

Заседания семинара «Алгебраические системы»

*Руководитель Л. Н. Шеврин***№ 990, 24.03.2005.** И. А. ВАКУЛА. *Об одном классе графов без 3-лап.*

Изложены основные результаты по описанию конечных связных графов без 3-лап, содержащих 3-клик, в которых любые две вершины, лежащие на расстоянии 2, принадлежат порожденному 4-циклу.

№ 991, 07.04.2005. А. С. ВЕРНИЦКИЙ (Колчестер, Великобритания). *О количестве кратчайших произведений в группоидах.*

Рассмотрим конечный группоид G с зафиксированным порождающим множеством A , где $|G| = n$ и $|A| = m$. Определим ранг $r(g)$ элемента $g \in G$ как минимальную длину произведения порождающих элементов, значение которого равно g . Ранг каждого элемента находится в диапазоне между 1 (y элементов A) и $n - 1$. Будем говорить, что пара $g, h \in G$ является *кратчайшим произведением*, если $r(gh) = r(g) + r(h)$. Мы изучаем количество кратчайших произведений в группоиде. Для фиксированного n мы можем показать, что число кратчайших произведений может принимать любое значение между минимумом 0 и максимумом $(n - 1)^2$. Что касается интересного случая однопорожденных группоидов (т.е. когда $m = 1$), известно следующее. У любой однопорожденной полугруппы размера n число кратчайших произведений равно $\frac{n(n-1)}{2}$. У любого однопорожденного группоида размера n число кратчайших произведений может принимать любое значение между минимумом $n - 1$ и $\frac{n(n-1)}{2}$, однако неизвестно, является ли значение $\frac{n(n-1)}{2}$ максимальным.

№ 992, 14.04.2005. Л. Н. ШЕВРИН. *Памяти Дмитрия Матвеевича Смирнова (1919–2005).*

В. А. БАРАНСКИЙ, С. В. ВИХАРЕВ. *О хроматических инвариантах двудольных графов.*

Указан ряд новых хроматических инвариантов двудольных графов.

№ 993, 21.04.2005. В. А. БАРАНСКИЙ, С. В. ВИХАРЕВ. *О хроматических инвариантах двудольных графов.* •

Окончание предыдущего доклада.

№ 994, 12.05.2005. А. А. БУЛАТОВ (Ванкувер). *Алгебраический подход и теорема о дихотомии для задачи о подсчете числа решений.*

Рассмотрена задача $\#CSP(\mathbb{B})$, в которой для данной конечной модели A требуется найти число гомоморфизмов из A в фиксированную модель $\mathbb{B}$. Приведены примеры таких задач. Указана связь между сложностью задач вида $\#CSP(\mathbb{B})$ и полиморфизмами модели $\mathbb{B}$.

Установлено, что следующие условия являются необходимыми для полиномиальности задачи $\#CSP(\mathbb{B})$:

(1) $\mathbb{B}$ имеет мальцевский полиморфизм;

(2) каждая пара отношений эквивалентности, определяемых в $\mathbb{B}$ (т.е. конгруэнций соответствующей алгебры $Alg(\mathbb{B})$), удовлетворяет некоторым комбинаторным условиям.

Показано, что условия (1) и (2) являются достаточными для полиномиальности задачи $\#CSP(\mathbb{B})$, если им удовлетворяет каждая конечная алгебра из многообразия, порожденного алгеброй $Alg(\mathbb{B})$.

№ 995, 19.05.2005. В. И. ТРОФИМОВ. *О геометрических свойствах вершинно-симметрических графов.*

Пусть Γ – ориентированный вершинно-симметрический граф, для которого граф $\bar{\Gamma}$, получающийся из Γ снятием ориентации, локально конечен и связан, X – конечное собственное подмножество множества вершин графа Γ и $x \in X$. Рассмотрен вопрос о длине кратчайшего ориентированного пути графа Γ , начинающегося в x и заканчивающегося вне X . Показано, что при $diam_{\bar{\Gamma}}(X) \leq diam \bar{\Gamma}$ эта длина не превосходит $c(diam_{\bar{\Gamma}}(X))^2$, где c – число, зависящее (явно указываемым образом) лишь от валентности графа $\bar{\Gamma}$. Рассмотрены следствия этого результата, представляющие интерес для комбинаторной теории групп.

№ 996, 26.05.2005. А. В. КЛЕПИНИН. *Об алгебраических и прикладных аспектах задачи поиска информации.*

Доклад по кандидатской диссертации.

№ 997, 09.06.2005. Ю. С. ЛУКАЧ. *Быстрый морфологический анализ флективных языков.*

Эффективный морфологический анализ является одним из существенных этапов любой системы обработки текстов на естественных языках. Под морфологическим анализом мы понимаем конструктивную процедуру, которая по заданному слову восстанавливает всевозможные его базовые формы и способы получения данного слова из данной базовой формы.

На сегодня существуют два основных подхода к этой проблеме: двухуровневый морфологический анализ, на котором базируется техника использования двухленточных автоматов, и словарный подход, основанный на быстром поиске словоформ в заранее составленном списке с помощью конечного автомата.

Описана практическая реализация алгоритма последовательного построения минимального детерминированного конечного автомата по заданному списку слов, имеющая достаточно высокую эффективность. При этом в минимальном детерминированном конечном автомате хранятся только сами словоформы и магические числа, обеспечивающие совершенное хеширование исходного списка словоформ. Иными словами, для каждой словоформы автомат возвращает либо ее номер в исходном отсортированном списке словоформ, либо нуль, если такой словоформы нет.

Практическая значимость описанной реализации была проверена на морфологическом словаре русского языка, содержащем около 3,5 млн словоформ русского языка, образованных от 205 тыс. базовых форм. При этом соответствующий автомат состоит из 172 тыс. узлов и 414 тыс. дуг, а вся информация (автомат и грамматические дескрипторы слов) занимают на диске менее 15 Мб. Скорость морфологического анализа составляет порядка 50000 слов/с (на компьютере с процессором Pentium 4 с тактовой частотой 2,4 Гц и оперативной памятью 1 Гб, работающем под управлением Microsoft Windows XP). Сама процедура построения автомата требует менее 20 с.

Предложенный алгоритм может использоваться для эффективного морфологического анализа любых флективных языков.

№ 998, 07.07.2005. А. А. КРОХИН (Дарэм, Великобритания). *Супермодулярные функции на решетках и сложность задач оптимизации.*

В оптимизационной задаче удовлетворения ограничений Max CSP даны (i) конечное множество переменных, (ii) семейство «выделенных» подмножеств этого множества и (iii) для каждого выделенного подмножества ограничение на набор значений, которые переменные из данного подмножества могут принимать одновременно. Задача заключается в том, чтобы найти набор значений для всех переменных, при котором выполнено наибольшее число ограничений. Примером такой задачи является задача о максимальном сечении в графе.

В докладе дан обзор результатов о том, как вычислительная сложность задач вида Max CSP зависит от типа используемых ограничений. Показано, что супермодулярные функции на конечных решетках играют важную роль в описании разрешимых за полиномиальное время задач Max CSP. Представленные результаты получены докладчиком и несколькими соавторами в течение последних двух лет.

№ 999, 11.08.2005. J. TŮMA (Прага). *Uniform refinement properties of congruence semilattices of algebras with permuting congruences.*

The talk was based on the preprint of the paper «Functional liftings of distributive semilattices by distances of small type» by P. Růžička, J. Tůma and F. Wehrung.

The main result is the following

Theorem. *The congruence lattice of the free bounded lattice freely generated by at least $\aleph_2$ two element-chains in any non-distributive variety of lattices is not isomorphic to the congruence lattice of any algebra with permuting congruences.*

Since congruence lattices of lattices are distributive, the theorem provides, in particular, an example of a distributive algebraic lattice that is not isomorphic to the congruence lattice of any group, thereby answering in the negative a problem of E. T. Schmidt posed in 1969. The proof is based on the fact that congruence lattices of algebras with permuting congruences satisfy certain uniform refinement property that fails in congruence lattices of the relatively free lattices from the statement of the theorem.

№ 1000, 01.09.2005. Заседание, совместное с пленарным заседанием международной алгебраической конференции, посвященной 100-летию со дня рождения П. Г. Конторовича и 70-летию Л. Н. Шеврина. Все доклады на этом заседании были сделаны на английском языке.

Л. Н. ШЕВРИН. *Семинар «Алгебраические системы» к 1000-му заседанию.*

В докладе было рассказано о деятельности семинара за годы его работы (первое заседание состоялось 2 ноября 1966 г.). Были охарактеризованы основные направления исследований и наиболее примечательные циклы проведенных исследований, перечислены все диссертации, защищенные участниками семинара за эти годы (49 кандидатских и 10 докторских), и все гранты, полученные за последние 11 лет (всего 23 – Минобразования, РФФИ, Международного научного фонда, ИНТАС и др.), указаны некоторые основные публикации участников семинара: обзорные статьи (13 – в отечественных и международных журналах, в трудах международных конференций), статьи энциклопедического характера (65 – в Большой советской энциклопедии, Математической энциклопедии, Математическом энциклопедическом словаре,

справочной книге «The Concise Handbook of Algebra», энциклопедии «Дискретная математика»), монографии (4) и русские переводы зарубежных монографий (5).

За время работы семинара на нем выступили 240 докладчиков, в том числе более 140 иногородних из 45 городов бывшего Советского Союза и 18 городов 13 зарубежных стран (Австралия, Австрия, Великобритания, Венгрия, Германия, Испания, Канада, Монголия, Польша, Португалия, США, Франция, Чехия).

О. Г. ХАРЛАМОВИЧ (Монреаль). *Разрешимость элементарной теории свободной группы.*

Рассказано о полученных совместно с А. Г. Мясниковым доказательствах двух гипотез, которые были выдвинуты Тарским в середине 1940-х гг. Первая из них утверждает, что элементарные теории свободных неабелевых групп различных рангов совпадают. (Этот же результат был независимо доказан Селой.)

Вторая гипотеза утверждает, что элементарная теория свободной группы разрешима. Результат о справедливости этой гипотезы был анонсирован в 1999 г. и к настоящему времени полностью изложен в серии опубликованных или принятых к печати статей. Он основывается на алгебраической геометрии свободной группы, развитой в работах Баумслага, Ремесленникова, Рипса, Плоткина и авторов.

В. Ю. ПОПОВ. *Статус и диаметр полугрупп.*

Для порождающего множества X конечной полугруппы S диаметром $\Delta(X)$ полугруппы S относительно X будем называть наименьшее натуральное число m , для которого произвольный элемент полугруппы S представим в виде произведения не более чем m элементов множества X . Статусом полугруппы называется минимум произведения $|X|\Delta(X)$ по всем порождающим множествам этой полугруппы.

Дан обзор результатов, связанных с нахождением статуса и диаметра полугрупп. Рассмотрены связи этих результатов с теорией проектирования компьютерных и телекоммуникационных сетей.

А. А. БУЛАТОВ (Ванкувер). *Локальные методы решения задач CSP.*

В задаче ОБОБЩЕННАЯ ВЫПОЛНИМОСТЬ (для краткости используется английская аббревиатура CSP) требуется присвоить значения заданному множеству переменных так, чтобы эти значения удовлетворяли некоторым заданным ограничениям. Задача CSP обеспечивает унифицированное представление для широкого класса комбинаторных задач, возникающих во многих областях теоретической информатики, искусственного интеллекта и в ряде других отраслей. В последнее время были разработаны решатели задач CSP, позволяющие справляться с задачами, размеры которых приближаются к масштабам, требуемым в промышленности.

Основным эвристическим методом, используемым почти всеми существующими решателями задач CSP, является так называемое ужесточение ограничений. Этот метод состоит в том, что алгоритм решает задачу, ограниченную на подмножества переменных, содержащие лишь небольшое число переменных, а затем создает новые ограничения, использующие полученную информацию о локальных решениях. Ясно, что если при этом алгоритм обнаруживает несовместность допустимых значений, то задача решений не имеет. В противном случае возможность сделать какое-либо заключение о существовании решения зависит от вида задачи.

Одна из наиболее важных проблем в изучении задачи CSP состоит в том, чтобы охарактеризовать задачи CSP, для которых метод ужесточения ограничений поз-

воляет сделать определенный вывод о существовании решения. Класс задач CSP, обладающих этим свойством, называется классом ограниченной ширины. Мы даем краткий обзор методов и подходов, используемых для изучения задач ограниченной ширины. Эти подходы основаны на результатах из логики, теории игр и теории конечных моделей. Наивысшим достижением в данном направлении является теорема, дающая эквивалентные характеристики широкого класса задач ограниченной ширины, выраженные на соответствующих языках.

Показано, что полиморфизмы конечных моделей, т.е. конечные универсальные алгебры, также весьма полезны в данном исследовании. В частности, именно рассмотрение полиморфизмов позволяет получить исчерпывающую характеристику задач CSP ограниченной ширины на 3-элементном множестве.

F. PASTIJN (Милуоки). *The lattice of varieties of idempotent semirings.*

An idempotent semiring is a semiring for which the two reducts are bands. The subvariety lattice of the variety $\mathbf{W}$ of idempotent semirings satisfying $xy + yx = yx + xy$ is a 662-element distributive lattice containing the 78-element [35-element] subvariety lattice of the variety consisting of the idempotent semirings where the additive [multiplicative] reduct is a semilattice. Each of these 78 varieties is generated by a finite number of finite ordered bands (in Saitô's sense). The reducts of the members of $\mathbf{W}$ are regular bands. The subvariety lattice of the variety of idempotent semirings satisfying the dual distributive laws is isomorphic to the direct product of a four element lattice and a lattice which is itself a subdirect product of four copies of the lattice of all band varieties. Thus, this lattice is countably infinite and completely distributive.

A. М. ШУР. *О сложности формальных языков.*

Дан краткий обзор результатов, связанных с комбинаторной (перечислительной) сложностью формальных языков. Основное внимание уделено результатам докладчика о сложности рациональных языков и применении рациональных языков к оценке сложности произвольных языков.

R. PÖSCHEL (Дрезден). *Completeness and rigidity for operations and relations.*

There are several notions of completeness and rigidity for operational as well as for relational systems. E.g., for the full transformation monoid $M(A) = A^A$ of all unary mappings on a set A , a subset $F \subseteq M(A)$ is called *complete* if F generates $M(A)$, and a relation $\varrho \subseteq A \times A$ or the graph (A, ϱ) is called *(auto-)rigid* if its automorphism group is trivial.

It turns out that completeness and rigidity are «dual» notions from the viewpoint of the Galois connection between operations and relations induced by the relation $f \triangleright \varrho$ (the function f preserves the relation ϱ). In the talk various completeness and rigidity results and their interconnections are reported in a general setting.

L. MARKI (Будапешт). *Universal aspects of general radical theory.*

In this talk we discuss how radicals can be defined from Galois connections. These considerations bring us to short exact sequences. Then we show that factorization systems in categories and radicals in varieties of multioperator groups can both be obtained as special cases of the same construction: simplicial sets of short exact sequences.

This is a joint work with G. Janelidze.