

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ АСТЕРОИДНОЙ ДИНАМИКИ В РАЗЛИЧНЫХ ОРБИТАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРАХ

О. М. Сюсина, В. А. Авдюшев
Томский государственный университет

Рассмотрено влияние выбора начальной эпохи и состава определяемых орбитальных параметров на нелинейность обратных задач астероидной динамики. Показано, что с точки зрения моделирования орбитальной неопределенности на основе ковариационных матриц для объектов, наблюдавшихся на малых дугах, в качестве орбитальных параметров предпочтительнее выбирать декартовые переменные, в этом случае степень нелинейности обратной задачи существенно меньше, нежели в орбитальных элементах. Кроме того, она становится минимальной при выборе начальной эпохи вблизи среднеарифметического всех моментов наблюдений.

STUDY OF THE NONLINEARITY OF INVERSE ASTEROIDS DYNAMICS PROBLEM IN VARIOUS ORBITAL PARAMETERS

O. M. Syusina, V. A. Avdyushev
Tomsk State University

The influence of the choice of the initial epoch and the kind of the orbital parameters on the nonlinearity of inverse problems of asteroid dynamics is considered. It is shown that from the point of view of modeling orbital uncertainty based on covariance matrices for objects observed on small arcs, it is preferable to choose Cartesian variables as orbital parameters: in this case, the degree of nonlinearity of the inverse problem is significantly less than in Keplerian elements. In addition, it becomes minimal when choosing an initial epoch near the arithmetic mean of all the moments of observations.

Введение

В моделировании вероятностной орбитальной эволюции астероидов очень важным является этап формирования начального облака неопределенности на основе наблюдательных данных при определении астероидной орбиты. Для этого применяются либо линейные, либо нелинейные стохастические методы [1–4]. Линейные методы очень простые, но могут быть недостаточно точными при моделировании большой неопределенности, которая может иметь весьма сложную конфигурацию в параметрическом пространстве вследствие сильной нелинейности. В этом случае необходимо прибегать к нелинейным методам, которые, однако, очень сложные и трудоемкие. Поэтому, разумеется, целесообразно прибегать к линейным стохастическим методам, если нелинейность слабая. Между тем оценить ее позволяют так называемые показатели нелинейности [5, 6].

© Сюсина О. М., Авдюшев В. А., 2022

Численный эксперимент

Сильная нелинейность может быть следствием неудачного выбора состава орбитальных параметров. В работе на примере потенциально опасных астероидов исследуется нелинейность в двух параметрических пространствах — декартовом и кеплеровом. На основе наблюдательных данных центра малых планет (<https://www.minorplanetcenter.net/>) среди потенциально опасных астероидов были выбраны объекты, наблюдаемые в одном появлении, а именно 410 астероидов. Такие объекты являются наиболее интересными, поскольку многие из них наблюдались в очень короткие периоды, что также является одним из главных факторов сильной нелинейности в обратных задачах астероидной динамики. Для каждого астероида была решена задача оценивания в пространстве декартовых и кеплеровых переменных и определена степень нелинейности задачи.

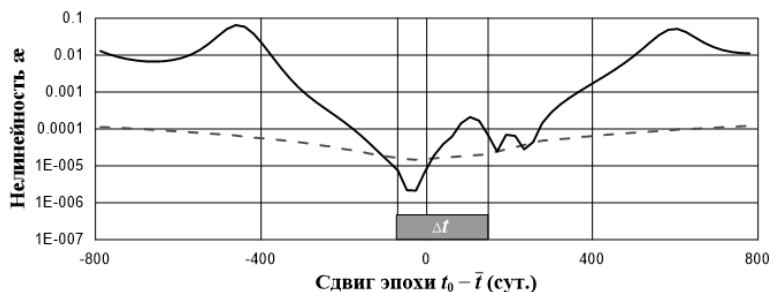
Результаты исследования показали следующее: в декартовом параметрическом пространстве для почти половины астероидов (48 %) нелинейность слабая, то есть для них можно использовать линейные стохастические схемы. В кеплеровом пространстве ситуация значительно хуже: для 90 % астероидов нелинейность сильная. Поэтому при моделировании вероятностной орбитальной эволюции таких объектов для построения начальной параметрической неопределенности необходимо использовать только нелинейные подходы. Таким образом, для астероидов с наблюдениями на очень коротких дугах в качестве определяемых параметров предпочтительнее выбирать декартовы переменные. При появлении новых наблюдений с увеличением их периода степень нелинейности обратной задачи, как правило, уменьшается и она в итоге становится слабо нелинейной как в пространстве кеплеровых, так и в пространстве декартовых переменных.

Неудачный выбор начальной эпохи также может являться причиной значительной нелинейности. Следует заметить, что с точки зрения математической статистики изменение начальной эпохи фактически является преобразованием параметров, поскольку отнесенные на разные эпохи параметры, несмотря на то что они одной природы, в действительности разные, хотя преобразуются друг в друга посредством орбитальной модели.

Как показали наши исследования, в пространстве декартовых переменных нелинейность более чувствительна к выбору начальной эпохи вне интервала наблюдений. Для всех рассматриваемых объектов при смещении начальной эпохи относительно значения, равного среднеарифметическому всех моментов наблюдений, нелинейность усиливается, превращая задачу из слабо или умеренно нелинейной в сильно нелинейную. Чем меньше период наблюдений астероида, тем быстрее ухудшается нелинейность задачи с удалением начальной эпохи.

На рисунке на примере астероида 2020 KO5 (52 наблюдения, период наблюдений 218 сут.) показано поведение показателя параметрической нелинейности [5] в зависимости от выбора начальной эпохи в пространстве декартовых переменных (черная сплошная линия) и кеплеровых элементов (серая пунктирная линия). На рисунке ноль по оси абсцисс соответствует среднеарифметическому всех моментов наблюдений, Δt обозначена мерная дуга объекта. Из графика видно, что в кеплеровом пространстве на всем рассматриваемом интервале показатель нелинейности не переходит пороговое значение, равное 0.001, и задача оценивания остается слабонелинейной, тогда как в пространстве декартовых переменных нелинейность постепенно увеличивается и обратная задача становится сначала умеренно (больше значения 0.001), а затем и сильно нелинейной (больше значения 0.01).

Таким образом, в пространстве декартовых переменных нелинейность существенно зависит от выбора начальной эпохи: внутри или вне интервала, охваченного наблюдениями.



Зависимость величины параметрической нелинейности от смещения начальной эпохи относительно среднеарифметического моментов наблюдений

Заключение

Нелинейность задачи оценивания зависит от выбора параметрического пространства и от выбора эпохи, к которой отнесены эти параметры: внутри или вне интервала, охваченного наблюдениями. На большой выборке объектов (410 потенциально опасных астероидов, наблюдавшихся в одном появлении) показано, что в случае исследования объектов, наблюдаемых на небольшом мерном интервале, нелинейность будет минимальной в пространстве декартовых параметров, которые определены на эпоху вблизи среднеарифметического всех моментов наблюдений.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № 0721-2020-0049).

Библиографические ссылки

- [1] *Milani A.* The asteroid identification problem I: Recovery of lost asteroids // *Icarus*. — 1999. — Vol. 137. — P. 269–292.
- [2] *Muinenen K., Virtanen J., Granvik M., Laakso T.* Asteroid orbits using phase-space volumes of variation // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* — 2006. — Vol. 368. — P. 809–818.
- [3] *Virtanen J., Muinenen K., Bowell E.* Statistical ranging of asteroid orbits // *Icarus*. — 2001. — Vol. 154. — P. 412–431.
- [4] *Avdyushev V.* Nonlinear methods of statistic simulation of virtual parameter values for investigating uncertainties in orbits determined from observations // *Cel. Mech. and Dyn.Astr.* — 2011. — Vol. 110. — P. 369–388.
- [5] *Авдюшев В. А., Сюсина О. М., Тамаров В. А.* Нелинейность в обратных задачах астероидной динамики // *Астрономический вестник. Исследования Солнечной системы*. — 2021. — Т. 55. — С. 84–96.
- [6] *Syusina O. M., Chernitsov A. M., Tamarov V. A.* Construction of confidence regions in problem on probabilistic study into motion of minor bodies of the Solar System // *Solar System Research*. — 2012. — Vol. 46. — P. 195–207.