

Заседания семинара “Алгебраические системы”

Руководитель Л. Н. Шеврин

№831, 09.09.98. А.А.КРОХИН. *Интервалы в решетках клонов.*

Доклад по кандидатской диссертации.

№832, 22.10.98, и №835, 12.11.98. Ю.В.НАГРЕВЕЦКАЯ. *О разрешимости теорий групп и моноидов целочисленных матриц.*

Пусть  $GL(3, \mathbb{Z})$  и  $ML(3, \mathbb{Z})$  — полная линейная группа и полный линейный моноид целочисленных матриц порядка 3.

**Теорема.** Теории  $\forall \neg \vee GL(3, \mathbb{Z})$ ,  $\exists \neg \wedge GL(3, \mathbb{Z})$ ,  $\forall \neg \vee ML(3, \mathbb{Z})$  и  $\exists \neg \wedge ML(3, \mathbb{Z})$  являются критическими, а теории  $\exists \forall \wedge \vee GL(3, \mathbb{Z})$  и  $\exists \forall \wedge \vee ML(3, \mathbb{Z})$  разрешимы.

№833, 29.10.98. Л.Н.ШЕВРИН. *О некоторых итогах работы семинара.*

Проанализирована работа семинара за последние годы. Прокомментированы основные сведения о научно-педагогической школе в области математики, сложившейся на базе кафедры алгебры и дискретной математики УрГУ и семинара, которые были направлены Уральским университетом в Министерство образования в связи с объявлением Министерством о формировании программы целевой поддержки ведущих научно-педагогических школ в системе высшего образования.

№834, 05.11.98. А.А.КРОХИН. *Клоны, сохраняющие бинарные отношения.*

Пусть  $C$  — клон на конечном множестве  $A$  и  $|A| > 2$ . Через  $C^{(1)}$  обозначим совокупность всех унарных функций из  $C$ , а через  $L_A$  — решетку всех клонов на  $A$ . Если  $M$  — моноид преобразований множества  $A$ , то множество  $\{C \in L_A \mid C^{(1)} = M\}$  является интервалом в решетке  $L_A$ , который обозначается  $IntM$ .

**Теорема.** Пусть моноид  $M$  состоит из всех преобразований, сохраняющих некоторое нетривиальное рефлексивно-симметричное бинарное отношение на  $A$ , или из всех преобразований, сохраняющих нетривиальный квазипорядок на  $A$ , не являющийся линейным порядком. Тогда  $|IntM| = 2^{n_0}$ .

№836, 19.11.98. И.Ю.ЖИЛЬЦОВ. *Псевдооперации и псевдосвободные подгруппы.*

Доклад по кандидатской диссертации.

№837, 03.12.98. А.Б.ЛИВЧАК. *Базы данных с неполной информацией.*

Построена первая математическая модель баз данных (БД) с неполной информацией. Ранее подобные модели были построены для БД с полной информацией.

№838, 17.12.98. О.Б.ПАЙСОН. *Многообразия колец и алгебр с полугрупповыми тождествами.*

Приведено описание многообразий колец и алгебр над конечным полем, заданных одним несократимым слева и справа полугрупповым тождеством. Докладчиком ранее было получено описание таких многообразий алгебр над бесконечным полем.

**№839, 18.02.99.** Л.Н.ШЕВРИН. *О работе Международного алгебраического семинара, посвященного 70-летию кафедры высшей алгебры МГУ (Москва, 10–12 февраля 1999 г.).*

А.Я.ОВСЯННИКОВ. *Решеточные изоморфизмы вполне 0-простых полугрупп.*

Пусть  $K$  — класс всех вполне 0-простых полугрупп с делителями нуля. Доказано, что  $K$  замкнут относительно решеточных изоморфизмов. Найдено необходимое условие решеточной изоморфности любых двух полугрупп из класса  $K$ . Доказана строгая решеточная определяемость любой полугруппы  $S \in K$ , удовлетворяющей одному из следующих условий:  $S$  — комбинаторна; максимальная подгруппа полугруппы  $S$  обладает порождающим множеством, каждый элемент которого либо порядка 2, либо бесконечного порядка;  $S$  имеет рисовское представление, в сэндвич-матрице которого существует ненулевая подматрица вида  $\begin{pmatrix} 0 & a \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

**№840, 25.02.99, №841, 4.03.99, и №844, 25.03.99.** В.Ю.ПОПОВ. *Об эквациональных теориях классов полугрупп и неассоциативных колец.*

**Теорема 1.** *Существуют полугрупповое и кольцевое тождества, для которых нет алгоритмов, устанавливающих истинность этих тождеств на конечных следах конечно базлируемых многообразий полугрупп и колец соответственно.*

Пусть  $JK$  — эквациональная теория класса алгебр  $K$ ,  $\mathbf{F}$  — класс всех конечных универсальных алгебр и  $F_n X$  — свободная в многообразии  $X$  алгебра ранга  $n$ .

**Теорема 2.** *Существует конечно базлируемое многообразие  $X$  неассоциативных колец (полугрупп) такое, что теории  $JX$  и  $J(X \cap \mathbf{F})$  неразрешимы.*

**Теорема 3.** *Существует конечно базлируемое многообразие  $X$  неассоциативных колец (полугрупп), для которого теория  $JX$  неразрешима, а теория  $J(X \cap \mathbf{F})$  разрешима.*

**Теорема 4.** *Существует последовательность конечно базлируемых многообразий неассоциативных колец  $A_1 \supset B_1 \supset A_2 \supset B_2 \supset \dots$  такая, что для любого  $i \in \mathbb{N}$  теория  $JA_i$  неразрешима, а теория  $JB_i$  разрешима.*

Утверждение, аналогичное теореме 4, справедливо для многообразий полугрупп и их конечных следов.

**Теорема 5.** *Существует последовательность конечно базлируемых многообразий полугрупп  $A_1 \subset B_1 \subset A_2 \subset B_2 \subset \dots$  такая, что для любого  $i \in \mathbb{N}$  теория  $JA_i$  неразрешима, а теория  $JB_i$  разрешима.*

**Теорема 6.** *Для любого натурального  $r > 1$  существует конечно базлируемое многообразие полугрупп  $X_r$ , для которого в полугруппе  $F_n X_r$  проблема равенства слов разрешима тогда и только тогда, когда  $n < r$ .*

**№842, 11.03.99.** Г.В.ТАНАНА. *Многообразия присоединенно регулярных колец.*

Кольцо называется присоединенно регулярным [обобщенно радикальным], если его присоединенная полугруппа регулярна [соответственно клиффордова].

**Теорема.** *Для многообразия колец  $X$  следующие условия эквивалентны:*

- (1)  $X$  состоит из присоединенно регулярных колец;
- (2)  $X$  состоит из обобщенно-радикальных колец;
- (3)  $X$  не содержит ни одного из колец  $\left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \mid \alpha, \beta \in GF(p) \right\}$ ;
- (4) для некоторых  $k, m \in \mathbb{N}$ ,  $k > 1$ , в  $X$  выполнено тождество  $x^m(y-y^k)x^m = 0$ .

**№843, 18.03.99.** А.Б.Ливчак. *Язык полиномиальных запросов Столбоушкина-Тайцлина.*

Обсуждается язык запросов, описанный в книге А.П.Столбоушкина и М.А.Тайцлина "Математические основы информатики" (Ч.3. Тверь, 1998).

**№845, 01.04.99.** А.П.Семигродских. *О замкнутых классах финально периодических функций.*

Замкнутым классом называется класс функций, замкнутый относительно всевозможных суперпозиций. Рассматриваются замкнутые классы примитивно рекурсивных функций. Под рекурсивно замкнутым классом понимается замкнутый класс, который также замкнут относительно примитивной рекурсии. Функцию назовем финально периодической, если она периодична по каждой переменной при достаточно больших значениях аргументов. Автором получено описание рекурсивно замкнутых классов, порожденных константами. В частности, рекурсивно замкнутый класс, порожденный множеством всех констант, есть в точности класс всех финально периодических функций.

**№846, 15.04.99.** А.А.Крохин. *Клоны отношений и сложность алгоритмов.*

Реферативный доклад по статье П.Джейвонса "Об алгебраической структуре комбинаторных задач" (Theor. Comp. Sci. 1998. V.200. P.185-204).

**№847, 22.04.99.** А.А.Булатов. *Конечные алгебры и сложность вычислений.*

Алгебру назовем полиномиально разрешимой, если клон ее термальных операций полиномиально разрешим. Доказано, что операции взятия подалгебры и взятия гомоморфного образа сохраняют полиномиальную разрешимость. Относительно полиномиальной разрешимости полностью классифицированы строго простые минимальные алгебры, то есть простые сюръективные алгебры, не имеющие собственных неоднородных подалгебр.

**№848, 06.05.99.** Б.М.Верников. *Специальные элементы решетки надкоммутативных многообразий полугрупп.*

Многообразии полугрупп называется надкоммутативным, если оно содержит многообразие всех коммутативных полугрупп. В 1994 году М.В.Волков доказал, что решетка всех надкоммутативных многообразий полугрупп антиизоморфна подпрямому произведению решеток конгруэнций некоторых  $G$ -множеств. Основным результатом доклада является полное описание дистрибутивных, кодистрибутивных, стандартных, костандартных и нейтральных элементов решетки всех надкоммутативных многообразий полугрупп. В частности, оказалось, что элементами каждого из пяти указанных типов в этой решетке являются одни и те же надкоммутативные многообразия. Доказательство опирается на упомянутый результат М.В.Волкова и полученное в работе описание элементов пяти указанных типов в решетках конгруэнций  $G$ -множеств.

**№849, 13.05.99.** Ю.Б.Мельников. *О языке индексированных графиков.*

Выделяются некоторые недостатки традиционного подхода к построению математических моделей. Формулируется концепция "структурного пространства" и строится соответствующий ее требованиям язык, названный языком индексированных графиков. Доклад основан на монографии Б.Н.Мельникова и докладчика

“Проблемы методологии исследования геотехногенных структур” (Екатеринбург, 1998).

**№850, 20.05.99.** И.Ю.Жильцов. *Сингулярные слова.*

Для многообразия унарных полугрупп, порожденного всеми конечными эпигруппами (с унарной операцией псевдообращения), найден базис тождеств и положительно решена проблема равенства в соответствующих относительно свободных унарных полугруппах. Главный инструмент доказательства — сингулярные слова; это классы некоторой вполне инвариантной конгруэнции на свободной универсальной алгебре с одной ассоциативной бинарной операцией и счетным семейством унарных операций. В докладе рассмотрены основные свойства сингулярных слов, их связь с проблемой равенства в бернсайдовых полугруппах и их применение для решения проблемы равенства слов.

### Заседания семинара “Устойчивость движений, управление и нелинейные колебания”

**№45, 16.02.96.** А.Н.Красовский. *Управление при дефиците информации.*

Приведено решение задачи конфликтного управления. Для различных критериев качества приведены методы построения оптимальных стратегий.

**№46, 01.03.96.** А.В.Горшков. *Устойчивость формы тела.*

Получены нестационарные уравнения, описывающие процессы деформации цилиндрической трубы при ударе о преграду. Для изучения явления параметрического резонанса использованы численные методы.

**№47, 15.03.96.** Н.Ю.Лукоянов. *К вычислению цены дифференциальной игры с квазипозиционным функционалом.*

Описана процедура вычисления цены дифференциальной игры с квазипозиционными функционалами.

**№48, 11.04.96.** А.Ю.Коврижных. *О взаимосвязи метода стохастического программного синтеза и метода выпуклых сверху оболочек при вычислении цены дифференциальной игры.*

Установлена взаимосвязь метода стохастического программного синтеза и метода выпуклых сверху оболочек в задаче вычисления цены дифференциальной игры.

**№49, 26.04.96.** М.Д.Локшин. *О дифференциальных играх с интегральными ограничениями.*

Предложен метод построения оптимальных стратегий в конфликтной игре с интегральными ограничениями.

**№50, 02.09.96.** А.Ю.Коврижных. *Задачи игрового управления при дефиците информации.*

Сформулированы постановки задач управления с эллиптическими ограничениями при дефиците информации и описаны методы их решения.