ГРАВИТАЦИОННЫЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ И ВОЛНОВЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ В СТАТИЧЕСКИХ САМОГРАВИТИРУЮЩИХ СРЕДАХ

Е. С. Юдина, А. В. Урсулов
Уральский федеральный университет

В работе в рамках нелокальной теории гравитации в нерелятивистском пределе рассматривается распространение малых возмущений в самогравитирующих средах. Показано, что при определенных условиях одновременный учет темной материи и темной энергии позволяет сделать корректной математическую постановку задачи Джинса о гравитационной неустойчивости статической однородной сплошной среды. Получен закон дисперсии малых одномерных возмущений. Исследованы гравитационные неустойчивости, возникающие в таких системах.

GRAVITATIONAL INSTABILITIES AND WAVE PERTURBATIONS IN STATIC SELF-GRAVITATING MEDIUMS

E. S. Yudina, A. V. Ursulov
Ural Federal University

In the paper within the nonlocal theory of gravitation in the nonrelativistic limit the propagation of small perturbations in self-gravitating mediums is considered. It is shown that under certain conditions the simultaneous consideration of dark matter and dark energy allows one to make a correct mathematical statement of the Jeans problem about the gravitational instability of a static homogeneous continuous medium. The law of dispersion of small one-dimensional perturbations is obtained. The gravitational instabilities arising in such systems are investigated.

Как известно, математическая постановка задачи Джинса о гравитационной неустойчивости статической (неподвижной) однородной сплошной среды не корректна, поскольку однородное распределение плотности вещества не является решением уравнения Пуассона для потенциала гравитационного поля [1]. Один из выходов из данной ситуации состоит в попытке учесть темную материю и темную энергию. Хотя представление о темной материи и темной энергии основывается на астрофизических наблюдениях (кривые вращения галактик, гравитационное линзирование, отклонения от закона Хаббла и т. д.), физическая природа их неизвестна. В работах [2–4] было предложено считать источником эффективной темной материи нелокальность гравитационного поля. В данной работе показано, что такой подход к темной материи совместно с учетом темной энергии, обусловленной наличием космологической постоянной, позволяет при определенных условиях решить проблему некорректной постановки задачи Джинса. Кроме того, указанный подход позволяет получить модельные законы дисперсии плоских волновых возмущений и сделать выводы о темпах нарастания плотности возмущения, обусловленного гравитационной неустойчивостью.

Полная система уравнений, описывающая неподвижную самогравитирующую среду, состоит из уравнения непрерывности, уравнения Эйлера и уравнения Пуассона:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho \vec{v}) = 0, \\ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\vec{\nabla})\vec{\nabla} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}P - \vec{\nabla}\varphi, \\ \Delta\varphi = 4\pi G(\rho + \rho_D - \rho_\Lambda), \end{cases} \tag{1}$$

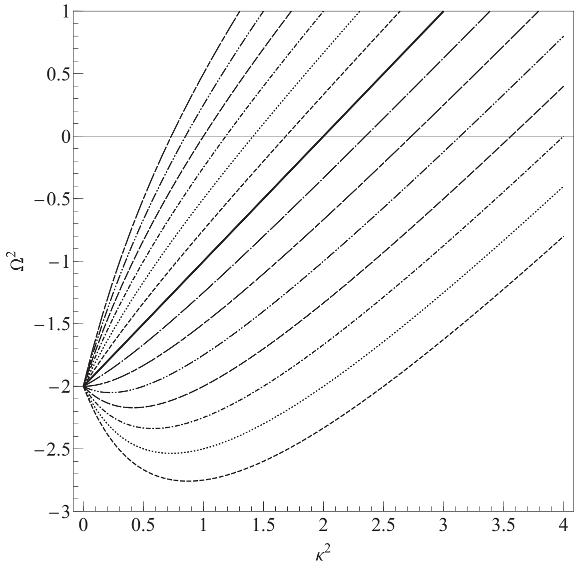
где ρ и $\vec{v}$ — плотность и скорость барионной материи; $P = P(\rho)$ — давление; φ — напряженность гравитационного поля, а

$$\rho_D(\vec{r}) = \int K(\vec{r} - \vec{r'})\rho(\vec{r'})d\vec{r'} \tag{2}$$

есть плотность темной материи, которая зависит от плотности барионной материи посредством интеграла по всему объему, занимаемому этой материей. В данной работе, по сравнению с [2], дополнительно учтена плотность, обусловленная космологической постоянной Λ (плотность «темной энергии») $\rho_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{4\pi G}$ [1]. Условие, при котором становится возможным исключить нулевое приближение из уравнений, имеет следующий вид:

$$\int K(\vec{r})d\vec{r} = \frac{\rho_\Lambda - \rho_0}{\rho_0} > 0. \tag{3}$$

Система уравнений (1) сводится к линейному интегродифференциальному уравнению, описывающему малые одномерные возмущения плотности. Путем моделирования ядра интегрального слагаемого интегродифференциальное уравнение может быть сведено к дифференциальному уравнению. Получен закон дисперсии рассматриваемых возмущений и построен его график (см. рисунок).



Зависимость $\Omega^2(\kappa^2)$ при $\zeta^2 = 1$. Случай Джинса [1] — сплошная прямая линия на графике, соответствует значению $\alpha = -1$. Выше лежат кривые, отвечающие значениям $\alpha > -1$, а ниже — кривые, отвечающие значениям $\alpha < -1$. При $\alpha \leq -(1 + \zeta^2)$ у изображенных на графике кривых появляются минимумы

Здесь $\Omega = \frac{\omega}{\omega_J}$ — безразмерная частота; $\kappa = \frac{k}{k_J}$ — безразмерное волновое число; α — параметр, характеризующий величину пространственной дисперсии; $\zeta = \frac{q}{k_J}$ — безразмерный параметр, который характеризует относительный размер пространственной дисперсии, а k_J и ω_J — волновое число и частота Джинса, соответственно: $k_J = \sqrt{\frac{4\pi G\rho_0}{v_s^2}}$ и $\omega_J = v_s k_J = \sqrt{4\pi G v_s}$, v_s — скорость звука.

Анализ показывает, что Ω^2 обращается в 0 в точках $\kappa_0^2 = \frac{1}{2}\left[\sqrt{\left(\zeta^2+\alpha-1\right)^2+8\zeta^2} - \left(\zeta^2+\alpha-1\right)\right]$, которые существуют при любых значениях α и ζ. Соответствующие длины волн $\lambda_0 = 2\pi/k_0$ определяют критическую массу $M_0 = \left(\lambda_0/2\right)^3\rho_0$. В зависимости от параметров α и ζ, критическая масса M_0 может быть как больше, так и меньше массы Джинса. Минимумы, возникающие при значениях волнового числа $\kappa_{min}^2 = -\zeta^2+\sqrt{-\left(\alpha+1\right)\zeta}$, определяют характерные времена, при которых нарастание плотности происходит более медленно.

Библиографические ссылки

[1] *Зельдович Я. Б., Новиков И. Д.* Строение и эволюция Вселенной. — М. : Наука, 1975. — 736 с.

[2] *Mashhoon B.* Nonlocal gravity: The general linear approximation // Phys. Rev. D. — 2014. — Vol. 90, iss. 12. — P. 124031.

[3] *Mashhoon Bahram.* Nonlocal General Relativity // Galaxies. — 2014. — Vol. 3, № 1. — P. 1–17. 1411.5411.

[4] *Chicone C., Mashhoon B.* Nonlocal Newtonian cosmology // Journal of Mathematical Physics. — 2016. — Vol. 57, № 7. — P. 072501. 1510.07316.