

СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ ЛАПЛАСА И ПАРАМЕТРОВ ВИДИМОГО ДВИЖЕНИЯ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ОРБИТЫ КОСМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА ПО КОРОТКОМУ ТРЕКУ НАБЛЮДЕНИЙ

Т. Н. Санникова

ФГБУН «Крымская астрофизическая обсерватория РАН», Научный, Крым

Определены предварительные орбиты для 2783 модельных околоземных космических объектов методами Лапласа и параметров видимого движения (ПВД) по 6- и 8-мин наблюдательным трекам, содержащим соответственно 4 и 5 положений объекта с 2-мин интервалом. Проведено улучшение предварительных орбит методом дифференциальной коррекции. Точность полученных орбит оценена по угловому расстоянию между эфемеридным положением, вычисленным на основе предварительной (либо уточненной) орбиты, и положением, вычисленным на основе исходной орбиты. Сравнительный анализ показал, что метод ПВД часто оказывается точнее метода Лапласа, хотя последний более эффективен в экстремальных условиях, таких как короткая дуга наблюдений, высокоэллиптические и полярные орбиты. Во всех случаях улучшение орбиты значительно повышает точность эфемериды.

COMPARISON OF THE LAPLACE METHOD AND THE METHOD OF APPARENT MOTION PARAMETERS IN DETERMINING A PRELIMINARY ORBIT FOR A SPACE OBJECT ALONG A SHORT OBSERVATION TRACK

Т. Н. Sannikova

Crimean Astrophysical Observatory of RAS, Nauchny, Crimea, Russia

The preliminary orbits for 2783 model near-Earth space objects were determined by the Laplace method and the apparent motion parameters (AMP) method along 6- and 8-minute observations tracks containing, respectively, 4 and 5 object positions with 2-minute interval. Improvement of preliminary orbits was executed by the differential correction method. The accuracy of the resulting orbits was estimated from the angular distance between the ephemeris position calculated from the preliminary (or improved) orbit and the position calculated from the original orbit. Comparative analysis was showed that the AMP method is often more accurate than the Laplace method, although the latter is more effective in extreme conditions, such as a short observations arc, highly elliptical and polar orbits. In all cases, improving the orbit significantly increases the accuracy of the ephemeris.

В настоящее время в околоземном космическом пространстве наблюдается большое количество малоразмерных объектов (космический мусор). Является актуальной задача их каталогизации. Если при наличии короткого трека наблюдений оперативно определить предварительную орбиту объекта и рассчитать эфемериду на ближайшее время, то можно в ту же ночь провести его повторные наблюдения и улучшить орбиту. Интересна также возможность автоматизации этого режима работы, что требует такого метода определения предварительной орбиты, который давал бы достоверный результат для объектов с различными орбитами и не требовал бы больших временных и вычислительных ресурсов. Были апробированы классический метод Гаусса и метод двойной r -итерации Эскобала, но при очень короткой дуге наблюдений итерационные процессы, как правило, не сходились. Более универсальными оказались прямые методы определения предварительной орбиты.

Исследована вероятность определения предварительных орбит средне- и высокоорбитальных космических объектов (КО) методами Лапласа и параметров видимого движения (ПВД) [1] и точность эфемериды в течение 1 ч, а также влияние на точность эфемериды улучшения орбиты методом дифференциальной коррекции [2]. В данное исследование не включены низкоорбитальные объекты, так как они быстро перемещаются по небесной сфере и за несколько минут покрывают значительную дугу. Кроме того, для объектов на низких орбитах более актуальной является эфемерида на 1.5–3 ч, чтобы иметь возможность пронаблюдать их на следующем витке.

В качестве критерия точности полученной орбиты использовано угловое расстояние AD между эфемеридным положением, вычисленным на основе предварительной (либо уточненной) орбиты, и положением, вычисленным на основе исходной орбиты. Принято, что предварительная (уточненная) орбита имеет хорошее качество, если AD не превышает 10° .

Программно методы Лапласа, ПВД и дифференциальной коррекции реализованы на языке Python в соответствии с книгами О. П. Быкова и К. В. Холшевникова [1] и П. Эскобала [2]. Определение вектора наблюдателя, а также преобразования координат и времени выполнены с помощью базового пакета для астрономии *Astropy* [3], разработанного сообществом *Astropy Collaboration* [4]. Координаты и скорости объектов в заданные моменты времени вычислены с помощью библиотеки *sgp4* [5], написанной в соответствии с эталонной реализацией упрощенной модели возмущенного движения *SGP4* Валладо и др. [6]. Все математические операции осуществлены с помощью пакета *numpy* [7].

Для статистического анализа исходные элементы орбит модельных КО сформированы следующим образом: для каждого значения большой полуоси a в диапазоне от 10 000 до 50 000 км включительно с шагом 500 км эксцентриситет e изменялся от 0 до 0.95 с шагом 0.05, остальные элементы выбирались случайно из заданного набора значений: наклон i от 0 до 180° с шагом 10° , долгота восходящего узла Ω и аргумент перигелия ω от 0 до 330° с шагом 30° , средняя аномалия M от 0 до 315° с шагом 45° . Всего сгенерированы элементы орбиты для 2783 модельных объектов, и для каждого объекта создан 8-мин трек, содержащий пять положений объекта с 2-мин интервалом, и из него путем отбрасывания последнего наблюдения сформирован 6-мин трек, содержащий четыре положения. При формировании треков в сферические координаты внесены случайные ошибки в пределах $\pm 3''$. По этим трекам определены предварительные орбиты КО методами ПВД и Лапласа, которые затем уточнены методом дифференциальной коррекции. В результате для каждого объекта получено восемь орбит, по которым определены эфемеридные положения объекта через 15, 30, 45 и 60 мин после последнего наблюдения и для каждого момента времени подсчитано количество объектов с $AD \leq 10^\circ$.

В таблице приведены результаты вычислений по указанным в первом столбце выборкам: по продолжительности трека, длине топоцентрической дуги наблюдений, большой полуоси a , эксцентриситету e , наклону i . В круглых скобках указано количество объектов данной категории. Для каждой выборки в первой строке содержатся данные по 6-мин трекам, во второй — по 8-мин. В каждой ячейке 3, 4, 5 и 6-го столбцов первая пара чисел (через дробь) представляет количество объектов в процентном соотношении с хорошим качеством ($AD \leq 10^\circ$) предварительной орбиты, полученной методом ПВД и Лапласа соответственно; вторая пара чисел (через дробь в квадратных скобках) — то же, но после дифференциальной коррекции. Во 2-м столбце содержатся сведения о количестве объектов, для которых не удалось получить предварительную (уточненную) орбиту либо она настолько плохого качества, что уже через 15 мин после последнего наблюдения не удалось вычислить экваториальные координаты объекта. Для краткости сведения 2-го столбца названы «Отказы». Расположение чисел во 2-м столбце соответствует тем же методам, как описано выше для последующих столбцов.

Результаты сводки статистических данных по различным категориям

Выборка	Отказы, %	15 ^m , %	30 ^m , %	45 ^m , %	60 ^m , %
6 ^m (2783)	6.0/4.9 [7.8/7.9]	65.6/65.7 [90.2/89.3]	51.0/50.4 [74.7/72.3]	30.5/29.8 [40.9/40.0]	16.3/15.7 [21.9/21.4]
8 ^m (2783)	6.4/2.7 [8.9/6.9]	64.1/64.4 [89.9/91.1]	56.0/55.8 [81.9/81.6]	40.4/39.7 [60.4/59.7]	26.0/24.3 [37.9/37.3]
Дуга от 5' до 2° (1033)	8.4/6.0 [12.5/13.9] 10.3/3.3 [17.5/14.9]	57.4/61.2 [85.3/83.8] 57.3/62.9 [81.6/83.0]	46.6/48.6 [74.4/70.1] 53.0/55.8 [75.6/74.4]	29.5/30.6 [37.8/36.2] 40.8/41.5 [60.4/58.4]	16.0/17.0 [19.3/18.5] 27.6/27.8 [36.9/34.9]
Дуга от 2° до 5° (819)	7.1/6.6 [7.2/6.5] 5.7/2.4 [5.5/2.1]	69.0/68.1 [91.7/90.6] 69.2/69.4 [93.9/96.1]	55.3/53.7 [75.9/73.6] 60.1/60.6 [86.1/87.1]	30.6/30.2 [39.8/38.5] 41.5/41.6 [59.5/59.6]	13.2/13.6 [17.6/16.8] 23.8/23.1 [33.5/33.5]
Дуга от 5° до 10° (439)	0.7/0.2 [1.8/1.1] 1.1/0.9 [1.1/0.9]	82.9/82.2 [97.0/97.3] 81.1/80.6 [97.7/97.7]	61.7/61.7 [72.0/72.2] 68.8/69.5 [85.0/84.7]	32.8/32.1 [36.9/37.1] 45.8/45.8 [56.7/56.7]	15.7/15.5 [18.5/18.5] 26.9/26.7 [32.8/33.3]
Дуга от 10° до 20° (342)	1.8/1.5 [2.0/1.8] 1.8/1.5 [1.5/1.5]	74.9/74.0 [95.0/95.0] 71.3/62.3 [97.1/97.1]	53.5/50.9 [74.0/73.7] 56.4/47.4 [85.4/84.8]	36.0/31.6 [46.5/46.2] 40.6/35.7 [59.6/59.9]	25.1/19.0 [29.8/29.5] 30.4/22.2 [41.8/41.8]
Дуга > 20° (150)	8.7/8.7 [10.0/8.7] 8.7/8.7 [8.7/8.7]	31.3/16.7 [84.0/83.3] 16.7/10.0 [86.0/86.7]	21.3/10.7 [78.7/78.0] 15.3/10.0 [84.7/85.3]	18.0/10.7 [68.0/68.7] 15.3/8.0 [78.7/78.0]	18.0/12.0 [56.0/56.7] 14.7/4.0 [74.7/75.3]
а от 10 до 20 тыс. км (944)	2.6/2.3 [3.3/2.9] 2.8/2.5 [2.6/2.5]	78.9/76.2 [94.9/94.5] 75.2/70.7 [96.1/96.0]	57.5/54.9 [73.3/72.9] 61.4/57.2 [84.1/83.9]	33.6/31.1 [42.8/42.9] 41.4/37.9 [58.5/58.7]	19.3/16.5 [24.7/24.8] 25.1/20.6 [38.1/38.3]
а от 20.5 до 35 тыс. км (861)	3.6/3.0 [4.9/5.5] 4.4/1.7 [6.3/4.1]	67.7/68.2 [93.3/92.3] 68.1/69.7 [92.7/93.8]	54.5/55.5 [79.0/77.5] 62.0/63.9 [86.5/87.5]	31.6/32.9 [42.6/42.2] 46.3/47.3 [64.9/65.0]	15.7/17.3 [21.7/21.6] 31.0/30.2 [39.8/39.7]
а от 35.5 до 50 тыс. км (978)	11.3/8.9 [14.8/15.0] 11.6/3.8 [17.4/13.7]	50.8/53.5 [82.8/81.6] 49.9/54.8 [81.5/83.9]	41.7/41.6 [72.2/67.3] 45.4/47.4 [75.6/74.3]	26.7/25.7 [37.6/35.3] 34.2/34.8 [58.5/56.0]	14.1/13.6 [19.4/18.0] 22.5/22.2 [35.9/34.0]
е от 0 до 0.3 (1099)	5.6/5.0 [6.3/5.6] 5.7/1.7 [6.1/2.3]	77.6/75.1 [92.1/91.7] 75.2/73.5 [93.1/95.9]	61.1/58.6 [76.0/74.0] 66.3/64.1 [86.3/87.8]	36.5/33.5 [41.9/40.7] 45.7/43.9 [61.8/62.2]	19.9/17.2 [22.5/21.1] 29.6/26.1 [37.6/37.4]
е от 0.35 до 0.7 (1166)	4.8/4.2 [7.0/7.2] 5.1/2.7 [8.4/7.3]	65.6/65.0 [91.3/89.8] 62.5/62.6 [90.5/90.9]	51.1/48.8 [81.2/72.0] 55.1/54.7 [82.2/80.2]	30.0/28.9 [41.6/40.1] 40.5/39.3 [60.7/58.9]	15.8/15.4 [21.9/21.5] 25.5/24.2 [38.9/38.0]
е от 0.75 до 0.95 (518)	9.5/6.0 [12.9/14.7] 10.4/5.0 [16.2/16.0]	40.0/47.5 [83.4/83.0] 44.2/45.8 [81.9/81.3]	29.3/36.7 [70.7/69.5] 36.1/40.9 [71.7/71.8]	19.1/23.7 [37.5/38.2] 29.0/31.7 [56.9/56.2]	10.0/13.3 [20.8/21.8] 19.7/20.5 [36.1/35.3]
i = 0° (144)	4.2/5.6 [6.9/8.3] 4.2/2.8 [6.9/4.9]	77.8/77.1 [93.1/91.7] 73.6/72.9 [93.1/94.4]	63.9/61.1 [81.2/79.2] 66.0/60.4 [91.0/92.4]	36.8/36.8 [41.7/38.9] 48.6/47.2 [70.1/69.4]	13.9/13.9 [19.4/17.4] 33.3/31.2 [43.1/41.7]
i от 10° до 80° (1112)	4.7/3.7 [5.5/5.3] 4.9/1.3 [6.9/6.5]	69.5/69.8 [92.3/91.9] 66.7/67.4 [92.3/93.0]	56.1/55.4 [76.9/75.8] 58.1/58.5 [84.1/84.3]	33.5/30.9 [41.2/41.0] 42.4/42.4 [61.2/61.1]	17.4/16.5 [21.3/21.0] 26.4/25.4 [39.6/38.9]
i = 90° (159)	6.9/2.5 [11.3/8.8] 6.9/0.0 [10.1/7.5]	65.4/71.1 [85.5/88.7] 64.2/71.7 [87.4/91.8]	51.6/56.0 [71.7/76.1] 58.5/63.5 [77.4/80.5]	33.3/39.0 [41.5/45.9] 44.7/45.9 [60.4/61.6]	18.2/20.1 [22.6/23.3] 29.6/27.7 [34.6/38.4]
i от 100° до 170° (1228)	7.1/5.7 [9.7/10.2] 7.1/3.7 [10.2/7.7]	66.1/66.0 [88.6/86.7] 67.3/66.9 [88.7/89.9]	49.1/48.1 [72.1/67.8] 58.4/57.7 [80.2/79.2]	29.2/28.9 [40.2/38.5] 41.1/39.5 [58.8/57.6]	16.4/15.9 [22.8/22.1] 27.0/24.3 [36.6/35.7]
i = 180° (140)	7.9/8.6 [7.1/7.9] 13.6/9.3 [15.0/12.9]	17.1/13.6 [89.3/89.3] 5.7/6.4 [81.4/82.1]	13.6/13.6 [76.4/73.6] 5.0/5.7 [74.3/72.1]	10.0/10.0 [43.6/39.3] 5.0/5.0 [58.6/55.7]	7.1/5.7 [20.7/20.7] 2.9/2.9 [34.3/31.4]

Сравнительный анализ показал, что в целом по всем 6- и 8-мин трекам метод Лапласа дает меньший процент отказов, но эфемерида оказывается более точной в случае использования метода ПВД, однако эти отличия малы. После дифференциальной коррекции орбиты количество отказов, как правило, увеличивается, так как к неудачным определениям предварительных орбит добавляются неудачные попытки их улучшения. В то же время значительно повышается точность эфемериды. Сравнивая строки для 6- и 8-мин треков, видим, что в долгосрочной перспективе эфемерида оказывается достаточно качественной для большого количества объектов в случае пяти наблюдений в течение 8 мин.

Проанализируем результаты выборки по длине топоцентрической дуги наблюдений. Оптимальной для работы методов определения предварительной орбиты оказывается дуга от 5 до 10°, в этой выборке наименьшее количество отказов. Оба метода дают примерно одинаковое количество удачных орбит при дуге от 2 до 10°. На очень коротких дугах оказывается эффективнее метод Лапласа, на очень длинных, наоборот, метод ПВД. При наличии дуги > 20° предварительная орбита оказывается малоточной, но после

дифференциальной коррекции более 50 % объектов с 6-мин треком и более 70 % с 8-мин треком имеют $AD \leq 10'$ в течение 1 ч, чего нельзя сказать о случаях более короткой дуги наблюдений, для них из-за ошибок определения элементов орбиты качество эфемериды быстро падает.

Для среднеорбитальных объектов вероятность определения и точность предварительной орбиты выше, чем для высокоорбитальных. При большой полуоси до 20 тыс. км более эффективен метод ПВД, в остальных случаях наблюдается небольшое преимущество метода Лапласа, но оно исчезает после улучшения орбиты.

Чем эксцентричнее орбита, тем менее надежно она определяется. При $e \leq 0.7$ лучший результат демонстрирует метод ПВД, для высокоэллиптических орбит — метод Лапласа. Как и ранее, уточнение орбиты практически уравнивает оба метода.

В случае экваториальной орбиты наклон предварительной орбиты определяется довольно точно, но остальные угловые элементы имеют большие погрешности, так как линия узлов не определена. Для таких объектов метод ПВД работает лучше метода Лапласа, который оказывается эффективнее для полярных объектов. Для промежуточных значений наклона оба метода дают примерно одинаковые результаты, но через 1 ч более точным оказывается метод ПВД. Для орбит с $i = 180^\circ$ для обоих методов точность эфемериды очень низкая, особенно при 8-мин треке, но этот недостаток в значительной мере исправляется дифференциальной коррекцией орбиты.

Таким образом, для рассмотренного режима наблюдений метод ПВД часто оказывается точнее метода Лапласа, хотя последний дает меньше отказов и более эффективен в экстремальных условиях, таких как короткая дуга наблюдений, высокоэллиптические и полярные орбиты. Во всех случаях улучшение орбиты значительно повышает точность эфемериды, но, как правило, точность уточненной орбиты обеспечивает эфемериду приемлемого качества для 70–80 % объектов только в течение 30 мин, в дальнейшем же качество эфемериды быстро падает. Предварительные орбиты без уточнения дают эфемериду приемлемого качества в течение 30 мин только для ~ 50 % объектов. Замечено также, что в некоторых случаях, когда для объекта не удалось определить предварительную орбиту одним методом, другой метод успешно справлялся с задачей. Следовательно, совместное использование обоих методов может уменьшить количество отказов в статистике.

Библиографические ссылки

- [1] Быков О. П., Холшевников К. В. Прямые методы определения орбит небесных тел : учеб. пособие. — СПб. : Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2013.
- [2] Эскобал П. Методы определения орбит. — М. : Изд-во «Мир», 1970.
- [3] The Astropy project. — <http://www.astropy.org>.
- [4] Astropy Collaboration, Price-Whelan A. M., Sipőcz B. M. et al. The Astropy Project: Building an Open-science Project and Status of the v2.0 Core Package // Astron. J. — 2018. — Vol. 156, № 3. — P. 123. 1801.02634.
- [5] Rhodes Brandon. Python-sgp4. — <https://pypi.python.org/pypi/sgp4>.
- [6] Vallado David, Crawford Paul, Hujsak Ricahrd, Kelso T. S. Revisiting Spacetrack Report #3 // AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit. <https://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.2006-6753>.
- [7] NumPy. — <https://numpy.org/>.