В табл. 5 предложены параметры слоев для «равношаговой оптимизированной» аппроксимации. Найденные значения рекомендуется использовать в качестве начальных входных данных для оптимизаторов. Параметры слоев приведены для двух- и десятислойных линз, так как ранее было показано, что разбиение линзы свыше десяти слоев становится нецелесообразным с точки зрения соотношения затрат ресурсов и получаемого положительного эффекта. На рис. 9 показан принцип разбиения для каждого слоя.

Таблица 5. Равношаговая оптимизированная аппроксимация
Table 5. Optimized uniform approximation

Количество слоев*	Нормированные радиусы слоев	Диэлектрическая проницаемость
2	0.5, 1	1.89, 1
3	0.33, 0.67, 1	1.94, 1.75, 1
4	0.25, 0.5, 0.75, 1	1.98, 1.86, 1.61, 1
5	0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1	2, 1.91, 1.75, 1.51, 1
6	0.17, 0.33, 0.5, 0.67, 0.833, 1	2, 1.94, 1.83, 1.66, 1.44, 1
7	0.14, 0.29, 0.43, 0.57, 0.71, 0.86, 1	2, 1.96, 1.88, 1.76, 1.6, 1.41, 1
8	0.125, 0.25, 0.375, 0.5, 0.625, 0.75, 0.875, 1	2, 1.97, 1.9, 1.81, 1.69, 1.53, 1.35, 1
9	0.11, 0.22, 0.33, 0.44, 0.56, 0.67, 0.78, 0.89, 1	2, 1.99, 1.94, 1.87, 1.77, 1.64, 1.48, 1.29, 1
10	0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1	2, 1.98, 1.94, 1.88, 1.8, 1.7, 1.58, 1.44, 1.28, 1

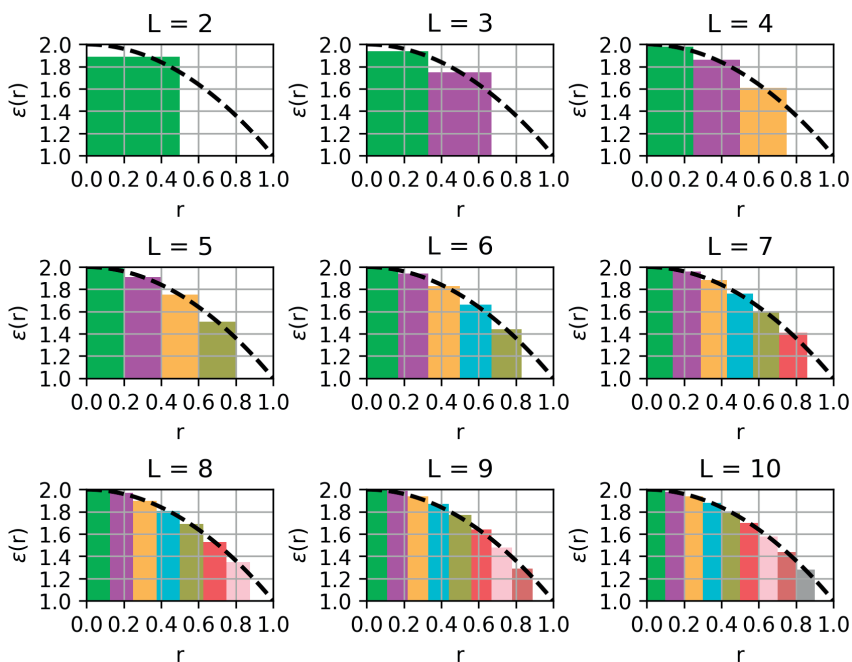


Рис. 9. Представление оптимизированного равношагового разбиения профиля линзы Лüneберга на 2...10 слоев

Fig. 9. Representation of the optimized equal-pitch partitioning of the Luneberg lens profile into 2...10 layers

Проанализировав множество итераций работы оптимизационных алгоритмов для поиска наилучших параметров слоев, можно сформулировать следующие правила при задании их начальных значений:

- наиболее эффективно задавать первый слой, размер которого составляет 30...50 % от общего размера линзы;
- последующие слои могут быть выбраны по принципу равношагового оптимизированного разбиения оставшейся части линзы.

В соответствии со сформулированным утверждением на основе данных из табл. 5 объединим первые слои для тех линз, параметры материалов которых имеют $\varepsilon \approx 1.9...2.0$ и запишем вместо этого значения среднюю проницаемость объединенных слоев. Также отметим, что по итогам анализа графиков на рис. 5 и 10, наилучшей эффективностью обладают линзы с разбиением на 4...10 слоев. Также мы разобьем последний воздушный зазор пополам, добавив дополнительный слой диэлектрика, чтобы еще больше приблизиться к закону Лüneберга на поверхности линзы. В результате указанных преобразований в табл. 6 приведены параметры слоев, удовлетворяющие указанным правилам.

Таблица 6. Параметры многослойных линз Лунеберга для старта оптимизационных расчетов

Table 6. Parameters of multilayer Luneburg lenses for starting optimization calculations

Количество слоев	Нормированные радиусы слоев	Диэлектрическая проницаемость
4	0.5, 0.75, 0.88, 1	1.92, 1.61, 1.23, 1
5	0.4, 0.6, 0.8, 0.9, 1	1.93, 1.75, 1.51, 1.19, 1
6	0.33, 0.5, 0.67, 0.83, 0.92, 1	1.96, 1.83, 1.66, 1.44, 1.15, 1
7	0.37, 0.5, 0.62, 0.75, 0.87, 0.94, 1	1.93, 1.81, 1.69, 1.53, 1.35, 1.12, 1
8	0.33, 0.44, 0.56, 0.67, 0.78, 0.89, 0.95, 1	1.94, 1.82, 1.71, 1.56, 1.39, 1.19, 1.1, 1
9	0.22, 0.33, 0.44, 0.56, 0.67, 0.78, 0.89, 0.95, 1	2, 1.94, 1.87, 1.77, 1.64, 1.48, 1.29, 1.1, 1
10	0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.95, 1	1.98, 1.94, 1.88, 1.8, 1.7, 1.58, 1.44, 1.28, 1.1, 1

Предложенное в табл. 6 разбиение можно назвать наиболее оптимальным, что подтверждается результатами моделирования, приведенными на рис. 10. Также предложенный шаг разбиения учитывает особенности изготовления тела линзы. В качестве центральной сферы ЛЛ можно использовать пластики с диэлектрической проницаемостью близкой к двум, а предпоследний слой с проницаемостью близкой к 1,1 может быть вы-

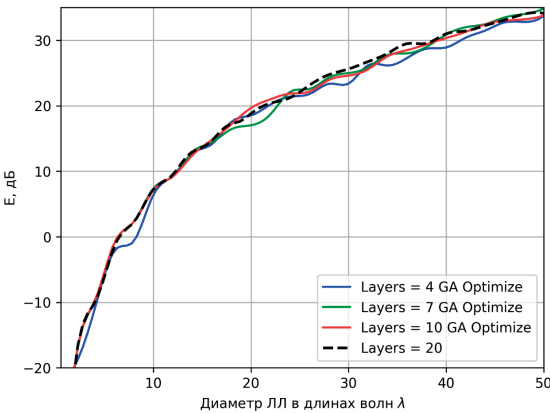


Рис. 10. Усиление ЭМ поля в направлении $E_0 = 0$ ЛЛ различного электрического диаметра и количества слоев
Fig. 10. Amplification of the EM field in the direction $E_0 = 0$ LL of various electrical diameters and number of layers

полнен в виде пенопласта и его соединений. При изготовлении средствами 3D-печати может быть выполнено 4...5 слоев (основная внутренняя часть). Такая линза без применения алгоритмов оптимизации, сконструированная из материалов с указанными свойствами, будет иметь значительно лучшие характеристики по сравнению с рассмотренными ранее вариантами традиционного равношагового разбиения.

Покажем эффективность предложенного (табл. 6) разбиения ЛЛ на слои результатами анализа выражения, описывающего структуру поля в многослойной сфере методом тензорных функций Грина. Методика получения аналитического выражения изложена в [9], а само выражение обсуждалось ранее в работах [6, 10]. Формула расчета напряженности электрического поля дифрагированной волны в общем случае имеет вид:

$$\vec{E}(\theta) = E_0 \cdot \frac{\exp(-i \cdot k_0 r)}{(k_0 r_l)(k_0 r_l)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{n(n+1)} \cdot (-1)^n \times \right. \\ \left. \times \begin{pmatrix} (\vec{a}_0 \cdot \cos \varphi \cdot \tau_n(\theta) - \vec{a}_\varphi \cdot \sin \varphi \cdot \pi_n(\theta)) \cdot M_n - \\ - (\vec{a}_0 \cdot \cos \varphi \cdot \pi_n(\theta) - \vec{a}_\varphi \cdot \sin \varphi \cdot \tau_n(\theta)) \cdot N_n \end{pmatrix} \right), \quad (1)$$

где $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число;

$$\tau_n(\theta) = \frac{\partial P_n^1(\cos \theta)}{\partial \theta}, \quad \pi_n(\theta) = \frac{P_n^1(\cos \theta)}{\sin \theta} \quad \text{— разложение Фурье по си-}$$

стеме ортогональных собственных функций, $P_n^1(\cos \theta)$ — функция Лежандра;

$$M_n = \frac{i \tilde{Z}_n(r) \cdot J_{n_mod}(k_0 r) - J'_{n_mod}(k_0 r)}{i \tilde{Z}_n(r) \cdot h_n(k_0 r) - h'_n(k_0 r)}, \\ N_n = \frac{i \tilde{Y}_n(r) \cdot J_{n_mod}(k_0 r) - J'_{n_mod}(k_0 r)}{i \tilde{Y}_n(r) \cdot h_n(k_0 r) - h'_n(k_0 r)}, \quad \text{— характеристические}$$

части функции Грина [6];

$h_n(x)$ — функции Ханкеля [11] и производные $h'_n(x)$;

$\tilde{Z}_n, \tilde{Y}_n(r_l)$ — ориентированные направленные импедансы и адмитансы, которые определяются последовательным пересчетом от внешней границы многослойной сферы к центру через частичные области-слои.

В выражении (1) ориентированные сопротивления $\tilde{Z}_n$ и проводимости $\tilde{Y}_n$ слоев структуры пересчитываются от слоя к слою. В качестве примера приведем формулы для расчета сопротивлений при рассмотрении четырехслойной сферической структуры:

$$\begin{aligned}\bar{Z}_n(r_1) &= \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \frac{J_{n_mod}'(k_1 r_1)}{J_{n_mod}(k_1 r_1)}, \\ \bar{Z}_n(r_2) &= \sqrt{\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}} \frac{C_n'(k_2 r_2; k_2 r_1) + \bar{Z}(r_1) S_n'(k_2 r_2; k_2 r_1)}{C_n(k_2 r_2; k_2 r_1) + \bar{Z}(r_1) S_n(k_2 r_2; k_2 r_1)}, \\ \bar{Z}_n(r_3) &= \sqrt{\frac{\varepsilon_4}{\varepsilon_3}} \frac{C_n'(k_3 r_3; k_3 r_2) + \bar{Z}(r_2) S_n'(k_3 r_3; k_3 r_2)}{C_n(k_3 r_3; k_3 r_2) + \bar{Z}(r_2) S_n(k_3 r_3; k_3 r_2)}, \\ \bar{Z}_n(r_4) &= \sqrt{\frac{\varepsilon_4}{\varepsilon_3}} \frac{C_n'(k_4 r_4; k_4 r_3) + \bar{Z}(r_3) S_n'(k_4 r_4; k_4 r_3)}{C_n(k_4 r_4; k_4 r_3) + \bar{Z}(r_3) S_n(k_4 r_4; k_4 r_3)},\end{aligned}$$

где J_{n_mod} — модифицированная функцию Бесселя первого рода, полуцелого порядка, вычисляется из функции Бесселя первого рода $J_{\nu(z)}$ вещественного порядка и комплексного аргумента

по формуле: $J_{n_mod}(kr) = J_{n+0.5}(kr) \cdot \sqrt{\frac{kr \cdot \pi}{2}}$; J_{n_mod}' — производная

модифицированной функции Бесселя первого рода, полуцелого порядка; C_n, S_n — специальные функции и их производные C_n', S_n' по первому аргументу представляют собой комбинации сферических функций Бесселя — Риккати первого и второго рода (функция Неймана) и их первых производных; определяются в соответствии с выражениями, описанными в [9]: $k_l r_l$ — аргументы определяют электродинамические параметры слоя через k_l и радиус слоя r_l ; $k_l = k_0 \cdot \sqrt{\varepsilon_l}$ — коэффициент слоя; ε_l — диэлектрическая проницаемость слоя.

В табл. 7 приводятся рассчитанные коэффициенты $\bar{Z}(r_l)$ для каждого слоя и значения M_n (взятое по модулю).

Принцип пересчета направленных сопротивлений и проводимостей многослойной линзы основан на решении телеграфных уравнений. Величины в табл. 7 не являются сопротивлениями в явном виде, а показывают вклад связи слоя в характеристическую часть M_n . Результаты расчета коэффициентов $\bar{Z}_n(r_l)$ в табл. 7 показывают, что наибольший вклад характеристической части M_n в уравнении (1) возникает при подборе наиболее согласованных коэффициентов слоев. Таким образом, задача поиска оптимальных параметров слоев сводится к поиску серии коэффициентов, описывающих сопротивления и проводимости с их плавным изменением от слоя к слою.

Таблица 7. Расчет ориентированных сопротивлений четырехслойной ЛЛ

Table 7. Calculation of oriented resistances of a four-layer lens

Оптимизированное разбиение, предложенное в [12]			
r	eps	$\overline{Z}_n(r_i) \ (n = 60)$	$M_n \ (n = 29)$
0.53	1.86	66.7	25.592
0.75	1.57	71.5	
0.93	1.28	66.9	
1	1	176.6	
Равношаговое разбиение профиля линзы			
r	eps	$\overline{Z}_n(r_i) \ (n = 60)$	$M_n \ (n = 23)$
0.25	1.94	190	4.925
0.5	1.75	99.5	
0.75	1.44	20.5	
1	1	56.25	
Оптимизированное разбиение (генетический алгоритм)			
r	eps	$\overline{Z}_n(r_i) \ (n = 65)$	$M_n \ (n = 27)$
0.49	1.96	28.8	27.697
0.62	1.53	68.9	
0.92	1.36	49	
1	1	54.3	
Равношаговое оптимизированное разбиение			
r	eps	$\overline{Z}_n(r_i) \ (n = 80)$	$M_n \ (n = 27)$
0.5	1.92	159.4	9.283
0.75	1.61	82.58	
0.88	1.23	49.9	
1	1	105.9	

4. Реализация линзы Люнеберга способом 3D-печати

Методом 3D-печати можно изготовить линзовые антенны в различном конструктивном исполнении. В качестве важных критериев при выборе конструкции можно отметить степень анизотропности линзы, прочность, сложность реализации, возможность точного приближения диэлектрической проницаемости слоев к требуемым значениям закона Люнеберга. Также отметим, что в случае диэлектрической проницаемости используемого при 3D-печати материала более 2,5 возникает проблема получения

механически прочного слоя близкого к $\varepsilon_r = 1$, что также зависит от конструкции ЛЛ.

На сегодняшний день различными авторами предлагаются разные варианты напечатанных конструкций сферических ЛЛ [5]. Наиболее широко распространенным вариантом является печать сферической линзы в виде набора элементарных ячеек одинакового размера кубической формы [13, 14]. Требуемый градиентный показатель преломления ЛЛ достигается степенью заполнения полимером каждой элементарной ячейки. Слои печатаются с разным процентным соотношением в кубической ячейке полимера и воздуха. Реализация такой конструкции проста, однако ей характерно отсутствие радиальной симметрии и анизотропия получаемой линзы. Кроме того, кубы соединяются стержнями, образуя решетчатый каркас, и он оказывает влияние на электромагнитные свойства линзы.

Мы исследуем реализацию ЛЛ в форме многогранника Голдберга, который представляет собой сферу, замощенную правильными шестиугольниками и небольшим количеством пятиугольников (рис. 11). Частными случаями многогранника Голдберга являются додекаэдр и усеченный икосаэдр. Модель сферической ЛЛ в форме сферического многогранника Голдберга обладает многими преимуществами: радиальная симметрия, высокая прочность конструкции, масштабируемость, отсутствие вспомогательных соединительных элементов в конструкции.

Каждый слой ЛЛ строится с определенным размером шестиугольников и толщиной стенок между ними для достижения требуемого значения диэлектрической проницаемости.

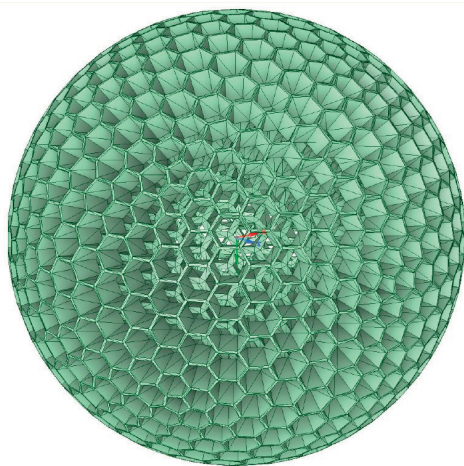


Рис. 11. Модель ЛЛ в форме многогранника Голдберга
Fig. 11. Model of LL in the form of the Goldberg polyhedron

В качестве недостатка данной конструкции можно отметить сложность подбора размеров шестиугольников и толщины стенок при различных радиусах сферы для достижения заданной диэлектрической проницаемости слоя. Для сферы с фиксированным диаметром существует ограниченный диапазон возможных размеров шестиугольников и их количества. Например, если сферический многогранник представляет собой 32-гранное архимедово твердое тело с 60 вершинами и состоит из 20 шестиугольников и 12 пятиугольников (усеченный икосаэдр), то однозначная связь между радиусом r описанной вокруг него сферы и размерами стороны грани шестиугольника определяется выражением

$$r = \frac{a}{2} \sqrt{1 + 9\varphi^2} = \frac{a}{4} \sqrt{58 + 18\sqrt{5}},$$

где a — сторона грани, $\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ — константа золотого сечения.

Таким образом, в многограннике из 20 шестиугольников с радиусом описываемой сферы r сторона шестиугольника не может превышать определенного значения a .

Также стоит отметить, что сфера не может быть замощена одними лишь шестиугольниками. В теории комбинаторики многогранников связь между количеством граней, ребер и вершин трехмерного многогранника определяется формулой Эйлера для многогранников

$$\chi = G - R + V, \quad (2)$$

где χ — целочисленная характеристика топологического пространства; G, R, V — количество граней, ребер и вершин соответственно [15]. Любой выпуклый многогранник имеет характеристику Эйлера $\chi = 2$

$$G - R + V = 2. \quad (3)$$

Если многогранник содержит P пятиугольников и H шестиугольников, тогда количество граней, ребер и вершин многогранника будет равно $G = P + H$, $R = (5P + 6H) / 2$, $V = (5P + 6H) / 3$. Таким образом, характеристика Эйлера равна

$$G - R + V = P + H - \frac{1}{2}(5P + 6H) + \frac{1}{3}(5P + 6H) = \frac{P}{6}. \quad (4)$$

Из (3) и (4) следует, что $P = 12$, то есть многогранник Голдберга всегда имеет ровно 12 пятиугольных граней. 3D-модели многогранников Голдберга для каждого слоя ЛЛ с требуемыми радиусами и размерами граней были построены в программном пакете

Blender и преобразованы в формат твердотельного моделирования в среде Ansys SpaceClaim. Сферический многогранник содержит 630 правильных шестиугольников и 12 пятиугольников.

Для определения размеров шестиугольных многогранников Голдберга для каждого слоя ЛЛ была проведена серия измерений комплексной относительной эффективной диэлектрической проницаемости элементов с воздушными отверстиями в форме сот. Была напечатана серия образцов в форме параллелепипедов с разными размерами шестиугольников в них, т. е. с разным коэффициентом заполнения образца пластиком (рис. 12). Измерения диэлектрической проницаемости проводились с использованием метода линии передачи на векторном анализаторе цепей [16]. В качестве линии передачи использовался волновод стандарта WR90 с рабочим диапазоном частот от 8 до 12 ГГц. При пересчете измеренных значений комплексных коэффициентов передачи и отражения в значения комплексной относительной диэлектрической проницаемости использовался математический аппарат Nicolson-Ross-Weir [17].

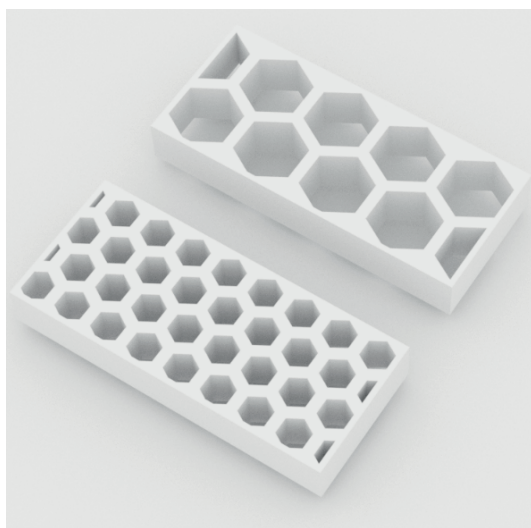


Рис. 12. Образцы для измерения диэлектрической проницаемости

Fig. 12. Samples for measurement of permittivity

Для учета параметров используемой оснастки и волноводных линий передачи была произведена коррекция систематической погрешности измерительной системы с использованием TRL техники калибровки [18]. Рассчитанное значение погрешности измерения действительной части относительной диэлектрической проницаемости при использовании в качестве измерителя вектор-

ного анализатора цепей R&SZVA50 составило не более 5 % и обуславливается погрешностью самого прибора [19].

Исследуемый образец материала помещался внутрь волноводного держателя образца, в связи с этим все исследуемые образцы имели размер 23 x 10 мм, соответствующий сечению используемого волновода. Для учета несоответствия толщины образца и толщины волноводного держателя выполнялся сдвиг опорной плоскости измерения непосредственно к поверхности образца за счет учета имеющегося воздушного зазора.

На рис. 13 приведены частотные зависимости относительной эффективной диэлектрической проницаемости исследуемых образцов материала* PETG, напечатанных на 3D-принтере с разным коэффициентом заполнения. Из этих характеристик видно, что в диапазоне частот от 10 до 12 ГГц параметры материала практически не изменяются.

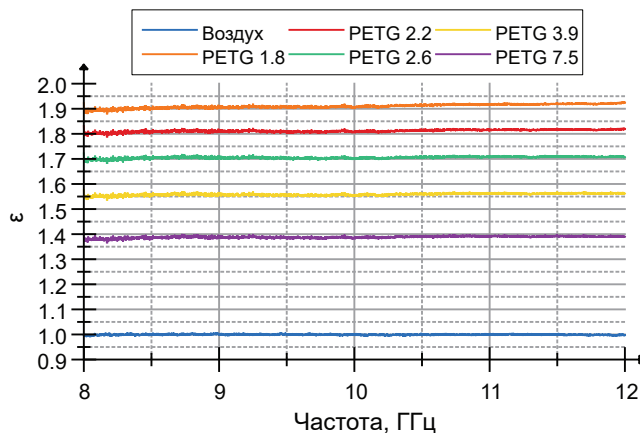


Рис. 13. Частотные зависимости относительной эффективной диэлектрической проницаемости исследуемых образцов материала PETG для разных коэффициентов заполнения

Fig. 13. Frequency dependences of the relative effective permittivity of the investigated samples of the PETG material for different filling factors

Для моделирования ЛЛ были взяты значения измеренной относительной эффективной диэлектрической проницаемости образцов для частоты 10 ГГц. В табл. 8 приведены параметры слоев ЛЛ для выбранных типов материалов. В этом примере решается в некотором смысле «обратная» задача при синтезе линзы,

*Цифровая часть названия материала показывает коэффициент заполнения образца при печати (отношения объема воздуха к объему используемого при печати материала).

когда относительный радиус слоя подбирается по полученным параметрам материала.

Таблица 8. Характеристики слоев ЛЛ
Table 8. Characteristics of Luneburg lens layers

Номер слоя, материал линзы	Коэффициент заполнения*	Проницае- мость ϵ_r	Относительный радиус
1 / PETG 1.8 4.1mm	0,542	1,91	0,3
2 / PETG 2.2 4.2mm	0,512	1,81	0,42
3 / PETG 2.6 4mm	0,458	1,7	0,54
4 /PETG 3.9 4mm	0,41	1,56	0,66
5 / PETG 7.5 4mm	0,256	1,39	0,78
6 / Air		1	1,0006

Примечание: *процентное содержание полимера в заданном объеме образца.

На рис. 14 представлена напечатанная на 3D-принтере из материала PETG ЛЛ, слой которой соответствуют параметрам, приведенным в табл. 7.

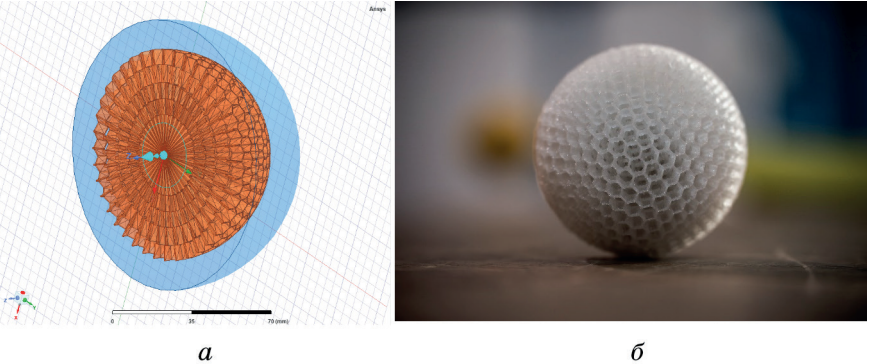


Рис. 14. Структура ЛЛ:
модель в HFSS (а), изготовленная из материала PETG (б)
Fig. 14. LL structure:
model in HFSS (а), made of PETG material (б)

Для экспериментального определения характеристик изготовленной ЛЛ в режиме антенны выполнялось измерение диаграммы рассеяния антенны на основе изготовленной ЛЛ и коаксиально-волноводного перехода (КВП) стандарта WR90 в качестве излучателя. Для генерации и измерения уровня зондирующего сигнала использовался векторный анализатор цепей R&S ZVA50. Испытуемая антенная система, состоящая из изготовленной ЛЛ и КВП,

Денисов Д. В., Носков В. Я., Кусайкин Д. В. и др. | Выбор параметров многослойной сферической линзы Луненберга при ее реализации посредством аддитивных технологий

являлась излучающей. В качестве приемной антенны использовался КВП, аналогичный используемому в исследуемой антенной системе. При этом расстояние между передающей и приемной антеннами при измерениях составляло 2,8 метра. Фотографии измерительной установки представлены на рис. 15.

Для определения параметров диаграммы рассеяния антенной системы на основе изготовленной ЛЛ и КВП проводилось измерение коэффициента передачи S_{21} между исследуемой антенной системой, подключенной к первому порту, и КВП, подключенным ко второму порту анализатора цепей. Измерение угловых характеристик осуществлялось вращением исследуемой антенной системы относительно центра ЛЛ с шагом два градуса.

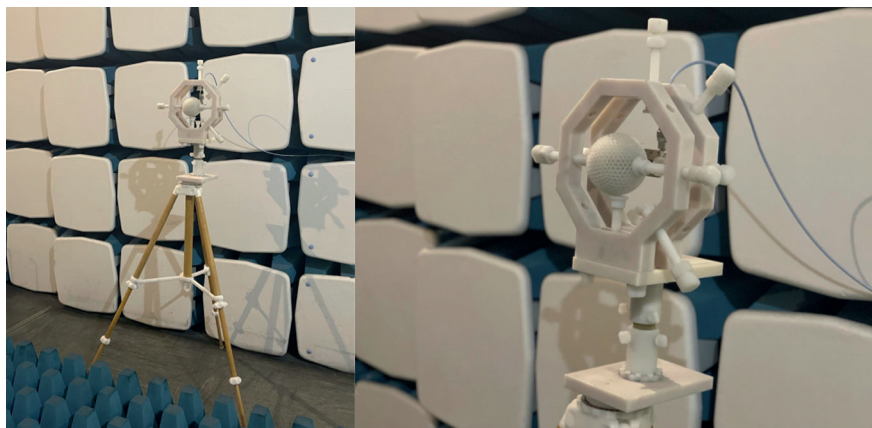


Рис. 15. Измерительная установка для определения характеристик напечатанной ЛЛ из материала PETG
Fig. 15. Measuring setup for characterization of printed LL from PETG material

Для сравнения на рис. 16 для ЛЛ на частоте 10 ГГц приведены графики диаграмм рассеяния, полученные расчетным путем и в результате экспериментальных исследований. На графиках видно хорошее соответствие экспериментальных и расчетных диаграмм. Некоторое расхождение графиков при больших значениях угла азимута может быть связано с погрешностью изготовления линзы методом 3D-печати вследствие дисперсии значения эффективной диэлектрической проницаемости по поверхности слоя.

Заключение

Выполненные нами исследования и полученные при этом результаты позволяют сформулировать ряд рекомендаций по выбо-

ру параметров многослойной сферической линзы Люнеберга при ее реализации посредством аддитивных технологий.

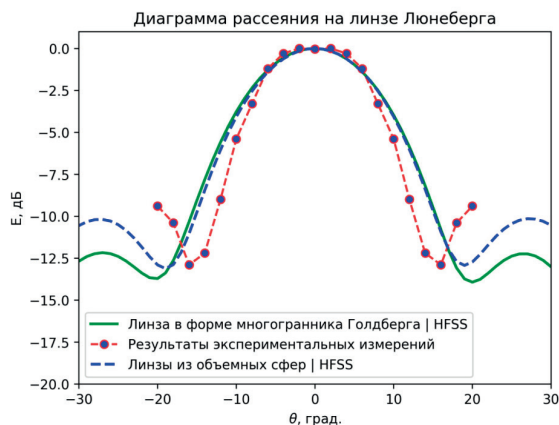


Рис. 16. Сравнение расчетных и экспериментальных зависимостей диаграммы рассеяния ЛЛ от угла в азимутальной плоскости для частоты 10 ГГц

Fig. 16. Comparison of the calculated and experimental dependences of the LL scattering diagram on the angle in the azimuthal plane for a frequency of 10 GHz

В режиме дифракции фокусирующие свойства линзы начинают работать при их диаметрах более двух длин волн. В случаях диаметров 7...8 длин волн наблюдается усиление излучения в направлении падения электромагнитной волны. У линз диаметром больше 10...12 длин волн наблюдается практически линейный рост уровня усиления в децибелах при увеличении диаметра. С увеличением диаметра линз свыше 10 длин волн наблюдается замедление роста усиления примерно до 1 дБ на длину волны. Подобная зависимость может быть полезна при приблизительной оценке свойств линзы в режиме дифракции.

Представленные в табл. 1 данные дают возможность определить затраты вычислительных ресурсов, которые представляются полезными при оценке времени на проектирование ЛЛ и выборе необходимого оборудования расчетных станций.

В табл. 2, 5 и 6 предложены различные способы аппроксимации закона Люнеберга. При проектировании ЛЛ под требуемые рабочие частоты и технические требования рекомендуется использовать в качестве стартовых значений для оптимизатора MOGA параметры слоев ЛЛ, взятые из табл. 6. Сравнение различных способов аппроксимации продемонстрировано на рис. 5, 8 и 10, следовательно, разбиение ЛЛ на количество слоев больше 10 не имеет большой практической пользы.

Описанный в четвертой части статьи порядок действий при реализации методом 3D-печати многослойной ЛЛ в виде многогранника Голдберга апробирован экспериментально и может быть принят как базовый при проектировании иных типов линзовых систем.

Работа выполнена в рамках Государственного задания № 071-03-2023-001.

Список литературы

1. Luneburg R. K. *Mathematical Theory of Optics*. Providence, Rhode Island, USA: Brown University; Providence, R.I.; 1944. 401 p.
2. Kubach A., Shoykhetbrod A., Herschel R. 3D printed Luneburg lens for flexible beam steering at millimeter wave frequencies. *47-th European Microwave Conference (EuMC)*. 2017. Nuremberg, Germany. IEEE; 2017, pp. 787–790. DOI: 10.23919/EuMC.2017.8230965.
3. Пастернак Ю. Г., Пендюрин В. А., Рогозин Е. А., Рогозин Р. Е., Фёдоров С. М. Анализ современных способов и средств технической реализации линзы Лüneберга. *Антенны*. 2022;. 2 (276): 53–62.
4. *Espacenet. Patent search: website*. URL: <https://worldwide.espacenet.com/> (accessed: 22.11.2023).
5. Wang Y. et al. 3D Printed Antennas for 5G Communication: Current Progress and Future Challenges. *Chinese Journal of Mechanical Engineering: Additive Manufacturing Frontiers*. 2023;2(1):1–18.
6. Денисов Д. В. *Антенные и дифракционные характеристики линз Лüneбурга при облучении полем круговой поляризации: дис. ... канд. техн. наук*, Нижний Новгород: Нижегородский государственный технический университет им Р. Е. Алексеева — ННГТУ; 2015. 184 с.
7. Malkin A., Chechetkin V., Korotkov A., Knyazev N. Estimation of uncertainty of permittivity measurement with transmission line method in the wide frequency range. *29th Telecommunications Forum (TELFOR)*. 23–24 November 2021. Belgrade, Serbia. IEEE; 2021, pp. 1–3.
8. Murata T., Ishibuchi H. MOGA: multi-objective genetic algorithms. IEEE international conference on evolutionary computation. Proceedings of 1995 IEEE International Conference on Evolutionary Computation. 29 November 1995–01 December 1995. Perth, WA, Australia. IEEE Piscataway; 1995. Pp. 289–294.
9. Панченко Б. А. *Рассеяние и поглощение электромагнитных волн неоднородными сферическими телами*. М.: Радиотехника, 2013. 264 с.
10. Liang M., Ng W., Chang K., Gehm M., Xin H. An X-band Luneburg lens antenna fabricated by rapid prototyping technology. *IEEE MTT-S International Microwave Symposium*. 05–10 June 2011. Baltimore, MD, USA. IEEE; 2011. Pp. 1–4.
11. Абрамовиц М., Стиган И. (ред.) *Справочник по специальным функциям*. М.: Наука; 1979. 832 с.

12. Fuchs B., Le Coq L., Lafond O., Rondineau S., Himdi M. Design optimization of multishell Luneburg lenses. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2007;55(2):283–289. DOI: 10.1109/TAP.2006.889849
13. Ratajczak P. Design of a 3D Printed Luneburg Lens Antenna for Multiple Beams Applications at mm-wave Frequencies. *13-th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP)*. 31 March — 5 April 2019. Krakow, Poland. IEEE; 2019. Pp. 1–4.
14. Liang M., Ng W., Chang K., Gehm M., Xin H. An X-band Luneburg lens antenna fabricated by rapid prototyping technology // *IEEE MTT-S International Microwave Symposium*, 2011. P. 1–4.
15. Richeson D. S. Euler's Gem: The Polyhedron Formula and the Birth of Topology. Princeton University Press 2008. 332 pp.
16. Knyazev N. S., Malkin A. I. Dielectric permittivity and permeability measurement system. *CEUR Workshop Proceedings*. 2017;1814:45–51.
17. Nicolson A. M., Ross G. F. Measurement of the intrinsic properties of materials by time-domain techniques. *IEEE Transactions on instrumentation and measurement*. 1970;19(4):377–382.
18. Weir W. B. Automatic measurement of complex dielectric constant and permeability at microwave frequencies. *Proceedings of the IEEE*. 1974;62(1): 33–36.
19. Engen G. F., Hoer C. A. Thru-reflect-line: An improved technique for calibrating the dual six-port *automatic* network analyzer. *IEEE transactions on microwave theory and techniques*. 1979;27(12):987–993.

References

1. Luneburg R. K. *Mathematical Theory of Optics*. Providence, Rhode Island, USA: Brown University; 1944. 401p.
2. Kubach A., Shoykhetbrod A., Herschel R. 3D printed Luneburg lens for flexible beam steering at millimeter wave frequencies. *47-th European Microwave Conference (EuMC)*. 10–12 October 2017. Nuremberg, Germany. IEEE; 2017. Pp. 787–790. DOI: 10.23919/EuMC.2017.8230965
3. Pasternak Yu. G., Pindyurin V. A., Rogozin E. A., Rogozina R. E., Fedorov S. M. Analysis of modern methods and means of technical implementation of the Luneberg lens. *Antennas*, 2022;2 (276):53–62. (In Russ.)
4. *Espacenet. Patent search*: website. URL: <https://worldwide.espacenet.com/> (accessed: 22.11.2023).
5. Wang Y. et al. 3D Printed Antennas for 5G Communication: Current Progress and Future Challenges. *Chinese Journal of Mechanical Engineering: Additive Manufacturing Frontiers*, 2023;2(1):1–18.
6. Denisov D. V. *Antenna and diffraction characteristics of Luneburg lenses irradiated by a circularly polarized field: Diss. Cand. Eng. Sciences'*. Nizhny Novgorod; 2015. 184 p. (In Russ.)

7. Malkin A., Chechetkin V., Korotkov A., Knyazev N. Estimation of uncertainty of permittivity measurement with transmission line method in the wide frequency range. *29th Telecommunications Forum (TELFOR)*. 23–24 November 2021. Belgrade, Serbia. IEEE; 2021, Pp. 1–3.

8. Murata T., Ishibuchi H. MOGA: multi-objective genetic algorithms. IEEE international conference on evolutionary computation. *Proceedings of 1995 IEEE International Conference on Evolutionary Computation*. 29 November 1995 — 01 December 1995. Perth, WA, Australia. IEEE Piscataway, 1995, pp. 289–294.

9. Panchenko B. A. Rasseyanie i pogloshchenie elektromagnitnykh voln neodnorodnymi sfericheskimi telami [Scattering and absorption of electromagnetic waves by inhomogeneous spherical bodies]. Moscow: Radiotekhnika; 2013. 264 p. (In Russ.)

10. Liang M., Ng W., Chang K., Gehm M., Xin H. An X-band Luneburg lens antenna fabricated by rapid prototyping technology. IEEE MTT-S International Microwave Symposium. 05–10 June 2011. Baltimore, MD, USA. IEEE; 2011. Pp. 1–4.

11. Abramowitz M., Stegun I. A. (eds.) Handbook of mathematical functions. Washington: US Department of Commerce; 1972. 1046 p.

12. Fuchs B., Le Coq L., Lafond O., Rondineau S., Himdi M. Design optimization of multishell Luneburg lenses. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2007;55(2):283–289. DOI: 10.1109/TAP.2006.889849

13. Ratajczak P. Design of a 3D Printed Luneburg Lens Antenna for Multiple Beams Applications at mm-wave Frequencies. *13-th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP)*. 31 March — 5 April 2019. Krakow, Poland. IEEE; 2019. Pp. 1–4.

14. Liang M., Ng W., Chang K., Gehm M., Xin H. An X-band Luneburg lens antenna fabricated by rapid prototyping technology // IEEE MTT-S International Microwave Symposium, 2011. P. 1–4.

15. Richeson, D. S. Euler's Gem: The Polyhedron Formula and the Birth of Topology. Princeton University Press 2008. 332 pp.

16. Knyazev N. S., Malkin A. I. Dielectric permittivity and permeability measurement system. *CEUR Workshop Proceedings*. 2017;1814:45–51.

17. Nicolson A. M., Ross G. F. Measurement of the intrinsic properties of materials by time-domain techniques. *IEEE Transactions on instrumentation and measurement*. 1970;19(4):377–382.

18. Weir W. B. Automatic measurement of complex dielectric constant and permeability at microwave frequencies. *Proceedings of the IEEE*. 1974;62(1):33–36.

19. Engen G. F., Hoer C. A. Thru-reflect-line: An improved technique for calibrating the dual six-port automatic network analyzer. *IEEE transactions on microwave theory and techniques*. 1979;27(12):987–993.

Информация об авторах

Денисов Дмитрий Вадимович, кандидат технических наук, доцент кафедры информационных технологий и систем управления Института радиоэлектроники и информационных технологий — РТФ Уральского федерального университета имени первого Президента России Б. Н. Ельцина, г. Екатеринбург, Россия;

Носков Владислав Яковлевич, доктор технических наук, профессор кафедры радиоэлектроники и телекоммуникаций Института радиоэлектроники и информационных технологий — РТФ Уральского федерального университета имени первого Президента России Б. Н. Ельцина, г. Екатеринбург, Россия.

Кусайкин Дмитрий Вячеславович, кандидат технических наук, доцент кафедры многоканальной электрической связи Уральского технического института связи и информатики (филиал) Сибирского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Екатеринбург, Россия.

Малкин Александр Иванович, научный сотрудник лаборатории электромагнитной совместимости, Института радиоэлектроники и информационных технологий — РТФ Уральского федерального университета имени первого Президента России Б. Н. Ельцина, г. Екатеринбург, Россия

Скуматенко Илья Олегович, разработчик программного обеспечения, аспирант Института радиоэлектроники и информационных технологий — РТФ Уральского федерального университета имени первого Президента России Б. Н. Ельцина, г. Екатеринбург, Россия.

Information about the authors

Dmitry V. Denisov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Information Technologies and Control Systems, Institute of Radioelectronics and Information Technologies — RTF, Ural Federal University named after the First President of Russia B. N. Yeltsin, Ekaterinburg, Russia.

Vladislav Ya. Noskov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Radioelectronics and Telecommunications, Institute of Radioelectronics and Information Technologies — RTF, Ural Federal University named after the first President of Russia B. N. Yeltsin, Ekaterinburg, Russia.

Dmitry V. Kusaykin, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Multichannel Electrical Communications, Ural Technical Institute of Communications and Informatics (branch), Siberian State University of Telecommunications and Informatics, Ekaterinburg, Russia.

Alexander I. Malkin, Scientific researcher, EMC laboratory, Institute of Radioelectronics and Information Technologies — RTF, Ural Federal University named after the First President of Russia B. N. Yeltsin, Ekaterinburg, Russia.

Ilia O. Skumatenko, Software developer, Postgraduate, Institute of Radioelectronics and Information Technologies — RTF, Ural Federal University named after the First President of Russia B.N. Yeltsin, Ekaterinburg, Russia.

Поступила / Received: 14.09.2023

Принята в печать / Accepted: 06.11.2023