

на правах рукописи



Оржеховская Анна Александровна

**ЭФФЕКТИВНЫЙ МЕТОД РАСЧЁТА
ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ПУЧКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ
В УСКОРИТЕЛЕ ИОНОВ**

Специальность 05.13.18 – математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Екатеринбург
2008

Работа выполнена в государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования "Уральский государственный университет им. А.М. Горького" на кафедре математической физики и в Центре по Изучению Тяжёлых Ионов (*Gesellschaft für Schwerionenforschung*), *Darmstadt*, Германия

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор Зубарев Андрей Юрьевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор Селезнев Владимир Дмитриевич

кандидат физико-математических наук
Ульянов Олег Николаевич

Ведущая организация: Федеральное Государственное Унитарное Предприятие "Государственный Научный Центр Российской Федерации - Институт Теоретической и Экспериментальной Физики" ФГУП "ГНЦ РФ - ИТЭФ"

Защита состоится « » 200 г. в часов на заседании диссертационного совета Д 212.286.10 по защите докторских и кандидатских диссертаций при Уральском государственном университете им. А. М. Горького по адресу: 620083, г. Екатеринбург, пр. Ленина, 51, комн. 248.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Уральского государственного университета им. А. М. Горького.

Автореферат разослан « » 2008 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
доктор физико-математических наук,
профессор В. Г. Пименов

1. Общая характеристика работы

Актуальность темы

В настоящее время роль математического моделирования во всех областях науки резко возросла, в особенности благодаря развитию вычислительной техники. Для ряда задач математическое моделирование является единственным средством предварительного изучения явления. К таким вопросам, в частности, относятся исследования в рамках ускорительной физики. Построение математической модели динамики пучка заряженных частиц позволяет быстро и достаточно точно описать поведение частиц в ускорителе, не прибегая к проведению дорогостоящих тестовых экспериментов; на базе имеющихся экспериментальных данных определить значения неизвестных параметров; спрогнозировать поведение пучка не только в режиме нормальной эксплуатации, но и в экстремальных условиях. Аналитические решения играют важную роль как эталонные для оценки качества численных методов, применяемых при моделировании динамики пучка заряженных частиц.

Современное развитие ускорителей происходит как в направлении увеличения энергии ускоренных частиц, так и наращивания интенсивности пучка. Для новых сильноточных ускорителей особенно актуальна проблема потерь частиц высокой энергии. Уход из пучка и столкновение со стенками даже небольшого количества быстрых частиц является причиной радиационной активации ускорителя, требует удалённого управления установкой и

строительства защитных сооружений. Это приводит к значительному удорожанию всего комплекса. Ухудшение качества пучка снижает эффективность использования дорогостоящего оборудования. Более того, даже сравнительно небольшие потери частиц могут привести к выходу установки из строя. Таким образом, физические, экономические и экологические причины заставляют обратить пристальное внимание на уменьшение разброса частиц по энергии, поперечным координатам и скоростям. Потери частиц могут возникать, в частности, под влиянием собственного кулоновского поля пучка и нелинейности ускоряюще-фокусирующих структур.

Однако, моделирование динамики пучка по известным методикам либо требует существенных ограничений, либо не позволяет получить достаточную точность, либо обладает большим расчётным временем. Кроме того, при моделировании динамики пучка в многооборотном сильноточном циклическом ускорителе нужно учитывать нефизичные эффекты, возникающие при компьютерных расчётах из-за накапливания погрешности в стандартных решениях уравнения Пуассона

$$\nabla E(x, y, z) = \frac{\rho(x, y, z)}{\varepsilon_0}$$

с различными граничными условиями, где $E(x, y, z)$ – собственное электрическое поле пучка ионов, $\rho(x, y, z)$ - функция распределения плотности заряда пучка, ε_0 - диэлектрическая константа. По этой причине возникает необходимость разработки новых методов вычисления собственного поля пучка, достаточно точных и экономичных по времени.

Цель диссертации

Разработка аналитического и численного метода вычисления собственного электрического поля пучка ионов, эллиптического в поперечном сечении. Реализация метода в виде комплекса программ, обеспечивающего высокую достоверность результатов вычислений в сочетании со скоростью расчётов, значительно превышающей скорость существующих методов. Использование комплекса программ для расчёта динамики пучка в линейном и кольцевом ускорителе при решении актуальных задач физики ускорителей.

Научная новизна

1. Разработан аналитический метод для расчета собственного электрического поля аксиально-симметричного эллипсоидального сгустка заряженных частиц. Этот метод был использован при сравнении компьютерных программ для расчёта динамики пучка в линейном ускорителе в рамках международного проекта *High Intensity Pulsed Proton Injector (HIPPI)* с участием ведущих ускорительных центров России, Германии, Англии, Италии, США, Франции, Швейцарии.

2. Разработан аналитический метод для расчета собственного электрического поля пучка заряженных частиц в двумерном эллиптическом случае. Для дальнейшего повышения скорости расчётов предлагаемый метод был развит до алгоритма вычисления поля на эллиптической сетке.

3. Разработаны экономичные по времени численно-аналитические методы расчёта собственного электрического поля пучка с произвольной в продольном направлении формой и эллиптического в поперечном сечении.

4. Предложенные аналитический и численный методы вычисления собственного электрического поля пучка ионов, эллиптического в поперечном сечении, могут быть использованы для пучка с произвольной функцией распределения заряда в пространстве.

5. На базе предлагаемых методов создан комплекс компьютерных программ *FSC (Fast Space Charge)* по расчёту собственного электрического поля пучка ионов, эллиптического в поперечном сечении, как в линейных, так и в кольцевых ускорителях, обеспечивающий надёжную точность и высокую скорость вычислений.

Основные результаты, выносимые на защиту

1. Алгоритмы расчёта собственного поля пучка ионов с произвольной функцией распределения плотности заряда, с произвольной продольной формой и эллиптического в поперечном сечении, использующие аналитический и численный методы вычисления интегралов.

2. Комплекс компьютерных программ *FSC* для вычисления собственного поля пучка, включенный в программы по расчёту динамики пучка в линейном ускорителе (*DYNAMION*) и в кольцевом ускорителе (*MICROMAP*).

3. Использование результатов расчёта собственного поля пучка предлагаемым аналитическим методом при сравнении различных

компьютерных программ для вычисления динамики пучка ионов в линейном ускорителе.

Личный вклад автора

Автор

- предложил аналитический метод нахождения собственного электрического поля пучка заряженных частиц для аксиально-симметричного эллипсоидального пучка и для двумерного пучка эллиптического сечения ;
- разработал численно-аналитические методы нахождения собственного электрического поля пучка с произвольной продольной формой и эллиптического в поперечном сечении;
- предложил эффективное определение границ пучка ускоренных частиц для повышения скорости расчётов собственного поля пучка;
- создал комплекс программ *FSC* для расчёта собственного электрического поля пучка заряженных частиц с произвольной продольной формой и эллиптического в поперечном сечении;
- внедрил комплекс программ *FSC* в программы по расчёту динамики пучка в линейном ускорителе (*DYNAMION*) и в кольцевом ускорителе (*MICROMAP*);
- использовал аналитический метод вычисления собственного поля пучка ионов при сравнении компьютерных программ для расчёта динамики пучка ионов в линейном ускорителе в рамках проекта *High Intensity Pulsed Proton Injector (HIPPI)*.

Достоверность научных положений

Для проверки достоверности предлагаемых методов вычисления интегралов и алгоритмов расчёта собственного электрического поля пучка ионов были проведены сравнения с известными в ряде случаев аналитическими решениями и с результатами, полученными другими численными методами и подтвержденными экспериментом. Все тесты показали полное соответствие результатов расчётов с теорией и ранее использовавшимися моделями.

Область применения результатов

Результаты исследований, вошедшие в диссертацию, наиболее полно были использованы для расчёта собственного поля заряженного пучка ионов в линейном и кольцевом ускорителях. Кроме того, общий численный метод вычисления исследуемого класса интегралов может быть применён к обширному списку других проблем, требующих решения интегро-дифференциальных уравнений, описывающих различные природные и технологические процессы; а также для вычисления интегралов, полученных при решении дифференциальных уравнений, и для расчёта интегральных характеристик вычисляемых величин.

Практическая ценность результатов

- Созданный комплекс программ *FSC* для расчёта собственного электрического поля пучка заряженных частиц был внедрен в одну из наиболее развитых многочастичных программ *DYNAMION* для расчёта динамики пучка заряженных частиц в резонансных линейных ускорителях.

- Созданный пакет программ *FSC* внедрён в библиотеку *MICROMAP* для моделирования динамики пучка, исследования резонансных явлений и потерь частиц в кольцевых ускорителях.

- Результаты расчётов собственного поля пучка аналитическим методом явились базовыми при сравнении программ для моделирования динамики пучка, созданных в различных лабораториях мира.

- Одним из ближайших перспективных приложений данного метода является его использование при проектировании сильноточных линейных ускорителей большой мощности для трансмутации ядерных отходов.

Апробация результатов

Результаты, изложенные в диссертации, опубликованы в ведущем реферируемом журнале "Математическое моделирование" (2008 г., т. 20, №9),

докладывались на международных конференциях по ускорительной физике: *EPAC* 2004, *ICFA* 2004, *PAC* 2005, *LINAC* 2006, *ICAP* 2006 и опубликованы в трудах этих конференций,

представлены автором на симпозиуме по международному проекту *HIPPI* (*High Intensity Pulsed Proton Injector, Darmstadt, Германия, 2004 г.*); на семинарах и во внутренних отчётах ускорительного отдела *GSI* (*Darmstadt, Германия, 2003-2008 гг.*), на семинарах отдела прикладных задач Института математики и механики УрО РАН (Екатеринбург, июнь 2008 г.) и кафедры математической физики математико-механического факультета Уральского государственного университета им. А.М.Горького (Екатеринбург, июнь 2008 г.).

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, 3 глав и заключения. Материал работы, изложенный на 111 страницах текста, включает 25 рисунков, 4 таблицы, 2 приложения и список литературы, содержащий 67 наименований.

Список публикаций

Результаты исследований, вошедшие в диссертацию, опубликованы в 7 печатных работах.

2. Основное содержание работы

Во **Введении** обосновывается актуальность темы диссертационной работы, излагается состояние вопроса на момент исследования, формулируются цели и задачи исследования, приводятся основные результаты, выносимые на защиту, описывается структура диссертационной работы.

В **Главе 1** предложен эффективный метод расчёта собственного поля пучка заряженных частиц. Рассматриваются ограниченные пучки с эллипсоидальной симметрией и функцией распределения плотности заряда, задаваемой соотношением

$$\rho(x, y, z) = \frac{Q}{4\pi abc} n(t),$$

где Q – полный заряд сгустка, a, b, c – оси эллипсоида, t – параметр:

$$t = x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2.$$

Функция $n(t)$ удовлетворяет условию нормировки

$$\int_0^{\infty} n(t^2) t^2 dt = 1.$$

Общие формулы для собственного электрического поля трёхмерного эллипсоидального сгустка, выведенные О. Д. Келлоггом, имеют следующий вид:

$$E_x = \frac{Q}{2} x \int_0^{\infty} \frac{n(T) ds}{(a^2 + s)^{3/2} (b^2 + s)^{1/2} (c^2 + s)^{1/2}}, \quad (1)$$

где

$$T = \frac{x^2}{a^2 + s} + \frac{y^2}{b^2 + s} + \frac{z^2}{c^2 + s}.$$

Выражения для компонент E_y и E_z записываются аналогичным образом. Функция распределения плотности заряда $n(t)$ интерполируется полиномом Лагранжа степени N , выбирающейся из соображений минимизации относительной или абсолютной ошибки интерполяции на отрезке рассмотрения либо минимизации ошибки в условиях нормировки. Представление функции распределения плотности заряда полиномом Лагранжа было опробовано, в частности, на наиболее часто использующейся в ускорительной физике Гауссовой функции распределения $n(t)=e^{-t/2}$.

В разделе 1 решается задача нахождения собственного поля эллипсоидального пучка ионов с функцией распределения плотности заряда, заданной в эллипсоиде полиномом некоторой степени

$$n(t) = \sum_{n=0}^N c_n t^n.$$

Параметр t в случае аксиально-симметричного пучка с полуосями $a=b$, $a \ll c$ приобретает следующий вид:

$$t = r^2/a^2 + z^2/c^2, \quad r^2 = x^2 + y^2.$$

Утверждение 1

Формулы Келлога (1) для аксиально-симметричного пучка после подстановки полиномиальной функции распределения выглядят следующим образом

$$E_x = \frac{Q}{2} x \sum_{l=0}^N c_l \sum_{i+j=l} \frac{l!}{i!j!} r^{2i} z^{2j} I_{i+1,j}(s) \quad (2)$$

$$I_{i,j}(s) = \int_s^{\infty} \frac{1}{(a^2 + \xi)^{1+i} (c^2 + \xi)^{1/2+j}} d\xi.$$

Нижний предел интегрирования s в формуле (2), предложенной Д.Франкетти, зависит от положения частицы, для которой вычисляется электрическое поле:

- $s=0$,
если частица находится внутри пучка,
- $s=B/2+(B^2/4+C)^{1/2}$, где $B=r^2+z^2-a^2-c^2$, $C=r^2c^2+z^2a^2-a^2c^2$,
если частица попала за пределы пучка.

Утверждение 2

Функции $I_{i,j}$, представленные интегралом (2), могут быть вычислены по следующей формуле

$$I_{i,j}(s) = \frac{{}_2F_1(1+i, 1/2+i+j, 3/2+i+j, \frac{c^2-a^2}{c^2+s})}{(1/2+i+j)(c^2+s)^{0.5+i+j}}. \quad (3)$$

Здесь ${}_2F_1$ - гипергеометрическая функция, задаваемая соотношением

$${}_2F_1(l, m, n, k) = 1 + \frac{lm}{1!n} k + \frac{l(l+1)m(m+1)}{2!n(n+1)} k^2 + \dots$$

Условия применения этой формулы

$$i+j > -1/2, \quad \left| \frac{c^2 - a^2}{c^2 + s} \right| < 1$$

выполняются для всех значений $i, j, a < c$.

Вычисление интегралов с использованием формулы (3) более экономично, чем с применением рекуррентных соотношений, полученных ранее Д. Франкетти. Кроме того, в диссертации предлагается выбрать границу пучка столь удалённой от его центра (достаточно большие величины полуосей a, b, c), чтобы можно было считать, что все частицы лежат внутри пучка. В этом случае величина интеграла $I_{i,j}(s)$ для всех частиц определяется как $I_{i,j} = I_{i,j}(0)$ и вычисляется однократно до процедуры расчёта поля для конкретных частиц. Этот подход принципиально сокращает время вычислений, особенно когда рассмотрению подлежат большие коллективы частиц (порядка 10^6 частиц) и вычисления производятся многократно.

Утверждение 3

Формулы Келлога (1) для эллипсоидального пучка с произвольными радиусами имеют следующий вид

$$E_x = \frac{Q}{2} x \sum_{l=0}^N c_l \sum_{i+j+k=l} \frac{l!}{i!j!k!} x^{2i} y^{2j} z^{2k} I_{i+1,j,k}$$

$$I_{i,j,k} = \int_0^{\infty} \frac{1}{(a^2 + \xi)^{1/2+i} (b^2 + \xi)^{1/2+j} (c^2 + \xi)^{1/2+k}} d\xi \quad (4)$$

Утверждение 4

Для функций $I_{i,j,k}$, определённых соотношением (4), справедлива следующая формула

$$I_{i,j,k} = \frac{\partial^{i+j+k} I_{0,0,0}}{\partial a^i \partial b^j \partial c^k} \cdot \frac{(-2)^{i+j+k}}{[1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2i-1)] \cdot [1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2j-1)] \cdot [1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2k-1)]}.$$

Однако, использование этого соотношения требует предварительного составления таблиц значений интеграла для больших значений i, j, k . Поэтому предлагается вычислять интеграл (4) сведением к интегрированию по отрезку $[0, 1]$ путём замены переменных $\xi = \varphi/(1-\varphi)$. Для повышения точности расчётов отрезок $[0, 1]$ разбивается на подынтервалы. На каждом подынтервале интегрирование производится численно с помощью квадратурной формулы Гаусса для N_{Gauss} точек. Так, для функции распределения $n(t) = e^{-t/2}$, представленной полиномом 22 степени, было выбрано четыре подынтервала: $[0, 10^{-10}]$, $[10^{-10}, 10^{-5}]$, $[10^{-5}, 10^{-3}]$, $[10^{-3}, 1]$, а квадратурная формула Гаусса использует 96 точек, что было обосновано специально проведённым исследованием.

В разделе 2 предложен численно-аналитический метод расчёта собственного поля пучка с произвольной продольной формой и эллиптического в поперечном сечении. Выражение для плотности заряда записывается в данном случае в следующем виде:

$$\rho = \frac{\lambda(z)}{4\pi a(z)b(z)} n\left(\frac{x^2}{a^2(z)} + \frac{y^2}{b^2(z)}\right),$$

где $\lambda(z)$ - локальная продольная плотность заряда в данном поперечном сечении, а $a(z)$, $b(z)$ – характеристики локальных поперечных размеров сгустка, определяемые по следующим формулам:

$$a(z) = \sqrt{\varepsilon_x \beta_x(z)},$$

$$b(z) = \sqrt{\varepsilon_y \beta_y(z)}.$$

Здесь величины ε_x , ε_y - эмиттансы пучка, т.е. площади проекции пучка на фазовые плоскости координата-угол $(x, dx/dz)$, $(y, dy/dz)$ соответственно, $\beta_x(z)$, $\beta_y(z)$ - периодические (в силу периодичности фокусирующей структуры ускорителя) функции. По этой причине можно ограничиться рассмотрением одного периода $[0, P]$ функций $\beta_x(z)$, $\beta_y(z)$. Каждое поперечное сечение пучка с продольной координатой z представляет собой двумерный эллипс с полиномиальной функцией распределения плотности заряда

$$n(t) = \sum_{n=0}^N c_n t^n,$$

где

$$t = x^2/a^2(z) + y^2/b^2(z).$$

Формулы Келлога (3) в этом случае приобретают следующий вид:

$$E_x = \frac{\lambda(z)}{2} x \sum_{l=0}^N c_l \sum_{i+j=l} \frac{l!}{i!j!} x^{2i} y^{2j} I_{i+1,j}(z), \quad (5)$$

где

$$I_{i,j}(z) = \int_0^\infty \frac{1}{(a^2(z) + \xi)^{1/2+i} (b^2(z) + \xi)^{1/2+j}} d\xi.$$

Для всех i, j таких, что $i+j < N+1$, на интервале $[0, P]$ рассматриваются функции $I_{i,j}(z)$. Для фиксированной координаты z их значение можно вычислить с высокой степенью точности (например, с помощью гипергеометрической функции). Однако, для большого числа частиц время расчётов поля не приемлемо возрастает. Для сокращения времени расчётов предлагается применить интерполяцию функции $I_{i,j}(z)$ на отрезке $[0, P]$.

Вычисление собственного поля пучка ионов произвольной продольной формы и эллиптического в сечении проводилось при расчёте движения частиц в существующем синхротроне *SIS18* и в разрабатываемом синхротроне *SIS100*, включённых в программу *FAIR* в Центре по Изучению Тяжёлых Ионов (*GSI, Darmstadt*, Германия). Аналогичные расчёты могут быть произведены для произвольной ускоряюще-фокусирующей структуры. Результаты расчётов по предложенным для всех случаев алгоритмам показали высокую точность и скорость расчётов созданных методов по сравнению с известными аналитическими и численными результатами.

Глава 2 посвящена практическому применению методов вычисления собственного поля пучка. Описанные в главе 1 методы вычисления собственного электрического поля пучка заряженных частиц были реализованы в виде комплекса компьютерных программ *FSC (Fast Space Charge)* на языке Фортран 77.

Комплекс *FSC* был внедрён в многочастичную программу *DYNAMION* для существенного ускорения расчётов динамики пучка в линейном ускорителе. Проведённые тесты показали хорошее совпадение результатов расчётов динамики пучка (средняя

погрешность составила 2%) в совокупности с принципиальным увеличением скорости вычислений. В таб.1 приводится сравнение времени расчёта динамики пучка для основной части ускорителя *UNILAC* с помощью программы *DYNAMION*. Расчёты поля проводились для разного числа частиц ранее использовавшимся методом парных взаимодействий и предлагаемым в диссертации численно-аналитическим методом. Из-за ограниченных возможностей вычислительной техники практические расчёты динамики пучка программой *DYNAMION* со старым методом вычисления собственного поля пучка были ограничены 15.000 частицами. Новый метод делает возможным моделирование динамики для большого числа частиц (10^5 - 10^6) за реалистичное время, что является перспективным приложением предлагаемого алгоритма вычисления собственного поля пучка.

Таб.1. Время расчёта динамики пучка для первой части ускорителя *UNILAC* с помощью программы *DYNAMION*

метод	10^3 частиц	10^4 частиц	10^5 частиц
<i>парные взаимодействия</i>	10 минут	48 часов	-
<i>численно-аналитический</i>	1 час	2 часа	10 часов

Созданный комплекс программ *FSC* был включен в библиотеку *MICROMAP* для расчёта динамики пучка в кольцевых ускорителях, использующуюся при проектировании новых синхротронов *SIS100* и *SIS300* (программа *FAIR*). Внедрение предлагаемых методов дало заметный выигрыш в скорости вычисления собственного поля пучка

(для 10^5 частиц примерно в 5 раз). Дополнительно для ускорения расчётов в поперечном двумерном сечении был предложен численный метод вычисления поля на эллиптической сетке.

Аналитический метод вычисления собственного поля пучка явился базовым при сравнении различных компьютерных программ для вычисления динамики пучка в линейном ускорителе в рамках международного проекта *High Intensity Pulsed Proton Injector (HIPPI)* с участием ведущих ускорительных центров России, Германии, Англии, Италии, США, Франции, Швейцарии. Проведённые оценки показали хорошее совпадение результатов расчёта поля для всех пакетов.

На рис.1 показано сравнительное время вычислений собственного поля аксиально-симметрического эллипсоидального пучка (10^5 частиц) в статическом случае с применением предлагаемого аналитического метода и широко используемых программ *HALODYN*, *IMPACT*, *PARMILA*, *PARTRAN*, *PATH*.

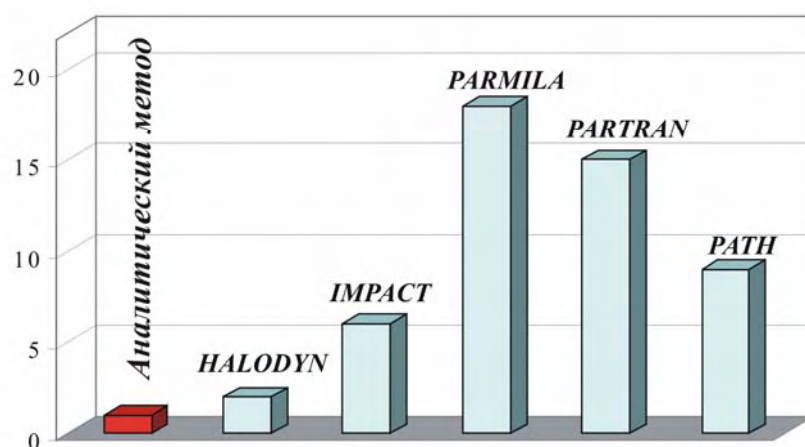


Рис.1. Сравнительное время вычислений собственного поля 10^5 частиц для аксиально-симметрического эллипсоидального пучка разными методами (статический случай)

Данные программы используют незначительно отличающиеся в реализации стандартные методы решения уравнения Пуассона на сетке с помощью быстрого преобразования Фурье. Как видно на рис.1, скорость вычислений при использовании предлагаемого в диссертации алгоритма значительно превышает скорость расчётов по другим методикам.

Одним из ближайших перспективных приложений созданного комплекса программ является его использование для расчёта динамики пучка при проектировании сильноточных высокоэнергетических линейных ускорителей для трансмутации ядерных отходов.

В **Главе 3** описан численный метод вычисления интегралов вида

$$\int_a^b f(x)g(x)dx, \quad (6)$$

использовавшийся в Главе 1. В основе метода лежит идея разложения части подынтегрального выражения - функции $f(x) \in C_r[a,b]$ - в виде полинома Лагранжа

$$f_N(x) = \sum_{n=0}^N c_n x^n$$

по узлам Чебышева. На функцию $f(x)$ могут быть наложены некоторые критерии оценки, например, условия нормировки вида

$$\int_u^v h(f(\varphi(x)))dx = A,$$

где $h, \varphi \in C_s[u, v]$, A – константа. Эти условия могут быть использованы при выборе степени интерполяционного полинома. Тогда вычисление интеграла (6) сводится к вычислению следующего интеграла:

$$\int_a^b \sum_{i=0}^N c_i x^i \cdot g(x) dx = \sum_{i=0}^N c_i \int_a^b x^i g(x) dx. \quad (7)$$

Как правило, функция $g(x)$ выбирается таким образом, чтобы интеграл (7) легко вычислялся. Проведённые тесты показали высокую точность расчётов по предлагаемому методу, а также позволили оценить "эффективную" степень интерполяционного полинома ($N \approx 20$).

В **Заключении** сформулированы основные результаты и выводы работы.

- На основе эффективного метода вычисления одного класса интегралов разработан алгоритм расчёта собственного поля пучка ионов произвольной продольной формы и эллиптического в поперечном сечении. Функция распределения пространственного заряда может быть задана как произвольной аналитической функцией, так и представлена набором частиц. Высокая точность численно-аналитических решений подтверждена многочисленными тестами по сравнению с аналитическими расчётами и известными численными методами.

- Аналитические и численные методы были реализованы в виде комплекса программ *FSC (Fast Space Charge)* для использования при расчёте динамики пучка как в линейных (программа *DYNAMION*), так и

в кольцевых (программа *MICROMAP*) ускорителях. Результаты расчётов поля аналитическим методом легли в основу сравнения программ для расчётов динамики пучка в линейном ускорителе в рамках международного проекта *High Intensity Pulsed Proton Injector (HIPPI)*.

- Значительный выигрыш в скорости расчётов по предлагаемым методам продемонстрирован в сравнении с широко используемыми компьютерными программами для расчёта динамики пучка *DYNAMION* (ИТЭФ, Москва и *GSI, Darmstadt*), *HALODYN* (Университет г. Болонья), *IMPACT* (*LANL*, Лос-Аламос и *LBNL*, Беркли), *LORASR* (*IAP*, Университет Гёте, Франкфурт), *PARMILA* (*LANL*, Лос-Аламос), *PARTRAN* (*CEA*, Сакле), *PATH* (*CERN*, Женева), *TOUTATIS* (*CEA*, Сакле).

- Таким образом, предлагаемые алгоритмы вычисления собственного поля пучка произвольной продольной формы и эллиптического в поперечном сечении сочетают высокую скорость с достаточной точностью расчётов. Методы имеют широкую практическую реализацию в решении актуальных задач ускорительной физики. Созданная библиотека программ *FSC* применялась и будет применяться при проектировании различных линейных и кольцевых ускорителей, расчёте динамики пучка заряженных частиц, исследовании резонансных явлений и т.д.

Приложения содержат:

- блок-схему комплекса программ,
- описание внешних параметров, использующихся при работе библиотеки,

- запись вызова процедур для вычисления собственного поля пучка из внешней программы,
- список основных внутренних подпрограмм пакета.

3. Список публикаций

Статья, опубликованная в ведущем рецензируемом журнале, определенном ВАК:

1. **А. Оржеховская**, *Эффективный численно-аналитический метод вычисления одного класса интегралов, встречающихся в ускорительной физике* // "Математическое моделирование", 2008, т.20, №9, стр. 67-74, 0.67 п. л .

Другие публикации:

2. **А. Orzhekhovskaya**, G. Franchetti, *A Space Charge Algorithm for Ellipsoidal Bunches with Arbitrary Beam Sizes and Particle Distribution* // Proc. of European Particle Accelerator Conference, EPAC 2004, ed. J. Chin, pp. 1975-1977
3. A. Franchi, W. Bayer, G. Franchetti, L. Groening, I. Hofmann, **А. Orzhekhovskaya**, S. Yaramyshev, X. Yin, A. Sauer, R. Tiede, C. Clemente, R. Dupurrier, D. Uriot, G. Bellodi, F. Gerigk, A. Lombardi, T. Mutze, *Benchmarking Linac Codes for the HIPPI Project* // Proc. of 33rd ICFA Advanced Beam Dynamics Workshop: High Intensity High Brightness Hadron Beams (AIP, New York, 2005), **773**, pp. 110-113
4. G. Franchetti, I. Hofmann, P.Spiller, **А. Orzhekhovskaya**, *Intensity and Bunch-Shape Dependent Beam Loss Simulation for the SIS100* // Proc. of Particle Accelerator Conference, PAC 2005, ed. C. Horak, pp. 3807-3809

5. A. Franchi, W. Bayer, G. Franchetti, L. Groening, I. Hofmann, **A. Orzhekhovskaya**, S. Yaramyshev, X. Yin, A. Sauer, R. Tiede, C. Clemente, R. Dupurrier, D. Uriot, G. Bellodi, F. Gerigk, A. Lombardi, T. Mutze, *Linac Codes Benchmarking in Preparation of the UNILAC experiment* // CARE-Note-2006-011-HIPPI, CERN, 2006, pp. 1-29
6. A. Franchi, W. Bayer, G. Franchetti, L. Groening, I. Hofmann, **A. Orzhekhovskaya**, S. Yaramyshev, X. Yin, A. Sauer, R. Tiede, C. Clemente, R. Dupurrier, D. Uriot, G. Bellodi, F. Gerigk, A. Lombardi, T. Mutze, *Linac Codes Benchmarking for the UNILAC experiment* // Proc. of Linear Accelerator Conference, LINAC 06, pp. 460-462
7. **A. Orzhekhovskaya**, G. Franchetti, *A Space Charge Algorithm for the Bunches of Elliptical Cross Section with Arbitrary Beam Sizes and Particle Distribution* // Proc. of International Computational Accelerator Physics, ICAP 2006, TUPPP05, pp. 106-109