

Оригинальная статья / Original Paper

DOI 10.15826/urej.2022.6.2.003

УДК 621.396.67

Влияние металлического стержня внутри сферической линзы Лунеберга на ее характеристики

Д. В. Денисов^{1, 2} ✉, В. Я. Носков¹¹ Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина, Россия, 620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 32² Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Россия, 630102, г. Новосибирск, ул. Кирова, 86

✉ denisov.dv55@gmail.com

Аннотация

В работе обсуждается вариант инсталляции несущего элемента внутри сферической линзы Лунеберга (ЛЛ). Наличие металлического элемента внутри ЛЛ позволит повысить конструктивную жесткость сферической антенны и тем самым расширить область использования ЛЛ на различных объектах подвижной связи и радиолокации с тяжелыми условиями эксплуатации. Приводится оценка влияния металлического стержня внутри основной сферической конструкции на диаграмму направленности в двух основных плоскостях в режиме линейной поляризации и на картину дифракции поля излучения. Результаты анализа характеристик направленности и дифракционной картины поля излучения ЛЛ получены с помощью моделирования в рабочей среде Ansys Electronics Desktop (HFSS Design), а также математическим моделированием с применением метода тензорных функций Грина. При этом полученные математические соотношения могут быть использованы в дальнейшем для решения задачи поиска оптимальных размеров и положения металлического элемента в сфере ЛЛ.

Ключевые слова

линза Лунеберга, электродинамическое моделирование, диаграмма направленности, HFSS, метод тензорных функций Грина

Для цитирования

Денисов Д. В., Носков В. Я. Влияние металлического стержня внутри сферической линзы Лунеберга на ее характеристики. *Ural Radio Engineering Journal*. 2022;6(2):160–185. DOI: 10.15826/urej.2022.6.2.003.

The influence of a metal rod inside a spherical Luneberg lens on its characteristics

D. V. Denisov^{1, 2} ✉, V. Ya. Noskov¹¹ Ural Federal University named after first President of Russia B. N. Yeltsin, 32 Mira Str., Ekaterinburg, 620002, Russia² Siberian State University of Telecommunications and Informatics, 86, Kirov Str., Novosibirsk, 630102, Russia

✉ denisov.dv55@gmail.com

Abstract

The paper discusses the option of installing a load-bearing element inside a spherical Luneberg lens (LL). The presence of a metal element inside the LL will increase the structural rigidity of the spherical antenna and thereby

© Денисов Д. В., Носков В. Я., 2022

expand the scope of use of the LL at various mobile communications and radar facilities with severe operating conditions. The influence of a metal rod inside the main spherical structure on the radiation pattern in two main planes in the linear polarization mode and on the diffraction pattern of the radiation field is estimated. The results of the analysis of the directional characteristics and the diffraction pattern of the LL radiation field were obtained using modeling in the Ansys Electronics Desktop (HFSS Design) working environment, as well as mathematical modeling using the Green tensor function method. At the same time, the obtained mathematical relations can be used in the future to solve the problem of finding the optimal size and position of a metal element in the sphere of LL.

Keywords

Luneberg lens, electrodynamic modeling, radiation pattern, HFSS, Green tensor function method

For citation

Denisov D. V., Noskov V. Ya. The influence of a metal rod inside a spherical Luneberg lens on its characteristics. *Ural Radio Engineering Journal*. 2022;6(2):160–185. (In Russ.) DOI: 10.15826/urej.2022.6.2.003.

1. Введение

Линза Люнеберга¹ (ЛЛ) представляет собой объемное физическое тело, способное благодаря формированию особого закона изменения показателя преломления в зависимости от расстояния до центра тела преобразовывать сферический фронт электромагнитной (ЭМ) волны в плоский, выступая тем самым в роли высоконаправленной антенны [1]. На сегодняшний день существует множество способов изготовления сферических ЛЛ с требуемым законом изменения показателя преломления из объемного диэлектрика. В частности, существуют технологии быстрой печати с использованием 3D-принтеров [2]. Материал, используемый при трехмерной печати, обладает нужными электрофизическими свойствами, необходимыми для создания антенны на основе ЛЛ. В связи с дешевизной и широкой распространенностью та-

¹ В последнее время в отечественной научной литературе, посвященной линзовым антеннам Люнеберга, все чаще можно встретить написание фамилии немецкого автора R.K. Lüneburg ['ly:nəbʊrk] на русском языке как Люнебург. В ряде англоязычных научных статей также встречается двойное написание этой фамилии, а именно Luneburg и Lüneburg. Например, в библиотеке IEEEExplore соотношение между этими написаниями примерно одинаково. Мы будем придерживаться традиционного написания этой фамилии как Люнеберг, принятого в ряде классических учебников по теории дифракции и антенной технике [3; 4]. При этом учитываем также то, что приставка «берг» в русском языке свойственна написанию окончания фалилий, а «бург» – названий городов, хотя встречаются и исключения. Например, Люнебург (Lüneburg) – ганзейский немецкий город в Нижней Саксонии, в 50 км к юго-востоку от Гамбурга. Через город Люнебург протекает река Ильменау, приток Эльбы. Пример в качестве исключения – Илья Григорьевич Эренбург, известный писатель, поэт, публицист, журналист.

кого вида пластика, изготовление антенн на базе сферической ЛЛ уже не является сложной задачей. Поэтому такие антенны уже в ближайшее время могут найти широкое применение не только в средствах радиолокации и навигации, но и в беспроводных широкополосных средствах связи гражданского назначения, системах связи пятого поколения 5G, беспилотных системах, системах управления и т. д.

Ряд полезных свойств ЛЛ давно описан в литературе [2]. В качестве основных достоинств таких линз выделяют возможность осуществлять сканирование лучей в широком диапазоне углов, возможность формировать несколько независимых диаграмм направленности ЭМ излучения одновременно в силу своей сферически-симметричной конструкции, эргономичность и умеренное аэродинамическое сопротивление.

Однако в известных нам работах не поднимался вопрос о влиянии металлических включений внутрь ЛЛ на ее антенные характеристики. Такие включения целесообразны для придания жесткости конструкции ЛЛ, необходимой в случаях тяжелых условий эксплуатации антенной системы, а также удобства установки элементов возбуждения сферической линзы и надежности ее крепления на мачты, транспорт и иные подвижные объекты связи и радиолокации. С целью решения указанного вопроса в настоящей статье представлены результаты анализа и моделирования характеристик направленности и дифракционной картины ЭМ поля излучения с учетом наличия металлического стержня внутри ЛЛ. Данные результаты получены с помощью моделирования в рабочей среде Ansys Electronics Desktop (HFSS Design), а также математического моделирования с применением метода тензорных функций Грина.

2. Проблема реализации широкоугольного сканирования

Для того чтобы создать ЛЛ с требуемым законом изменения коэффициента преломления в качестве основного материала тела линзы, необходимо использовать неоднородный диэлектрик. При этом изменять параметры диэлектрика можно, контролируя плотность его заполнения при 3D-печати, причем диэлектрическая проницаемость материала, как показано на рис. 1, должна меняться в диапазоне от двух в центре сферы до единицы на ее поверхности.

Существуют и другие весьма оригинальные варианты изготовления ЛЛ. Большинство из них реализует ступенчатое приближение коэффициента преломления к закону Люнеберга, то есть линза реализуется в виде многослойного материала с различными параметрами диэлектрической проницаемости. Как

правило, диэлектрическая проницаемость внутри каждого слоя постоянна и дискретно изменяется от слоя к слою. Было установлено, что реализация ЛЛ с количеством слоев больше 20 нецелесообразна и не приводит к существенному улучшению характеристик линзы [3]. Для того чтобы приблизить параметры ЛЛ к требуемым значениям, могут быть применены различные оптимизационные алгоритмы реализации. Например, критерием оптимизации может служить квадратурное приближение параметров стратификации к закону Люнеберга [4].

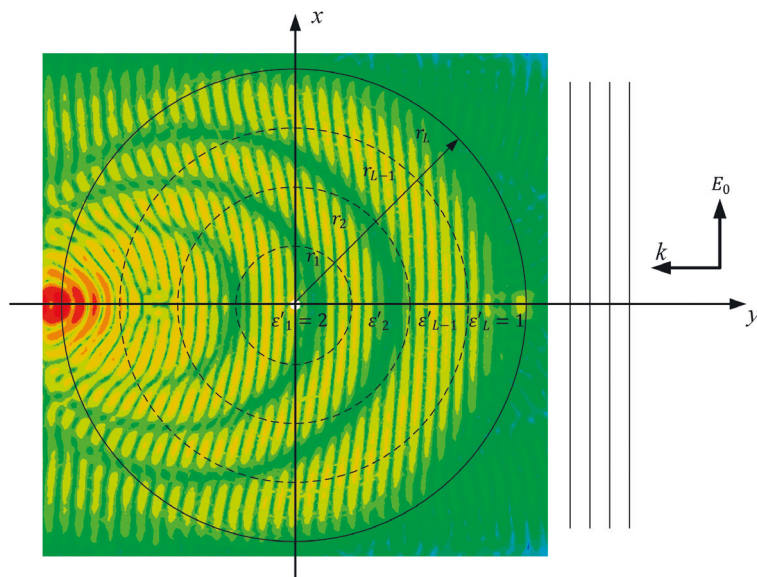


Рис. 1. Картина дифракции электромагнитного излучения на многослойной линзе Люнеберга

Fig. 1. The diffraction pattern of electromagnetic radiation on a multilayer Luneberg lens

В период 2000–2010 годов основным способом задания неоднородного материала было добавление различных вкраплений для изменения диэлектрической проницаемости. Для этого, например, мог использоваться материал с определенным значением диэлектрической проницаемости, значение которой могло плавно увеличиваться путем добавления металлической стружки или иных неоднородностей, способных повлиять на коэффициент преломления материала. Также встречались способы изготовления ЛЛ с помощью пенопласта разной степени плотности.

С развитием средств трехмерной печати появилась возможность плавно изменять геометрию материала с достаточной степенью точности, управляя тем самым его электрофизическими параметрами. Развитию этого метода реализации ЛЛ и иных

элементов и узлов сложной СВЧ-техники с требуемыми показателями в последнее десятилетие посвящено достаточно большое число публикаций [2; 5–8]. Однако, как уже было отмечено выше, вопросы крепления облучателя на ЛЛ с помощью металлического стержня, помещенного в тело линзы, и влияние этого стержня на антенные характеристики ЛЛ остаются практически незатронутыми. В результате основное достоинство линзы, которое заключается в широкоугольном сканировании, остается в полной мере не реализованным.

В качестве анализа возможных способов крепления линзы и размещения облучателя вдоль поверхности ЛЛ рассмотрим некоторые решения. На рис. 2 изображена ЛЛ, у которой неоднородность диэлектрической проницаемости материала получена благодаря вырезам отдельных компонентов по параболическому профилю [9].

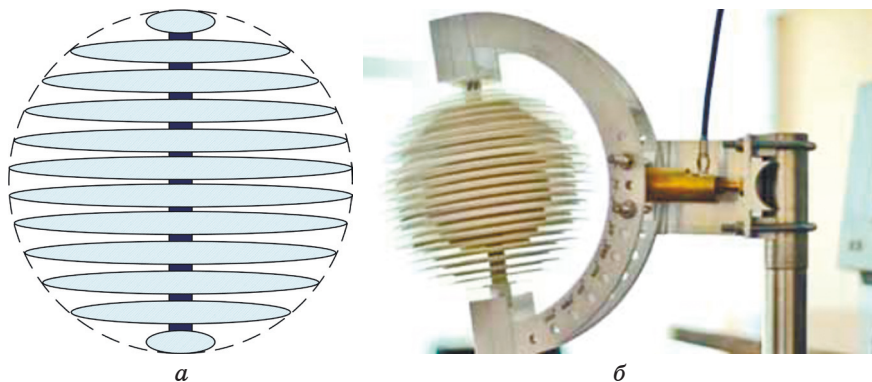


Рис. 2. Эскиз конструкции линзы Лунеберга

из диэлектрических слоев с параболическим профилем (а) и внешний вид линзы из плоских диэлектрических слоев (б) [9]

Fig. 2. Design sketch of a Luneberg lens made of dielectric layers with a parabolic profile (a) and the appearance of a lens made of flat dielectric layers (b) [9]

Конструкция линзы на рис. 2а, несомненно, оригинально решает задачу формирования узконаправленного луча, но она не обеспечивает удовлетворительную механическую прочность конструкции антенной системы. Это обусловлено тем, что единственным элементом, обеспечивающим целостность линзы, является тонкая сердцевина из диэлектрика, а низкая прочность заготовки и высокие требования к точности реализации параболического выреза в материале не позволяют изготовить макет автоматизированными методами. На рис. 2б показан макет ЛЛ, состоящей из дисков переменного радиуса, которые имитируют изменение коэффициента преломления вдоль радиуса линзы. В этой кон-

струкции способ крепления облучателя не предполагает его перемещение вдоль поверхности линзы. Кроме того, в случае реализации полноповоротной системы, центральный стержень из диэлектрика не позволит сделать устойчивую к механическим нагрузкам конструкцию для перемещения облучателя.

Также можем рассмотреть еще один вариант крепления линзы. На рис. 3 приведена ЛЛ из сферических слоев, которые выполнены из материалов на основе полистирола с диэлектрической проницаемостью, изменяющейся с шагом 0,1 [10; 11]. Линза зажимается между верхним и нижним креплением, тем самым обеспечивая жесткую фиксацию. Однако предложенный вариант крепления также ограничивает углы обзора либо не предполагает перемещение облучателя.

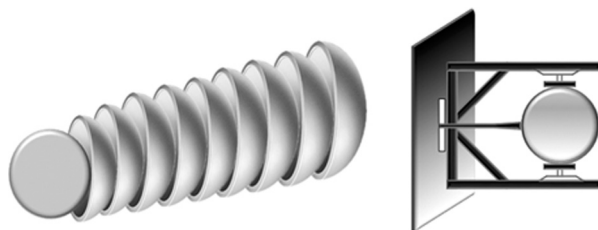


Рис. 3. Линза Люнеберга из сферических слоев с креплением [11]

Fig. 3. Luneberg lens made of spherical layers with mounting [11]

Еще одно часто встречающееся размещение ЛЛ – это ее установка в нишу, в которую погружается часть сферы. Подобный вариант размещения показан на рис. 4 [8].

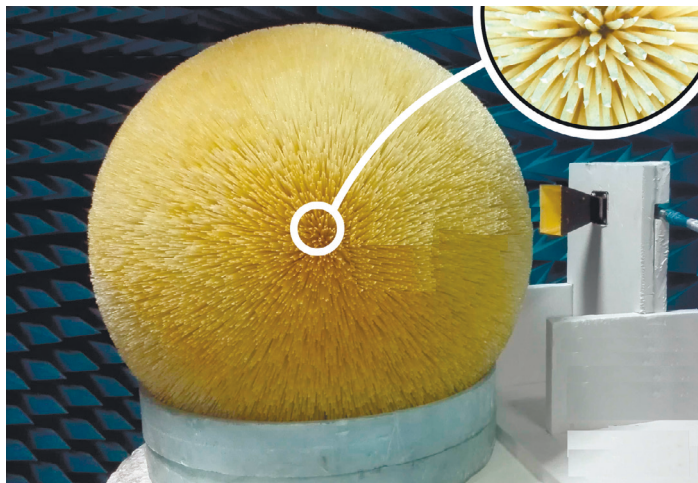


Рис. 4. Сферическая линза Люнеберга на основе диэлектрического метаматериала [8]

Fig. 4. Spherical Luneberg lens based on dielectric metamaterial [8]

При таком размещении основания сферы ЛЛ полноповоротное перемещение облучателя возможно реализовать только в азимутальной плоскости. На рис. 5 изображен вариант крепления линзы на мачте одной из фирм-разработчиков линзовых антенн Eahison (провинция Гуандун, Китай). Такое крепление, даже в случае реализации поворотного механизма в азимутальной плоскости, по сути, остается невозможным в угломестной плоскости [11].

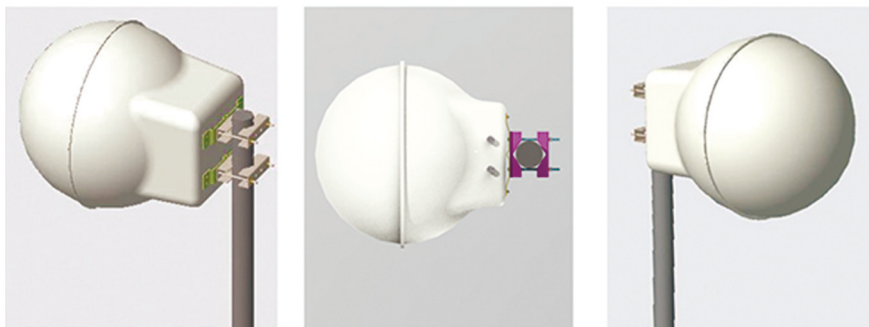


Рис. 5. Линзовая многолучевая антенна Лунеберга, формирующая от 2 до 48 лучей [11]

Fig. 5. Luneberg lens multipath antenna forming from 2 to 48 beams [11]

Реализовать антенную систему широкоугольного сканирования на базе ЛЛ представляется возможным с помощью радиальной системы, управляемой высокоточными сервоприводами. Однако в этом случае крепление приводов, способных обеспечить вращение дуги в широком диапазоне углов, должно осуществляться на центральной оси сферы (или близко к ней). При условии, что перемещение облучателя (для сканирования в азимутальной плоскости) как правило нужно производить в нижней части сферы, то наиболее эффективным видится необходимость интеграции в сферу прочных несущих конструкций, способных удержать вес линзы на подвесе. Наличие прочного конструктивного элемента внутри сферы позволит надежно установить систему сервоприводов с радиальной дугой для крепления облучателя, как показано на рис. 6.

Таким образом, в качестве основного несущего элемента конструкции предлагается использовать центральный металлический стержень. Понятно, что наличие такого элемента в конструкции линзы может снизить эффективность антенны и негативно повлиять на ее рабочие характеристики. Поэтому очевидна важность исследования влияния металлического стержня внутри сферы ЛЛ на ее антенные характеристики.

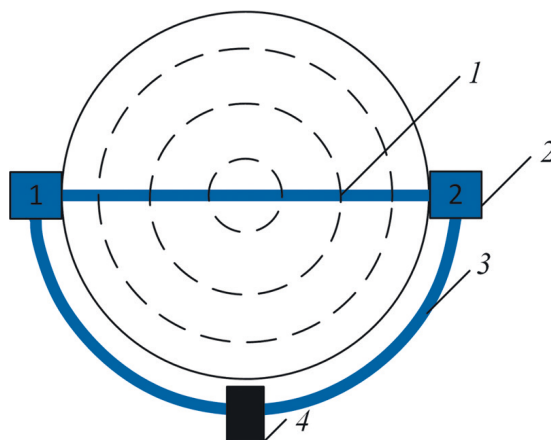


Рис. 6. Схематичное расположение системы перемещения облучателя вдоль поверхности линзы с помощью сервоприводов, закрепленных на металлическом стержне, проходящем через центр сферы:

1 – металлический стержень внутри линзы; 2 – сервопривод;
3 – радиальная дуга; 4 – излучатель

Fig. 6. Schematic arrangement of the system for moving the irradiator along the lens surface using servos mounted on a metal rod passing through the center of the sphere:
1 – metal rod inside the lens, 2 – servo, 3 – radial arc, 4 – radiator

3. Исходная модель для анализа линзы Лüneберга

При построении модели ЛЛ будем использовать известную из работ [4; 12] оптимизированную аппроксимацию профиля применительно к шестислойной модели линзы. Тело линзы, как было указано выше, строится в виде сфер с разной диэлектрической проницаемостью, пронизанных металлическим стержнем через их центр. Модель создана в программном пакете Ansys Electronics Desktop (HFSS Design) с применением параметрического анализа.

На рис. 7а приведены графики зависимости диэлектрической проницаемости $\varepsilon(r)$ от расстояния до центра линзы в соответствии с законом Лüneберга и оптимизированной стратификации ее шестислойной модели. Данный подход обеспечивает при наименьшем количестве слоев лучшие антенные характеристики ЛЛ. Необходимо отметить, что известны также другие оптимизационные алгоритмы определения профиля линзы [4; 13; 14]. Например, на рис. 7б представлена модель ЛЛ в рабочей среде HFSS Design.

Значения диэлектрической проницаемости $\varepsilon(r)$ для первого слоя составляет $\varepsilon_1 = 1,93$, для второго – $\varepsilon_2 = 1,77$, третьего –

$\varepsilon_3 = 1,61$, четвертого – $\varepsilon_4 = 1,46$, пятого – $\varepsilon_5 = 1,31$, шестого – $\varepsilon_6 = 1,16$, внешней среды – $\varepsilon_{\text{вн}} = 1$. При этом соответствующие им нормированные относительно длины волны электромагнитного излучения радиусы $L(r)$ слоев равны: $L_1 = 0,39$; $L_2 = 0,56$; $L_3 = 0,68$; $L_4 = 0,78$; $L_5 = 0,88$; $L_6 = 0,96$; $L_{\text{вн}} = 1$. Рассматриваемая модель ЛЛ имеет радиус $R = 8\lambda$, что составляет около 24 см на рабочей частоте излучения 10 ГГц. Сферическая линза облучается прямоугольным рупором, формирующим волну линейной поляризации типа H_{10} . Рупор располагается у поверхности линзы на расстоянии воздушного зазора. Наличие зазора необходимо в соответствии с законом Люнеберга [1].

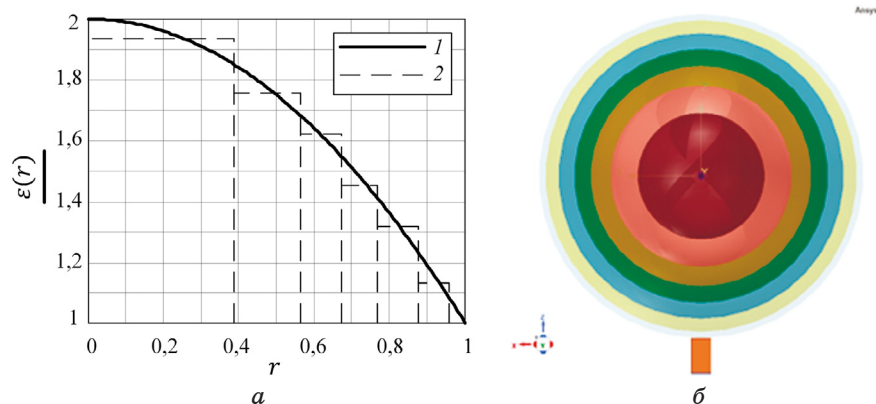


Рис. 7. Графики зависимости диэлектрической проницаемости $\varepsilon(r)$ от расстояния до центра линзы в соответствии с законом Люнеберга (кривая 1) и оптимизированной стратификации ее шестислойной модели (кривая 2) (а) и модель (б) линзы в рабочей среде Ansys Electronics Desktop (HFSS Design)

Fig. 7. Graphs of the dependence of the dielectric constant on the distance to the center of the lens in accordance with Luneberg's law (curve 1) and the optimized stratification of its six-layer model (curve 2) (a) and model (b) of the lens in the working environment of Ansys Electronics Desktop (HFSS Design)

В качестве эталонной модели, с которой будет происходить дальнейшее сравнение линзы, имеет смысл построить диаграммы направленности линзы без каких-либо избыточных конструктивных элементов внутри сферы. Для данного случая на рис. 8 приведена нормированная диаграмма направленности по коэффициенту усиления в двух рабочих плоскостях. Эти результаты будем использовать в качестве «опорных» для дальнейшего сравнения с модифицированной моделью ЛЛ, в которой по оси сферы установлен металлический стержень.

При наличии центрального металлического стержня внутри сферы имеет смысл рассматривать два основных случая, кото-

рые отличаются взаимной ориентацией первичного облучателя и стержня, выполняющего роль несущей конструкции. Эти случаи показаны на рис. 9, где А и Б – широкая и узкая стенки волновода облучателя ЛЛ.

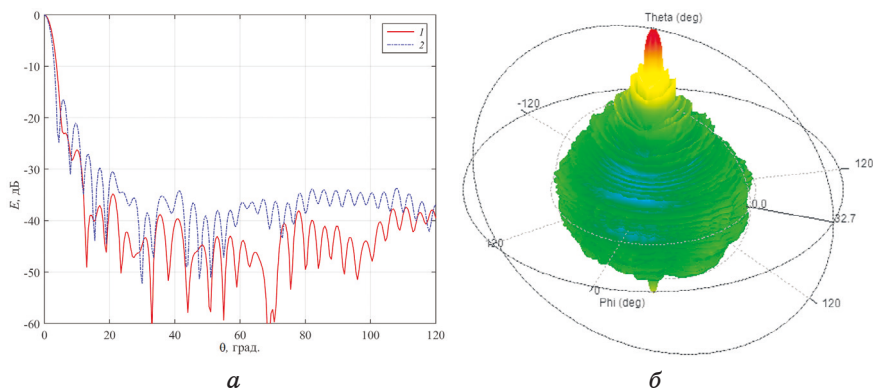


Рис. 8. Графики зависимости амплитудного множителя $E(\theta)$ диаграммы направленности линзы Люнеберга без центрального металлического стержня от угла θ визирования (а) и пространственный вид (б) диаграммы направленности, рассчитанные при $\varphi = 0^\circ$ (кривая 1) и при $\varphi = 90^\circ$ (кривая 2)

Fig. 8. Graphs of the dependence of the amplitude multiplier $E(\theta)$ of the radiation pattern of a Luneberg lens without a central metal rod on angle θ sight (a) and the spatial view (b) of the radiation pattern calculated at (curve 1) and at (curve 2)

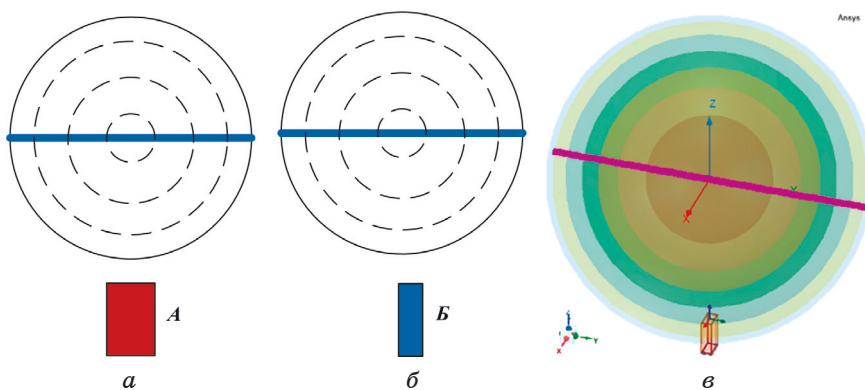


Рис. 9. Схема параллельной (а) и ортогональной (б) ориентации металлического стержня и первичного облучателя и модель (в) линзы Люнеберга в рабочей среде Ansys Electronics Desktop (HFSS Design)

Fig. 9. The scheme of parallel (a) and orthogonal (b) orientation of the metal rod and the primary irradiator and the model (c) of the Luneberg lens in the Ansys Electronics Desktop (HFSS Design)

На рис. 9а представлены геометрические построения для случая параллельной ориентации широкой стенки волновода и металлического стержня. Аналогичные построения для случая ортогональной ориентации приведены на рис. 9б. Для этих ориентаций далее рассмотрим формирование структуры поля и диаграмм направленности в рабочих азимутальной и угло-местной плоскостях ЛЛ.

4. Результаты расчета антенных характеристик ЛЛ при параллельной ориентации облучателя и металлического стержня

На графиках рис. 10 представлены результаты расчета диаграммы направленности ЛЛ с помещенным в ее центр металлическим стержнем при параллельной ориентации облучателя и стержня для различных значений его относительного диаметра $D_{\text{отн}} = D/\lambda$, где D – диаметр стержня в абсолютных значениях; λ – длина волны ЭМ излучения.

На рис. 11 представлены результаты расчета картины интерференции ЭМ волн (слева) и диаграммы направленности (справа) ЛЛ, полученные в плоскости сечения углов $\varphi = 0^\circ$ (а) и $\varphi = 90^\circ$ (б) для значения относительного диаметра стержня $D_{\text{отн}} = 0,4$, помещенного в центр диэлектрической сферы ЛЛ. В табл. 1 приведены параметры диаграммы направленности (ДН) линзы, полученные для нормированного коэффициента усиления при углах сечения $\varphi = 0^\circ$ и $\varphi = 90^\circ$.

Из анализа представленных на рис. 10, 11 графиков и данных табл. 1 следует, что при изменении диаметра металлического стержня, помещенного в центр сферической ЛЛ, наибольшее влияние на параметры диаграммы направленности наблюдается в плоскости угла сечения $\varphi = 0^\circ$. В сечении этой плоскости наибольшее негативное влияние стержень оказывает на уровень боковых лепестков, который стремительно растет с увеличением диаметра стержня. Вместе с этим наблюдается и некоторый положительный эффект, который заключается в том, что наличие металлического стержня несколько сужает главный лепесток диаграммы направленности. Этот эффект в зависимости от допусков на уровень боковых лепестков может быть использован в случае необходимости корректировки ширины главного лепестка диаграммы в пределах $0,1...0,3$ градусов. Хотя данный эффект корректировки нельзя признать значительным, тем не менее для ряда применений ЛЛ в радиотехнических системах он может оказаться полезным.

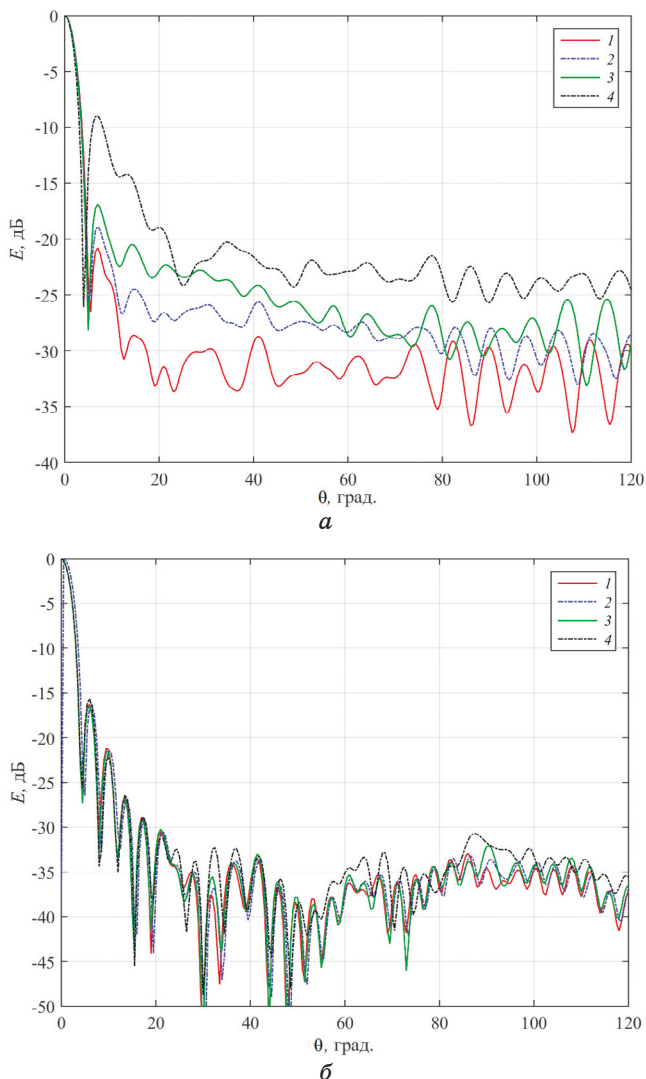


Рис. 10. Графики зависимости амплитудного множителя $E(\theta)$ диаграммы направленности линзы Лüneберга с помещенным в ее центр металлическим стержнем от угла θ визирования, полученные в плоскости сечения под углом $\varphi = 0^\circ$ (а) и $\varphi = 90^\circ$ (б) при параллельной ориентации облучателя и стержня для различных значений его относительного диаметра $D_{отн}$: $D_{отн} = 0,08$ (кривая 1); $D_{отн} = 0,2$ (кривая 2); $D_{отн} = 0,4$ (кривая 3); $D_{отн} = 1,6$ (кривая 4)

Fig. 10. Graphs of the dependence of the amplitude multiplier $E(\theta)$ of the radiation pattern of a Luneberg lens with a metal rod placed in its center on angles and sight obtained in the cross-sectional plane at an angle $\varphi = 0^\circ$ (a) and $\varphi = 90^\circ$ (b) with parallel orientation of the irradiator and the rod for different values of its relative diameter $D_{отн}$: $D_{отн} = 0,08$ (curve 1); $D_{отн} = 0,2$ (curve 2); $D_{отн} = 0,4$ (curve 3); $D_{отн} = 1,6$ (curve 4)

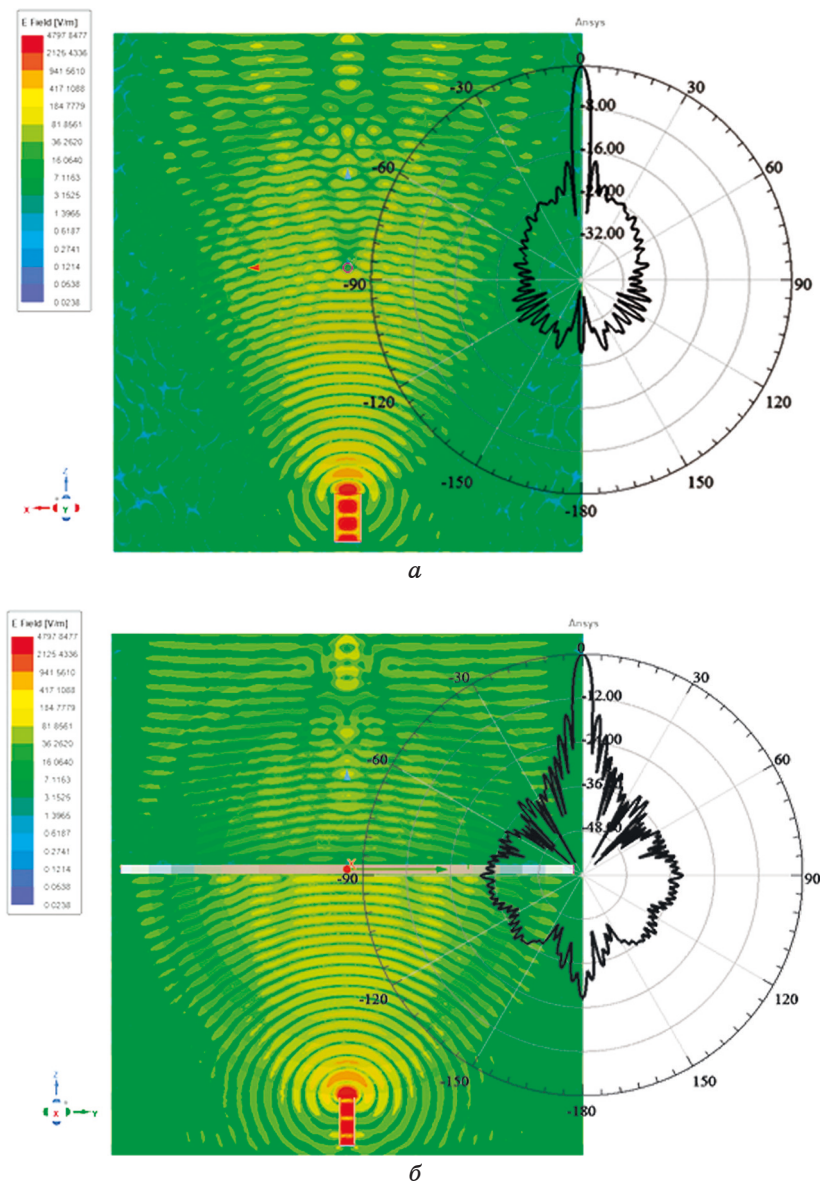


Рис. 11. Результаты расчета картины интерференции ЭМ волн (слева) и диаграммы направленности (справа) ЛЛ, полученные в плоскости углов $\varphi = 0^\circ$ (а) и $\varphi = 90^\circ$ (б) при параллельной ориентации облучателя и стержня для значения относительного диаметра стержня $D_{\text{отн}} = 0,4$, помещенного в центр диэлектрической сферы ЛЛ

Fig. 11. The results of calculating the interference pattern of EM waves (left) and the radiation pattern (right) LL obtained in the plane of angles $\varphi = 0^\circ$ (a) and $\varphi = 90^\circ$ (b) with parallel orientation of the irradiator and the rod for the value of the relative diameter of the rod $D_{\text{отн}} = 0,4$, placed in the center of the dielectric sphere LL

Таблица 1. Параметры диаграммы направленности линзы Лüneберга с металлическим стержнем при его параллельной ориентации с облучателем

Table 1. Directional diagram parameters of a Luneberg lens with a metal rod when it is parallel with the feed

Диаметр металлического стержня, мм	Коэффициент усиления, дБ	Коэффициент направленности действия, дБ	Уровень первого бокового лепестка, дБ	Ширина по уровню минус 3 дБ, градусов	Ширина по уровню минус 10 дБ, градусов
$\varphi = 0^\circ$					
0	32,7	32,4	-23	4,3	7,52
2	32,6	32,26	-20,78	4,21	7,26
4	32,51	32,19	-19,69	4,19	7,2
6	32,36	32,1	-18,87	4,18	7,16
8	32,3	32,02	-18,29	4,16	7,13
10	32,27	31,96	-17,52	4,12	7,05
12	32,18	31,87	-16,9	4,1	7
20	31,81	31,49	-14,29	4,03	6,8
30	31,35	31,08	-12,4	3,92	6,56
40	30,9	30,58	-10,64	3,77	6,3
50	30,4	30,1	-8,97	3,68	6,14
$\varphi = 90^\circ$					
0	32,7	32,4	-16,5	3,64	6,17
2	32,6	32,26	-16,25	3,62	6,14
4	32,51	32,19	-16,11	3,62	6,14
6	32,36	32,10	-16,27	3,63	6,14
8	32,30	32,02	-16,33	3,62	6,15
10	32,27	31,96	-16,31	3,63	6,16
12	32,18	31,87	-16,4	3,64	6,16
20	31,81	31,49	-15,96	3,64	6,17
30	31,35	31,08	-15,92	3,65	6,19
40	30,9	30,58	-15,96	3,69	6,24
50	30,4	30,1	-15,66	3,68	6,22

Также отметим, что при выбранной ориентации первичного облучателя ДН антенны в плоскости сечения под углом $\varphi = 0^\circ$ при малых диаметрах металлического стержня имеет лучшие параметры диаграммы направленности, чем под углом сечения $\varphi = 90^\circ$. Это касается как ширины ДН, так и уровня боковых лепестков. Однако с увеличением диаметра металлического стержня ДН антенны довольно быстро ухудшает свои рабочие характеристики. Например, при увеличении диаметра стержня с 2 до 50 мм уровень боковых лепестков возрастает почти на 12 дБ.

В плоскости сечения ДН антенны под углом $\varphi = 90^\circ$ ширина диаграммы направленности, как правило, более узкая, чем в плоскости сечения под углом $\varphi = 0^\circ$, что вполне логично, поскольку облучатель ориентирован узкой стенкой волновода в плоскости $\varphi = 90^\circ$. При этом наличие металлического стержня, ориентированного в той же плоскости, не приводит к существенному расширению ДН-антенны. Изначально ДН-антенны в плоскости сечения под углом $\varphi = 90^\circ$ за счет высокого уровня первых боковых лепестков имеет худшие характеристики, чем в плоскости сечения под углом $\varphi = 0^\circ$. Однако при увеличении диаметра металлического стержня уровень боковых лепестков здесь растет заметно медленнее. Так, при увеличении диаметра стержня с 2 до 50 мм уровень боковых лепестков возрастает только на 1 дБ.

5. Результаты расчета антенных характеристик ЛЛ при ортогональной ориентации облучателя и металлического стержня

На графиках рис. 12 представлены результаты расчета диаграммы направленности ЛЛ с помещенным в ее центр металлическим стержнем при ортогональной ориентации облучателя и стержня для различных значений его относительного диаметра $D_{\text{отн}}$.

На рис. 13 представлены результаты расчета картины интерференции ЭМ волн (слева) и диаграммы направленности (справа) ЛЛ, полученные в плоскости сечения углов $\varphi = 0^\circ$ (а) и $\varphi = 90^\circ$ (б) для значения относительного диаметра стержня $D_{\text{отн}} = 0,4$, помещенного в центр диэлектрической сферы ЛЛ. В табл. 2 приведены параметры диаграммы направленности (ДН) линзы, полученные для нормированного коэффициента усиления при углах сечения $\varphi = 0^\circ$ и $\varphi = 90^\circ$.

Из анализа представленных на рис. 12, 13 графиков и данных табл. 2 следует, что в случае ортогональной ориентации облучателя и металлического стержня, помещенного в центр сферической ЛЛ, увеличение диаметра стержня оказывает большее негативное влияние на параметры антенны в плоскости угла сечения $\varphi = 90^\circ$, чем в плоскости угла сечения $\varphi = 0^\circ$. Данный факт является вполне ожидаемым, поскольку в этом случае вместе с ориентацией металлического стержня поменялся и угол плоскости сечения. Увеличение диаметра металлического стержня, как и в предыдущем случае (при параллельной ориентации облучателя и металлического стержня), оказывает наибольшее влияние на уровень первого бокового лепестка и ширину диаграммы направленности антенны.

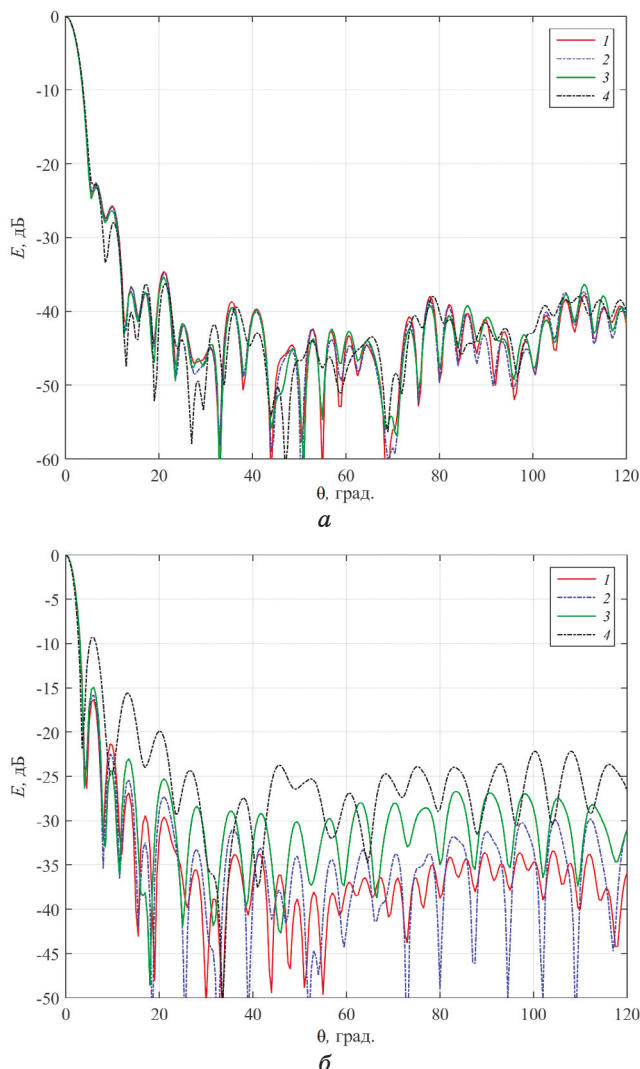


Рис. 12. Графики зависимости амплитудного множителя $E(\theta)$ диаграммы направленности линзы Люнеберга с помещенным в ее центр металлическим стержнем от угла θ визирования, полученные в плоскости сечения под углом $\varphi = 0^\circ$ (а) и $\varphi = 90^\circ$ (б) при ортогональной ориентации облучателя и стержня для различных значений его относительного диаметра $D_{\text{отн}}$: $D_{\text{отн}} = 0,08$ (кривая 1); $D_{\text{отн}} = 0,2$ (кривая 2); $D_{\text{отн}} = 0,4$ (кривая 3); $D_{\text{отн}} = 1,6$ (кривая 4)

Fig. 12. Graphs of the dependence of the amplitude multiplier $E(\theta)$ of the radiation pattern of a Luneberg lens with a metal rod placed in its center on angles and sight obtained in the cross-sectional plane at an angle $\varphi = 0^\circ$ (a) and $\varphi = 90^\circ$ (b) with orthogonal orientation of the irradiator and the rod for different values of its relative diameter $D_{\text{отн}}$: $D_{\text{отн}} = 0,08$ (curve 1); $D_{\text{отн}} = 0,2$ (curve 2); $D_{\text{отн}} = 0,4$ (curve 3); $D_{\text{отн}} = 1,6$ (curve 4)

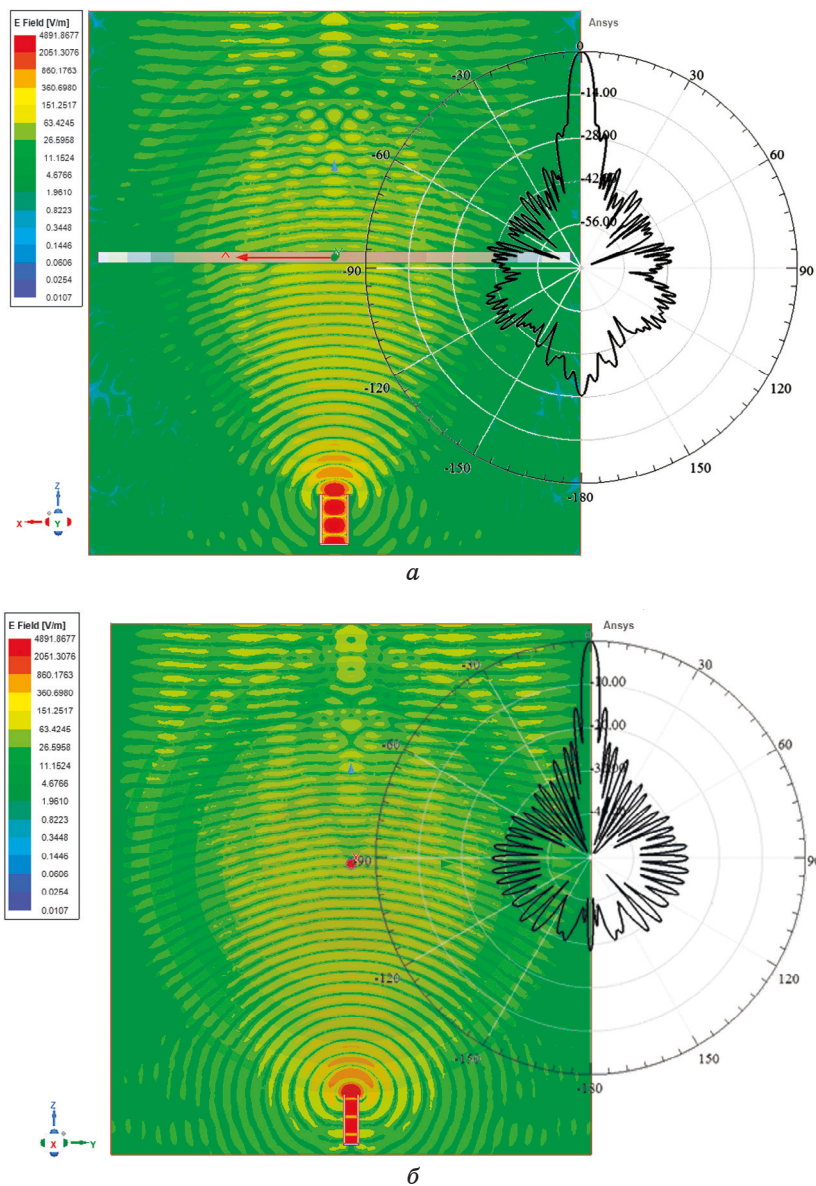


Рис. 13. Результаты расчета картины интерференции ЭМ волн (слева) и диаграммы направленности (справа) ЛЛ, полученные в плоскости углов $\varphi = 0^\circ$ (а) и $\varphi = 90^\circ$ (б) при ортогональной ориентации облучателя и стержня для значения относительного диаметра стержня $D_{\text{отн}} = 0,4$, помещенного в центр диэлектрической сферы ЛЛ

Fig. 13. The results of calculating the interference pattern of EM waves (left) and the radiation pattern (right) LL obtained in the plane of angles $\varphi = 0^\circ$ (a) and $\varphi = 90^\circ$ (b) with the orthogonal orientation of the irradiator and the rod for the value of the relative diameter of the rod $D_{\text{отн}} = 0,4$, placed in the center of the dielectric sphere LL

Таблица 2. Параметры диаграммы направленности линзы
Люнеберга с металлическим стержнем
при его ортогональной ориентации с облучателем

Table 2. Directional diagram parameters of a Luneberg lens
with a metal rod at its orthogonal orientation with a feed

Диаметр стержня, мм	Коэффи- циент уси- ления, дБ	Коэффи- циент на- правленно- го действия, дБ	Уровень первого бокового лепестка, дБ	Шири- на ДН по уров- ню минус 3 дБ, град	Шири- на ДН по уров- ню минус 10 дБ, град
$\varphi = 0^\circ$					
0	32,77	32,44	-23	4,3	7,52
2	32,76	32,44	-22,6	4,24	7,36
4	32,73	32,42	-22,5	4,24	7,36
6	32,65	32,37	-22,5	4,26	7,4
8	32,6	32,31	-22,6	4,26	7,42
10	32,56	32,24	-23,5	4,3	7,51
12	32,55	32,24	-23	4,23	7,34
20	32,21	31,9	-21,5	4,29	7,5
30	32,04	31,77	-23,2	4,28	7,44
40	31,65	31,37	-22,7	4,29	7,48
50	31,35	31,04	-19,6	4,3	7,5
$\varphi = 90^\circ$					
0	32,77	32,47	-16,5	3,64	6,17
2	32,75	32,44	-16,32	3,61	6,13
4	32,73	32,41	-16	3,6	6,12
6	32,64	32,37	-15,8	3,59	6,1
8	32,59	32,3	-15,5	3,57	6,08
10	32,55	32,23	-15,3	3,57	6,08
12	32,54	32,24	-14,9	3,55	6,04
20	32,21	31,9	-13,5	3,51	5,95
30	32	31,77	-12,1	3,43	5,78
40	31,64	31,37	-10,9	3,37	5,64
50	31,35	31,04	-9,3	3,31	5,49

6. Аналитическое решение дифракционной задачи линзы Люнеберга с металлическим стержнем в ее теле

Исходя из полученных в предыдущем разделе результатов расчета антенных характеристик сферической ЛЛ, мы можем сделать вывод, что при работе линзы в режиме линейной поляризации следует придерживаться достаточно очевидного правила: соблюдение ортогональной ориентации металлического стержня и облучателя (в нашем случае – широкой стенки прямоугольного волновода). Также логично будет предположить, что

при работе линзы в режиме круговой поляризации помещенный в центр металлический стержень будет оказывать меньшее влияние на параметры антенны, чем при линейной поляризации, тем не менее этот вопрос требует дополнительного изучения.

Следует отметить, что при решении задач создания механически жесткой линзы, установки облучателей на ее поверхности и приспособлений для надежного крепления антенны на мачте или транспортном средстве неизбежно может возникнуть вопрос поиска оптимального расположения, размера, а возможно и количества конструктивных элементов типа металлических стержней, расположенных в теле линзы. В таком случае для эффективной работы алгоритма оптимизации крайне важно иметь инструмент быстрого анализа как можно большего количества переменных, определяющих геометрию изделия. В связи с этим имеет смысл получить аналитическую зависимость, обладающую достаточной достоверностью и точностью учета этих переменных. Применение аппарата тензорных функций Грина, адаптированного для анализа сферических слоистых областей ЛЛ, в нашем случае обладает всеми необходимыми свойствами.

Решения задач анализа методом тензорных функций Грина многослойных сферических областей достаточно подробно рассмотрены в работе [15], а применительно к анализу цилиндрических областей – в ряде работ [16–18]. В этом разделе разберем пример расчета сферической линзы с включением в ее тело металлического элемента в виде стержня.

В этом случае имеет смысл рассмотреть задачу дифракции при линейной поляризации ЭМ излучения. При этом полагаем, что ориентация облучателя относительно центрального металлического стержня является ортогональной. Для этой ориентации, как показано выше, влияние конструктивного элемента внутри линзы на антенные характеристики меньше, чем при параллельной ориентации.

Задача ЭМ возбуждения слоистой структуры ЛЛ удаленным источником решается с использованием тензорных функций Грина согласно отработанной методике [15]. Вектор напряженности нормированного электрического поля результирующего ЭМ излучения в случае поля линейной поляризации в дальней зоне в сферической системе координат определяется следующими выражениями:

$$\begin{aligned} E_{\theta} &= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} [M'_n \tau_n(\theta) - N'_n \pi_n(\theta)] + h'_n(k_0 a) j'_n(k_0 r) - j'_n(k_0 a) h'_n(k_0 r), \\ E_{\varphi} &= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} [M'_n \pi_n(\theta) - N'_n \tau_n(\theta)] + j'_n(k_0 a) h'_n(k_0 r) - h'_n(k_0 a) j'_n(k_0 r), \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\tau_n(\theta) = \frac{\partial P_n^1(\cos\theta)}{\partial\theta}; \quad \pi_n(\theta) = \frac{P_n^1(\cos\theta)}{\sin\theta};$$

$P_n^1(\cos\theta)$ – функция Лежандра первого рода n -го порядка [19; 20]; $h_n(x)$, $j_n(x)$ – сферические функции Бесселя – Рикати [21]; $k_0 = 2\pi/\lambda$ – волновое число; a – радиусы слоев линзы;

$$M'_n = \frac{i\tilde{Z}_n(a) \cdot j_n(k_0a) - j'_n(k_0a)}{i\tilde{Z}_n(a) \cdot h_n(k_0a) - h'_n(k_0a)}; \quad N'_n = \frac{i\tilde{Y}_n(a) \cdot j_n(k_0a) - j'_n(k_0a)}{i\tilde{Y}_n(a) \cdot h_n(k_0a) - h'_n(k_0a)} -$$

коэффициенты среды, рассчитанные через ориентированные направленные соответственны импедансы и адмиттансы $\tilde{Z}_n(a)$, $\tilde{Y}_n(a)$, которые определяются последовательным пересчетом от внешней границы ЛЛ к центру через частичные области-слои по методике, изложенной в [16].

Полученные формулы (1) позволяют достаточно быстро оценить степень влияния металлического стержня на антенные характеристики ЛЛ произвольного размера. Наличие металлического стержня учитывается в выражении, комбинацией произведения функций Бесселя $j_n(x)$ и Ханкеля $h_n(x)$. Тогда как многослойная структура линзы определяется через коэффициенты среды M'_n и N'_n [16].

Использование метода конечных элементов в высокочастотном структурном симуляторе HFSS Design потребовало бы существенно большего времени для решения этой задачи, так как увеличение радиуса сфер требует многократного пересчета геометрии линзы и генерации новой сеточной модели при каждой итерации изменения размера слоев сферы. Время получения аналитической формулы для конкретной структуры линзы и написание подпрограммы расчета в среде MATLAB компенсирует затраты вычислительных ресурсов в среде Ansys Electronics Desktop (HFSS Design). Расчет параметров антенны на основе ЛЛ с использованием аналитической формулы (1) в среде пакета прикладных программ MATLAB занимал доли секунд. В то время как для расчета той же антенны в среде ANSYS HFSS потребовал для каждого варианта реализации 57 минут расчетного времени на восьми ядрах процессора Intel(R) Xeon(R) Gold 6154 CPU @3.00GHz и с затратами оперативной памяти в 47,5 Гб.

На рис. 14 для сравнения представлены результаты расчета диаграммы рассеяния ЭМ излучения на линзе с центральным включением в ее тело металлического стержня, полученные расчетом в среде пакета прикладных программ MATLAB согласно выражениям (1) и путем расчетов в среде моделирования ANSYS HFSS.

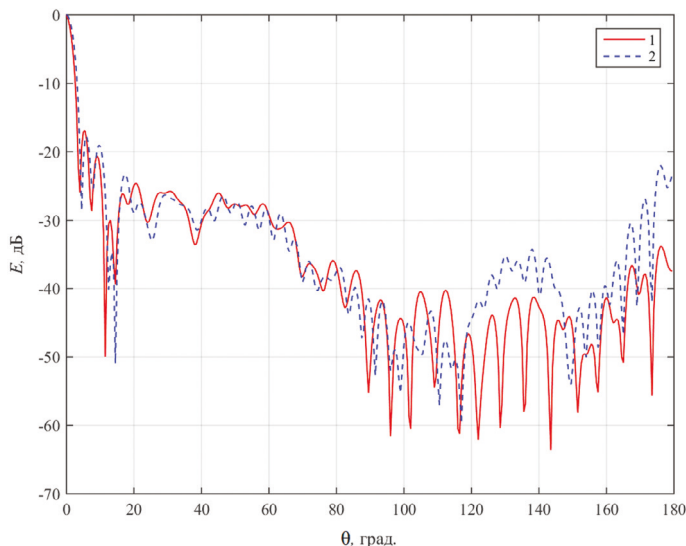


Рис. 14. Графики зависимости амплитудного множителя $E(\theta)$ диаграммы рассеяния линзы Лüneберга с помещенным в ее центр металлическим стержнем от угла θ визирования, полученные расчетом в среде пакета прикладных программ MATLAB (кривая 1) и в среде моделирования Ansys Electronics Desktop (HFSS Design) (кривая 2)

Fig. 14. Graphs of the dependence of the amplitude multiplier $E(\theta)$ of the radiation pattern of a Luneberg lens with a metal rod placed in its center on angle θ sight, obtained by calculation in the environment of the MATLAB application software package (curve 1) and in the Ansys Electronics Desktop (HFSS Design) modeling environment (curve 2)

На графиках рис. 14 видно, что в рассматриваемой области от 0 до 100 градусов наблюдается количественное совпадение кривых, полученных обоими методами. В остальной области наблюдается их лишь качественное совпадение. Расхождения графиков в области излучения «назад», от 120 до 180 градусов объясняется разными способами заданий первичного источника излучения в дальней зоне. Несмотря на это, среднее отклонение графиков по всему диапазону углов на превышают 5,5 %. Поэтому мы можем сделать вывод о достоверности полученной формулы для анализа металлического стержня внутри сферы.

7. Заключение

Наличие металлического стержня в многослойной диэлектрической сфере линзы Лüneберга на первый взгляд могло показаться не самой удачной идеей. Однако поиск путей реализации широкоугольного сканирования неизбежно привел нас к необходимости анализа наличия проводящих элементов вну-

три диэлектрической линзы Люнеберга. Результаты как аналитических расчетов, так и компьютерного моделирования в специализированном программном пакете показали, что наличие внутри сферы металлического стержня приемлемых геометрических размеров сохраняет фокусирующие свойства линзы. Наличие такого конструктивного элемента внутри линзы несомненно привносит негативные факторы в режим работы устройства. Но если мы планируем реализовать все преимущества линзы, то добавление таких элементов представляется вполне оправданным.

Как итог настоящей работы можно отметить, что вносимые искажения в диаграмму направленности металлическим стержнем можно считать приемлемыми и оправданными для реализации системы широкоугольного сканирования антенны на базе сферической линзы Люнеберга. Кроме того, полученные результаты работы представляются ценными с точки зрения обоснования возможности включения в тело линзы металлического стержня для придания жесткости ее конструкции. Жесткость конструкции необходима в случаях тяжелых условий эксплуатации антенной системы, а также удобства установки элементов возбуждения сферической линзы и надежности ее крепления на мачты, транспортные средства и иные подвижные объекты связи и радиолокации.

Необходимо отметить, что на качественном уровне металлический стержень внутри линзы вносит такие же негативные эффекты, как и крепление облучателя в зеркальных и параболических антеннах. Эти элементы не мешают их достаточно успешной эксплуатации и распространенности. Но этот вопрос в количественном отношении требует дополнительного изучения.

Благодарности

Авторы выражают признательность группе компаний «ПЛМ-Урал», официальному партнеру компании ANSYS в РФ и странах СНГ, за предоставленные вычислительные мощности, необходимые для выполнения расчетов. Работа выполнена в рамках Государственного задания № 071-03-2022-001.

Acknowledgments

The authors express their gratitude to the PLM-Ural group of companies, the official partner of ANSYS in the Russian Federation and the CIS countries, for the provided computing power necessary to perform the calculations. The work was carried out within the framework of State Assignment No. 071-03-2022-001.

Список литературы

1. Luneburg R.K. *Mathematical Theory of Optics*. Brown University: Providence, R.I.; 1944.
2. Kubach A., Shoykhetbrod A., Herschel R. 3D printed Luneburg lens for flexible beam steering at millimeter wave frequencies. In: *47th European Microwave Conference (EuMC)*. 2017, pp. 787–790. DOI: 10.23919/EuMC.2017.8230965
3. Марков Г.Т. *Антенны*. М.: Госэнергоиздат; 1960. 535 с.
4. Денисов Д.В. *Антенные и дифракционные характеристики линз Лунбурга при облучении полем круговой поляризации: дис. ... канд. техн. наук*. Нижний Новгород; 2015. 184 с.
5. Fuchs B., Le Coq L., Lafond O., Rondineau S., Himdi M. Design optimization of multishell Luneburg lenses. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2007;55(2):283–289. DOI: 10.1109/TAP.2006.889849
6. Panchenko B.A., Denisov D.V., Ponomarev O.P. Selection of parameters of the primary feed of the Luneburg lens for the sum–difference operating mode. *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2018;63:123–127. DOI: 10.1134/S1064226918020092
7. Wang C., Wu J., Guo Y. A 3-D-printed wideband circularly polarized parallel-plate Luneburg lens antenna. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2020;68(6):4944–4949. DOI: 10.1109/TAP.2019.2955222
8. Sayanskiy A., Glybovski S., Akimov V.P., Filonov D., Belov P., Meshkovskiy I. Broadband 3-D Luneburg lenses based on metamaterials of radially diverging dielectric rods. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*. 2017;16:1520–1523. DOI: 10.1109/LAWP.2016.2647383
9. Александрин А.М., Рязанцев Р.О., Саломатов А.В. Исследование квазиоптических структур из искусственного диэлектрика в СВЧ-диапазоне. *Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М. Ф. Решетнева*. 2010;(6):15–18.
10. Минору А., Хироюки М., Акира Т., Иосифуми Т., Сюуго К., Масатоси К., Тецуо К., Коуити К. Диэлектрическая полимерная пена и линза для радиоволн с ее использованием. 2005; Патент RU2263124 С2 Российская Федерация. № 2003105465/04
11. Schell H.W. Luneburg linsen antennen fur nachrichtensatelliten. *Raumfahrtforschung*. 1970;14(3):96.
12. Luneburg lens eahison [Electronic resource]. 2022. Available at: <http://www.eahison.com/Luneburg-lens.html>.
13. Fuchs B., Palud S., Le Coq L., Lafond O., Himdi M., Rondineau S. Scattering of spherically and hemispherically stratified lenses fed by any real source. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2008;56(2):450–460. DOI: 10.1109/TAP.2007.915458
14. Xiong H., He W., Penp Y., Liu Y. Optimal design dielectric layer of Lunberg-lens antenna. In: *5th Asia-Pacific Conference on Environmental Electromagnetics. Xi'an, China, 16–20 September 2009*, pp. 172–175. DOI: 10.1109/CEEM.2009.5305482
15. Chou H., Chang Y., Huang H., Yan Z., Torrungrueng D. Numerical optimization of 2-D Luneburg lens antenna by distorting the permittivity estimation to improve the beam radiation. In: *13th Euro-*

pean Conference on Antennas and Propagation (EuCAP), 31 March – 5 April 2019, pp. 1–4.

16. Панченко Б.А. *Рассеяние и поглощение электромагнитных волн неоднородными сферическими телами*. М.: Радиотехника; 2013. 264 с.

17. Коротков А.Н., Мительман Ю.Е., Чечеткин В.А., Шабунин С.Н. Расчет поля излучения цилиндрической линзы Люнебурга на основе функций Грина радиально-неоднородных сред. *Журнал радиоэлектроники: электронный журнал*. 2017;(2). Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/feb17/8/text.pdf>

18. Мышкин В.Г. Электродинамическая теория цилиндрических линз Люнеберга. *Радиофизика*. 1958;24(1):14–19.

19. Мительман Ю.Е., Шабунин С.Н. *Электродинамика многослойных цилиндрических направляющих систем*. LAP LAMBERT Academic Publishing; 2013. 155 с. Режим доступа: <http://hdl.handle.net/10995/26187>

20. Исимару А. *Распространение и рассеяние волн в случайных неоднородных средах*. М.: Мир; 1981. 280 с.

21. Абрамовиц М., Стиган И. *Справочник по специальным функциям*. М.: Наука; 1979. 832 с.

References

1. Luneburg R.K. *Mathematical Theory of Optics*. Brown University: Providence, R.I.; 1944.

2. Kubach A., Shoykhetbrod A., Herschel R. 3D printed Luneburg lens for flexible beam steering at millimeter wave frequencies. In: *47th European Microwave Conference (EuMC)*. 2017, pp. 787–790. DOI: 10.23919/EuMC.2017.8230965

3. Markov G.T. *Antennas*. Moscow: Gosenergoizdat; 1960. 535 p. (In Russ.)

4. Denisov D.V. *Antenna and diffraction characteristics of Luneburg lenses irradiated by a circularly polarized field: Diss. Cand. Eng. Sciences*. Nizhny Novgorod; 2015. 184 p. (In Russ.)

5. Fuchs B., Le Coq L., Lafond O., Rondineau S., Himdi M. Design optimization of multishell Luneburg lenses. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2007;55(2):283–289. DOI: 10.1109/TAP.2006.889849

6. Panchenko B.A., Denisov D.V., Ponomarev O.P. Selection of parameters of the primary feed of the Luneberg lens for the sum–difference operating mode. *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2018;63:123–127. DOI: 10.1134/S1064226918020092

7. Wang C., Wu J., Guo Y. A 3-D-printed wideband circularly polarized parallel-plate Luneburg lens antenna. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2020;68(6):4944–4949. DOI: 10.1109/TAP.2019.2955222

8. Sayanskiy A., Glybovski S., Akimov V.P., Filonov D., Belov P., Meshkovskiy I. Broadband 3-D Luneburg lenses based on metamaterials of radially diverging dielectric rods. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*. 2017;16:1520–1523. DOI: 10.1109/LAWP.2016.2647383

9. Alexandrin A. M., Ryazantsev R. O., Salomatov Yu. P. A study of quasi-optical structures from artificial dielectric in microwave band. *The Siberian Aerospace Journal*. 2010;(6):15–18. (In Russ.)
10. Minoru A., Hiroyuki M., Akira T., Yosifumi T., Shiougo K., Matsatoshi K., Tetsuo K., Kouichi K. *Dielectric polymer foam and lens for radio waves using it*. 2005; Pat. RU2263124 C2 Russian Federation. No. 2003105465/04. (In Russ.)
11. Schell H. W. Luneburg linsen antennen fur nachrichtensatelliten. *Raumfahrtforschung*. 1970;14(3):96.
12. Luneburg lens eahison [Electronic resource]. 2022. Available at: <http://www.eahison.com/Luneburg-lens.html>.
13. Fuchs B., Palud S., Le Coq L., Lafond O., Himdi M., Rondineau S. Scattering of spherically and hemispherically stratified lenses fed by any real source. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2008;56(2):450–460. DOI: 10.1109/TAP.2007.915458
14. Xiong H., He W., Penp Y., Liu Y. Optimal design dielectric layer of Lunberg-lens antenna. In: *5th Asia-Pacific Conference on Environmental Electromagnetics. Xi'an, China, 16–20 September 2009*, pp. 172–175. DOI: 10.1109/CEEM.2009.5305482
15. Chou H., Chang Y., Huang H., Yan Z., Torrungrueng D. Numerical optimization of 2-D Luneburg lens antenna by distorting the permittivity estimation to improve the beam radiation. In: *13th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP), 31 March – 5 April 2019*, pp. 1–4.
16. Panchenkov B. A. *Scattering and absorption of electromagnetic waves by inhomogeneous spherical bodies*. Moscow: Radiotekhnika; 2013. 264 p. (In Russ.)
17. Korotkov A. N., Mitelman Y. E., Chechetkin V. A., Shabunin S. N. Calculation of the radiation field of a cylindrical Luneburg lens based on the Green's functions of radially inhomogeneous media. *Journal of Radio Electronics*. 2017;(2). (In Russ.) Available at: <http://jre.cplire.ru/jre/feb17/8/text.pdf>
18. Myshkin V. G. Electrodynamics theory of cylindrical Luneburg lenses. *Radiophysics*. 1958;24(1):14–19. (In Russ.)
19. Mitelman Yu. E., Shabunin S. N. *Electrodynamics of multilayer cylindrical guide systems*. LAP LAMBERT Academic Publishing; 2013. 155 p. (In Russ.) Available at: <http://hdl.handle.net/10995/26187>
20. Ishimaru A. *Wave propagation and scattering in random media*. New York; 1978.
21. Abramovitz M., Stigan I. *Handbook of Special Functions*. Moscow: Nauka; 1979. 832 p. (In Russ.)

Информация об авторах

Денисов Дмитрий Вадимович, кандидат технических наук, доцент кафедры информационных технологий и систем управления Института радиоэлектроники и информационных технологий – РТФ Уральского федерального университета имени первого Президен-

та России Б. Н. Ельцина, г. Екатеринбург, Россия; доцент кафедры информационных систем и технологий Уральского технического института связи и информатики (филиал) Сибирского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Екатеринбург, Россия.

Носков Владислав Яковлевич, доктор технических наук, профессор кафедры радиоэлектроники и телекоммуникаций Института радиоэлектроники и информационных технологий – РТФ Уральского федерального университета имени первого Президента России Б. Н. Ельцина, г. Екатеринбург, Россия.

Information about the authors

Dmitry V. Denisov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Information Technologies and Control Systems of the Institute of Radioelectronics and Information Technologies – RTF of the Ural Federal University named after the First President of Russia B.N. Yeltsin, Yekaterinburg, Russia; Associate Professor of the Department of Information Systems and Technologies of the Ural Technical Institute of Communications and Informatics (branch) of the Siberian State University of Telecommunications and Informatics”, Yekaterinburg, Russia.

Vladislav Ya. Noskov, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Radio Electronics and Telecommunications of the Institute of Radio Electronics and Information Technologies – RTF Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, Ekaterinburg, Russia.

Поступила / Received: 11.05.2022

Принята в печать / Accepted: 25.05.2022