

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГИХ ПРОДОЛЬНО-ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ СТВОЛА АВТОМАТИЧЕСКОЙ ПУШКИ

Суфиянов В. Г., Русяк И. Г., Клюкин Д. А.

Аннотация: в работе рассмотрена задача о продольно-поперечных колебаниях ствола автоматической пушки в одномерной упругой постановке. Постановка задачи колебания ствола учитывает начальный гравитационный прогиб, переменное распределение давления пороховых газов, включая период последствия, а также динамику движения снаряда. Разностные аппроксимации уравнений колебаний ствола получены на основе интегро-интерполяционного подхода. Показано, что существенные поперечные колебания ствола наблюдаются вертикальной плоскости, при этом время затухания колебаний больше промежутка времени между выстрелами, что оказывает влияние на разброс снарядов при стрельбе очередями.

Ключевые слова: продольно-поперечные колебания ствола, внутренняя баллистика, математическая модель, угол бросания снаряда.

Введение

При стрельбе из автоматической пушки среди множества факторов, влияющих на точность и кучность стрельбы, основной вклад вносят колебания ствола. В данной работе представлены математические модели, вычислительные алгоритмы и программный комплекс анализа влияния баллистических условий стрельбы на упругие продольно-поперечные колебания ствола автоматической пушки. Целью работы является математическое моделирование и исследование влияния упругих деформаций и колебаний ствола в процессе стрельбы из автоматической пушки на начальные условия внешнебаллистической траектории.

Вопросам математического моделирования колебаний ствола автоматических пушек посвящены работы российских и зарубежных исследователей [1, 2]. В ряде работ [3, 4] для моделирования динамики ствола артиллерийской системы используются современные пакеты инженерного проектирования, позволяющие решать задачу в трехмерной постановке. Тем не менее моделирование в одномерной постановке находит применение при исследовании колебаний ствола при выстреле и позволяет получить решение с точностью сопоставимой с решением в трехмерной постановке при этом значительно уменьшая время проведения расчетов.

В работе рассматривается математическая модель колебаний ствола переменного сечения в упругой постановке в одномерном приближении. Соответствующие дифференциальные уравнения можно решить, например, методом Фурье, либо методом конечных элементов или конечных разно-

стей. Ниже для численного решения нестационарных одномерных дифференциальных уравнений колебаний ствола использовалась неявная конечно-разностная схема, рассмотренная в [5].

1. Математическая модель продольно-поперечных колебаниях ствола

Рассмотрим постановку задачи о продольных и поперечных колебаниях ствола автоматической пушки. Поперечные колебания будем рассматривать в вертикальной и горизонтальной плоскостях относительно оси симметрии ствола пушки. Выберем декартову систему координат $Oxyz$ (рис. 1), связанную с недеформированным стволом орудия. Начало координат O находится в центре казенного среза ствола. Направим ось Ox вдоль оси симметрии ствола. Ось Oy находится в вертикальной плоскости перпендикулярно оси Ox . Ось Oz образует правостороннюю систему координат.

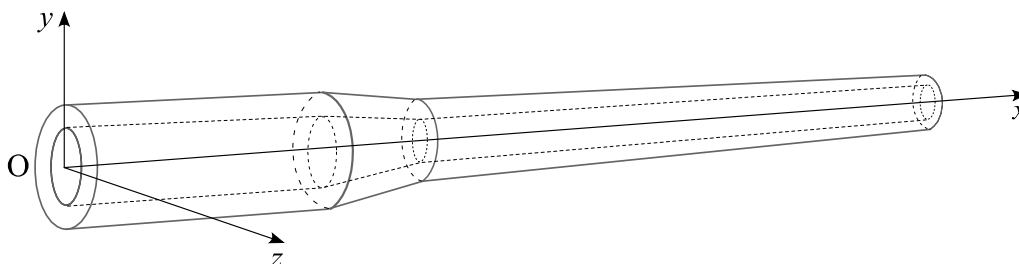


Рис. 1. Система координат, связанная со стволом

Совместим начало координат $Oxyz$ с осью местной системы координат $OXYZ$. Ось OY направлена в сторону, противоположную направлению силы тяжести \vec{g} . Также совместим оси Oz и OZ . Направим ось Ox орудия в плоскости OXY под углом φ к оси OX (рис. 2).

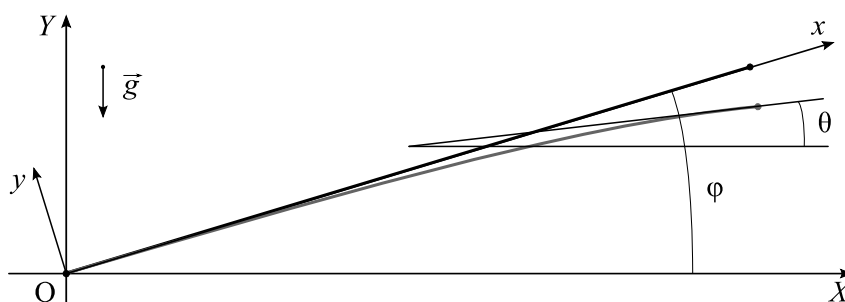


Рис. 2. Местная система координат

Под действием силы тяжести и других сил ствол будет испытывать изгиб. Угол бросания снаряда θ (рис. 2) вычисляется как угол, образованный

осью Ox и направлением касательной линии, совпадающей с центром канала ствола, в точке дульного среза в момент вылета снаряда из ствола.

1.1. Уравнение продольных колебаний

Рассмотрим дифференциальное уравнение, описывающее в одномерном приближении нестационарные продольные колебания канала ствола, учитывающее силы тяжести, давление пороховых газов и взаимодействие снаряда со стволом. Уравнение продольных колебаний ствола в направлении оси Ox имеет следующий вид [5]:

$$\rho F \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} (F\sigma + 2\nu Sp) + p \frac{\partial S}{\partial x} - q_x(x, t) = 0, \quad (1)$$

где $u = u(x, t)$ – величина продольной деформации; ρ – плотность материала ствола; $F = F(x)$ – переменная площадь сечения ствола; $S = S(x)$ – переменная площадь канала ствола; $\sigma = E \frac{\partial u}{\partial x}$ – напряжение в точке x ; E – модуль упругости; ν – коэффициент Пуассона; $p = p(x, t)$ – давление внутри канала ствола; $q_x = q_x(x, t)$ – распределенные продольные силы.

Задача (1) решается при заданных начальных условиях

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad \left. \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = u_1(x) \quad (2)$$

и граничных условиях

$$u(0, t) = 0, \quad \left. \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right|_{x=l} = 0, \quad (3)$$

где функция $u_0(x)$ – определяется из решения стационарной задачи гравитационного прогиба; $l = L_{\text{км}} + L_{\text{д}}$ – длина артиллерийской системы; $L_{\text{км}}$ – длина камеры; $L_{\text{д}}$ – длина ствола. Площадь сечения ствола и площадь канала ствола вычисляются по формулам:

$$F(x) = \pi(r_2^2(x) - r_1^2(x)), \quad S(x) = \pi r_1^2(x),$$

где $r_1(x)$, $r_2(x)$ – переменные внутренний и внешний радиусы канала ствола.

Распишем продольные силы, действующие на канал ствола:

$$q_x(x, t) = -\rho F g \sin \varphi - q_x^{\text{сн}}(x, t) + q_x^{\text{тр}}(x, t), \quad (4)$$

где $q_x^{\text{сн}}(x, t)$ – массовые силы, действующие на ствол со стороны снаряда в направлении оси Ox ; $q_x^{\text{тр}}(x, t)$ – силы трения и взаимодействия снаряда с нарезами в направлении оси Ox ; g – ускорение свободного падения. При

определении этих сил снаряд будем считать эквивалентным по объему цилиндром, радиус которого совпадает с радиусом канала ствола. Длина эквивалентного снаряда равна:

$$\Delta l_{\text{сн}} = \frac{V_{\text{сн}}}{S_{\text{кн}}},$$

где $S_{\text{кн}}$ – площадь сечения цилиндрической части канала ствола; $V_{\text{сн}}$ – объем снаряда.

Средняя плотность такого «приведенного» снаряда:

$$\rho_{\text{сн}} = \frac{q}{V_{\text{сн}}},$$

где q – масса снаряда.

В таком случае можно записать

$$q_x^{\text{сн}}(x, t) = \begin{cases} \rho_{\text{сн}} S_{\text{кн}} g \sin \varphi, & x \in [x_{\text{сн}}, x_{\text{сн}} + \Delta l_{\text{сн}}], \\ 0, & x \notin [x_{\text{сн}}, x_{\text{сн}} + \Delta l_{\text{сн}}]. \end{cases} \quad (5)$$

В формуле (5) положение снаряда $x_{\text{сн}} = x_{\text{сн}}(t)$ определяется из решения основной задачи внутренней баллистики.

Сила, действующая на стенки канала ствола гладкоствольного орудия, прямо пропорциональна силе, действующей на снаряд:

$$R_{\text{гл}} = -f_{\text{тр}} p_{\text{сн}} S_{\text{кн}}, \quad (6)$$

где $f_{\text{тр}}$ – коэффициент трения; $p_{\text{сн}}$ – давление на дно снаряда. В этом случае

$$q_x^{\text{тр}}(x, t) = \frac{R_{\text{гл}}}{\Delta l_{\text{сн}}}. \quad (7)$$

Сила, действующая на стенки канала ствола нарезного орудия, определяется по формуле [6]:

$$R_{\text{нар}} = -nN(\sin \alpha_{\text{нар}} + f_{\text{тр}} \cos \alpha_{\text{нар}}), \quad (8)$$

где n – число нарезов в канале; N – сила реакции; $f_{\text{тр}}$ – коэффициент трения; $\alpha_{\text{нар}}$ – угол наклона нарезов, определяется по формуле:

$$\alpha_{\text{нар}} = \arctan \frac{\pi}{\eta}, \quad (9)$$

где $\eta = \frac{h}{d}$ – кривизна нарезов (вычисляется в калибрах); h – длина хода нарезов.

Сила реакции определяется по формуле:

$$N = \frac{1}{n} \lambda \operatorname{tg} \alpha_{\text{нар}} \cdot p_{\text{сн}} S_{\text{кн}}, \quad (10)$$

где $\lambda = \left(\frac{\rho J}{r_{\text{сн}}} \right)^2$ – безразмерный коэффициент, для осколочно-фугасных сна-

рядов его значение находится в пределах от 0,64 до 0,68 [6]; $\rho J = \frac{J_{\text{сн}}}{q}$ – ра-

диус момента инерции снаряда; $J_{\text{сн}}$ – момент инерции снаряда относительно оси вращения.

В случае нарезного орудия имеем:

$$q_x^{\text{тр}}(x, t) = \frac{R_{\text{нар}}}{\Delta l_{\text{сн}}}. \quad (11)$$

1.2. Уравнение поперечных колебаниях в вертикальной плоскости

Рассмотрим нестационарное одномерное уравнение упругих колебаний ствола с одним закрепленным и вторым свободным концом. Уравнение продольных колебаний в вертикальной плоскости Oxy представляет собой бигармоническое уравнение вида [5]:

$$\rho F \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left[(F\sigma - Sp) \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \frac{\partial^2}{\partial x^2} EJ_z \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - q_y(x) = 0, \quad (12)$$

где $v = v(x, t)$ – продольные деформация ствола в направлении оси Oy ; $J_z = J_z(x)$ – момент инерции относительно оси Oz ; $q_y(x)$ – распределенная по длине стержня сила, действующая в направлении оси Oy .

Момент инерции стержня J_z определяется по формуле:

$$J_z(x) = \pi \left(\frac{r_2^4(x)}{4} - \frac{r_1^4(x)}{4} \right).$$

Начальные условия для уравнения (12):

$$v(x, 0) = v_0(x), \quad \left. \frac{\partial v(x, 0)}{\partial t} \right|_{t=0} = v_1(x), \quad (13)$$

где $v_0(x)$ – начальный изгиб ствола, который определяется из решения стационарной задачи гравитационного прогиба; $v_1(x)$ – начальная скорость ствола в направлении оси Oy .

Граничные условия закрепления будем рассматривать при $x = 0$:

$$v(0, t) = 0, \quad \left. \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0. \quad (14)$$

Условия свободного конца при $x = l$ имеют вид

$$\left. \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} \right|_{x=l} = 0, \quad \left. \frac{\partial}{\partial x} \left(EJ_z \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} \right) \right|_{x=l} = 0. \quad (15)$$

Распределенную силу для рассматриваемой системы запишем в виде

$$q_y(x, t) = -\rho g F \cos \varphi - q_y^{\text{CH}}(x, t), \quad (16)$$

где $q_y^{\text{CH}}(x, t)$ – массовые силы, действующие на ствол со стороны снаряда в направлении оси Oy :

$$q_y^{\text{CH}}(x, t) = \begin{cases} \rho_{\text{CH}} S_{\text{KH}} g \cos \varphi, & x \in [x_{\text{CH}}, x_{\text{CH}} + \Delta l_{\text{CH}}], \\ 0, & x \notin [x_{\text{CH}}, x_{\text{CH}} + \Delta l_{\text{CH}}]. \end{cases} \quad (17)$$

1.3. Уравнение поперечных колебаний в горизонтальной плоскости

Одномерное нестационарное уравнение поперечных колебаний в горизонтальной плоскости Oxz представляет собой бигармоническое уравнение вида [5]:

$$\rho F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left[(F\sigma - Sp) \frac{\partial w}{\partial x} \right] + \frac{\partial^2}{\partial x^2} EJ_y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - q_z(x) = 0, \quad (18)$$

где $w = w(x, t)$ – продольные деформация ствола в направлении оси Oz ; $J_y = J_y(x)$ – момент инерции относительно оси Oy ; $q_z(x)$ – распределенная по длине стержня сила, действующая в направлении оси Oz .

Начальные условия для уравнения (18):

$$w(x, 0) = w_0(x), \quad \left. \frac{\partial w(x, 0)}{\partial t} \right|_{t=0} = w_1(x), \quad (19)$$

где $w_0(x)$ – начальный изгиб ствола в направлении оси Oz ; $w_1(x)$ – начальная скорость ствола в направлении оси Oz .

Граничные условия закрепления будем рассматривать при $x = 0$:

$$w(0, t) = 0, \quad \left. \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0. \quad (20)$$

Условия свободного конца при $x = l$ имеют вид

$$\left. \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right|_{x=l} = 0, \quad \left. \frac{\partial}{\partial x} \left(EJ_z \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right) \right|_{x=l} = 0. \quad (21)$$

Из условия задачи следует, что массовые силы в направлении оси Oz не действуют, поэтому $q_z(x) = 0$.

2. Математическая модель внутрибаллистического процесса

Основная задача внутренней баллистики в термодинамической постановке решается для определения изменения уровня давления и скорости движения снаряда внутри канала ствола. Уравнение горения пороховых элементов запишем в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений [7]:

$$\begin{cases} \frac{d\psi}{dt} = \frac{S_0}{\Lambda_0} \sigma(z) u_k, \\ \frac{dz}{dt} = \frac{u_k}{e_1}, \end{cases} \quad (22)$$

где ψ – доля сгоревшего пороха; S_0 – начальная площадь поверхности порохового элемента; Λ_0 – начальный объем порохового элемента; $\sigma(z)$ – относительная площадь поверхности горения порохового элемента; $z = e/e_1$ – относительная толщина сгоревшего свода порохового элемента; e – толщина сгоревшего свода; e_1 – максимальная толщина горящего полусвода; $u_k = u_1 p$ – линейная скорость горения; u_1 – коэффициент скорости горения; $p = p(t)$ – давление пороховых газов внутри ствола.

Система (22) решается до фазы распада пороховых элементов $z \leq 1$ или $\psi \leq \psi_p = \kappa(1 + \lambda + \mu)$. При этом $\sigma(z) = 1 + 2\lambda z + 3\mu z^2$, $\psi(z) = \kappa z(1 + \lambda z + \mu z^2)$, где κ , λ , μ – коэффициенты формы, которые рассчитываются исходя из геометрии пороховых элементов.

После распада пороховых элементов $\psi_p \leq \psi \leq 1$ решается уравнение:

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{S_0}{\Lambda_0} \sigma(\psi) u_k, \quad \sigma(\psi) = (1 + 2\lambda + 3\mu) \sqrt{\frac{1 - \psi}{1 - \psi_p}}. \quad (23)$$

Уравнение движения снаряда:

$$\begin{cases} q \frac{dv_{сн}}{dt} = S_{кн} p_{сн} \eta(p_{сн} - p_{ф}), \\ \frac{dx_{сн}}{dt} = v_{сн} \eta(p_{сн} - p_{ф}), \end{cases} \quad (24)$$

где $x_{сн}$ – положение снаряда; $v_{сн}$ – скорость снаряда; $p_{н}$ – давление, развиваемое воспламенителем; $p_{ф}$ – давление форсирования; $\eta(\xi)$ – функция Хэвисайда:

$$\eta(\xi) = \begin{cases} 0, & \text{если } \xi \leq 0, \\ 1, & \text{если } \xi > 0. \end{cases}$$

Уравнение энергии

$$p \left[W_{\text{сн}} - \frac{\omega}{\delta} (1 - \psi) - \alpha \omega \psi \right] = \omega \psi f - \left(1 + \frac{\omega}{q} J_0 \right) \theta q \frac{v_{\text{сн}}^2}{2}, \quad (25)$$

где ω – масса пороха; δ – плотность пороха; α – коволюм; f – сила пороха; $\theta = k - 1$; $k = c_p / c_v$ – показатель адиабаты продуктов горения пороха; c_p – теплоемкость продуктов горения пороха при постоянном давлении; c_v – теплоемкость продуктов горения пороха при постоянном объеме; $W_{\text{сн}}$ – объем заснарядного пространства:

$$W_{\text{сн}} = W_{\text{км}} + S_{\text{сн}} (x_{\text{сн}} - x_{\text{сн}}^0), \quad (26)$$

где $W_{\text{км}}$ – объем камеры; $x_{\text{сн}}^0$ – начальное положение снаряда.

Уравнение состояния:

$$p \left[W_{\text{сн}} - \frac{\omega}{\delta} (1 - \psi) - \alpha \omega \psi \right] = \omega \psi R T, \quad (27)$$

где R – универсальная газовая постоянная; T – температура продуктов горения пороха.

Дополнительные соотношения:

$$p_{\text{сн}}(t) = \frac{p(t)}{1 + \frac{1}{3} \frac{\omega}{m_{\text{сн}}}}; \quad p_{\text{кн}}(t) = \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\omega}{m_{\text{сн}}} \right) p_{\text{сн}}(t). \quad (28)$$

Тогда распределение давления канала внутри ствола можно записать в следующем виде

$$p(x, t) = p_{\text{кн}}(t) - \frac{1}{2} \frac{\omega p_{\text{сн}}(t)}{m_{\text{сн}}} \frac{x^2}{x_{\text{дн}}^2}, \quad (29)$$

где $x_{\text{дн}}$ – положение дна снаряда.

Начальные условия при $t = 0$:

$$p = p_{\text{н}}, \quad T = T_{\text{в}}, \quad v_{\text{сн}} = 0, \quad x_{\text{сн}} = x_{\text{сн}}^0, \\ \psi = \psi_{\text{н}} = \frac{p_{\text{н}} \left(\frac{\rho_{\text{п}}}{\Delta} - 1 \right)}{f \rho_{\text{п}} + p_{\text{н}} (\alpha \rho_{\text{п}} - 1)}, \quad \Delta = \frac{\omega}{W_{\text{км}}}. \quad (30)$$

В расчетах принимались следующие значения давлений: $p_{\text{н}} = 30 \cdot 10^5$ Па; $p_{\text{ф}} = 300 \cdot 10^5$ Па. Плотность газопороховой смеси в каждый момент времени определяется из соотношения:

$$\rho_{\text{пг}} = \frac{\omega}{W_{\text{сн}}}.$$

Расчеты по представленной выше системе дифференциальных уравнений проводятся до момента вылета снаряда из ствола:

$$x_{\text{дн}} \leq l. \quad (31)$$

После вылета снаряда из канала ствола, принимается, что среднее давление и средняя плотность газов изменяются вследствие истечения газов из дульного среза со звуковой скоростью. Этот период называется периодом последействия. Он приближенно описывается уравнениями:

$$\frac{d\rho_{\text{пг}}}{dt} = -\frac{B(k)S_{\text{кн}}p}{W_{\text{д}}\sqrt{RT_{\text{д}}}}, \quad (32)$$

$$p = \rho RT_{\text{д}}, \quad (33)$$

где $B(k) = \sqrt{k\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$ – постоянная расхода; $T_{\text{д}}$ – температура пороховых газов в момент вылета снаряда из канала ствола, которая принимается постоянной в течении всего периода последействия; $W_{\text{д}}$ – внутренний объем канала ствола.

Начальные условия в момент вылета снаряда из канала ствола при $t = t_{\text{д}}$:

$$\rho_{\text{пг}} = \rho_{\text{д}} = \frac{\omega}{W_{\text{д}}}, \quad T = T_{\text{д}}. \quad (34)$$

При этом допущении, решение задачи (40)-(42) имеет вид:

$$p = p_{\text{д}} \exp\left(-\frac{t}{t_{\text{р}}}\right), \quad \rho_{\text{пг}} = \frac{p}{RT_{\text{д}}}. \quad (35)$$

где $t_{\text{р}} = \frac{W_{\text{д}}}{B(k)S_{\text{кн}}\sqrt{RT_{\text{д}}}}$.

3. Вычислительные алгоритмы решения задачи упругих продольно-поперечных колебаний ствола

Дифференциальные уравнения, описывающие задачи внутренней баллистики, решались методом Рунге – Кутта 4-го порядка точности.

Разностная аппроксимация дифференциальных уравнений в частных производных (1), (12), (18) проводилась интегро-интерполяционным методом [8], который позволяет построить разностную схему для моделей с негладкими и разрывными коэффициентами и получить наиболее точное физическое решение. Рассматривалась расчетная сетка во временной области $0 \leq t \leq T$:

$$\Xi = \left\{ t_n = n \cdot \tau \mid n \in \{0, 1, \dots, N\}, \tau = \frac{T}{N} \right\} \quad (36)$$

и пространственной области $0 \leq x \leq L$:

$$\Omega = \left\{ x_i = i \cdot h \mid i \in \{0, 1, \dots, I\}, h = \frac{L}{I} \right\}. \quad (37)$$

В результате неявной разностной аппроксимации уравнения (1) получаем трехдиагональную систему линейных алгебраических уравнений относительно u_i^n , $i = 0, 1, \dots, I$, которая решается методом прогонки на каждой итерации по времени $n = 1, 2, \dots, N$. Разностная аппроксимация при $i = 0$ и $i = I$ определяется с учетом граничных условий (3). Начальные скорости из соотношения (2) используются для аппроксимации на 1 шаге итераций при $n = 1$.

В результате неявной разностной аппроксимации уравнения (12) получаем пятидиагональную систему линейных алгебраических уравнений относительно v_i^n , $i = 0, 1, \dots, I$, которая решается методом прогонки на каждой итерации по времени $n = 1, 2, \dots, N$. Разностная аппроксимация при $i = 0, 1$ и $i = I - 1, I$ определяется с учетом граничных условий (14) и (15). Начальные условия определяются из соотношения (13). Начальные скорости из соотношения (13) используются для аппроксимации $n = 1$ на 1 шаге итераций.

Аналогичным образом, в результате неявной разностной аппроксимации уравнения (18), с учетом граничных условий (20) и (21), получаем пятидиагональную систему линейных алгебраических уравнений относительно w_i^n , $i = 0, 1, \dots, I$. Начальные условия определяются из соотношения (19). Более детальное описание процедуры разностной аппроксимации уравнений, описывающих продольно-поперечные колебания ствола орудия, представлено в работе [7].

4. Программный комплекс моделирования упругих продольно-поперечных колебаний ствола

Разработанный программный комплекс предоставляет возможность задания параметров заряда, снаряда и ствола и моделировать следующие задачи: внутренней и внешней баллистики, колебания ствола в различных направлениях с учетом температурных эффектов при стрельбе одиночными выстрелами и в режиме автоматической стрельбы. Структура программного комплекса представлена на рис. 3.

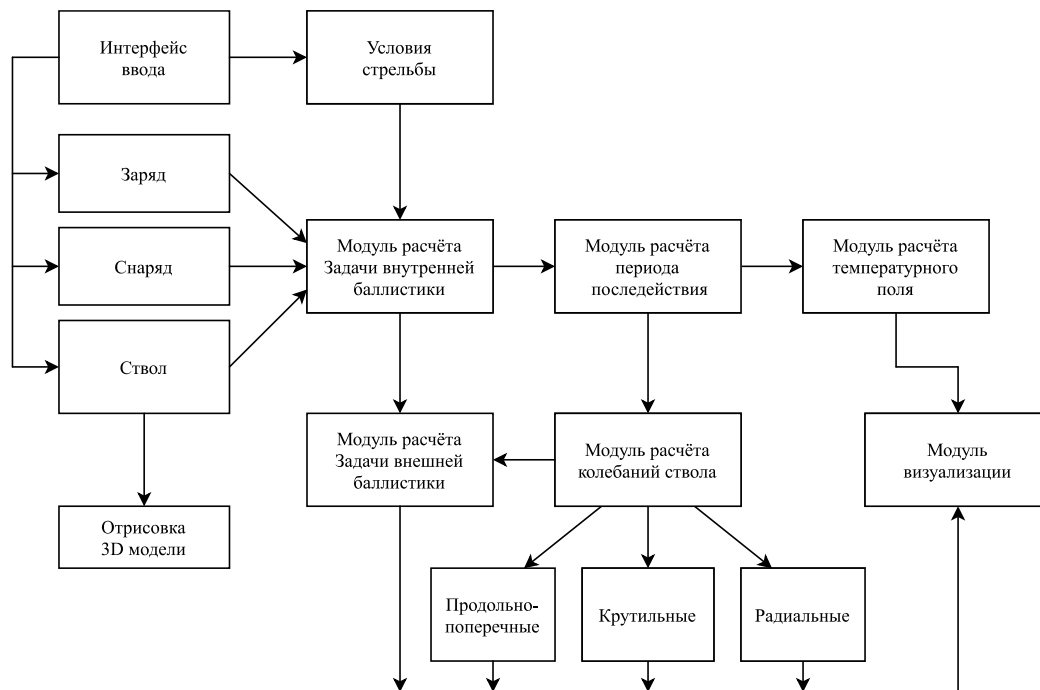


Рис. 3. Структура программного комплекса

Модуль расчета задачи внутренней баллистики предназначен для решения основной задачи внутренней баллистики в термодинамической постановке, в осредненных параметрах, с учетом формы ствола.

Модуль расчета периода последствия предназначен для определения таких параметров, как давление, температура газа и других характеристик после вылета снаряда из ствола.

Модуль расчета температурного поля – определяет распределение температуры по стволу на протяжении процесса выстрела.

Модуль расчета колебаний ствола предназначен для определения напряженно-деформированного состояния ствола и расчета продольно-поперечных, крутильных и радиальных колебаний ствола.

Модуль расчета внешней баллистики предназначен для вычисления траектории движения снаряда с начальными условиями, определяемыми из решения задач внутренней баллистики и колебаний ствола.

Для разработки программного комплекса использовался язык C# (.NET Framework 4.7.2), что позволило добиться быстрой и эффективной работы основных расчетных модулей. Ввод данных осуществляется с использованием пользовательского графического интерфейса. Также предусмотрены возможности сохранения, загрузки, редактирования параметров расчета, а также построение 3D-модели исследуемой установки средствами *OpenGL*.

5. Результаты моделирования упругих продольно-поперечных колебаний ствола автоматической пушки

В работе рассматривается 30 мм автоматическая нарезная пушка

с массой снаряда $q = 0,18 \text{ кг}$. Угол возвышения ствола φ принимался равным 0° . Механические параметры материала ствола соответствуют стандартной стали: плотность – $\rho = 7850 \text{ кг/м}^3$; модуль упругости – $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$; коэффициент Пуассона – $\nu = 0,3$. При решении одномерных конечно-разностных уравнений была использована сетка с постоянным шагом по пространству $h = 0,01 \text{ м}$. Количество точек разбиения расчетной области составило $I = 180$.

Одномерная модель была реализована на языке *Python 3.8.3* в среде *Windows 10* на стандартном компьютере, оснащённом процессором *Intel Core i7-2600K* 3,4 ГГц и 16 Гб оперативной памяти.

При расчете внутренней баллистики пушки начальное давление принималось равным $p_H = 3 \text{ МПа}$. В момент достижения давления форсирования $p_\Phi = 30 \text{ МПа}$ снаряд начинал движение. После достижения снарядом дульного среза расчеты периода последействия проводились по аналитической зависимости. Внутрибаллистические характеристики в течение одного периода выстрела приведены на рис. 4.

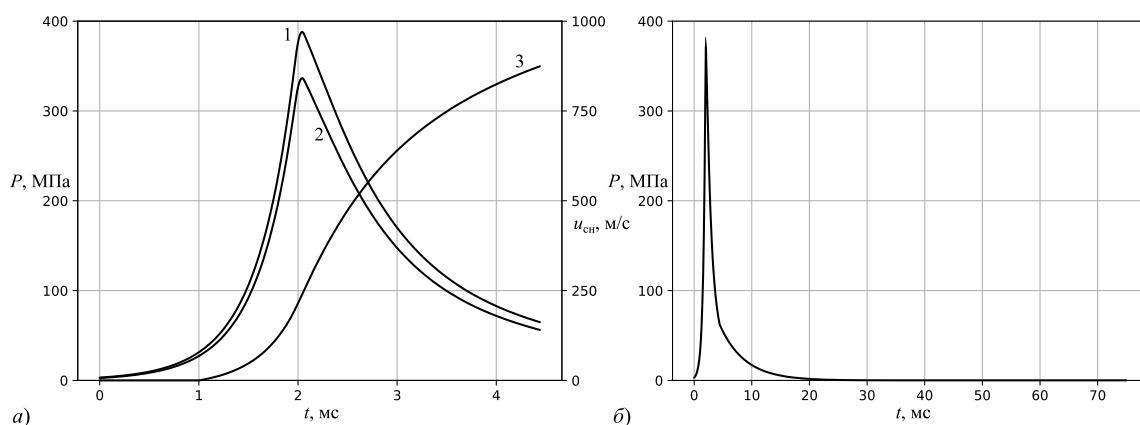


Рис. 4. Расчетные внутрибаллистические параметры выстрела для 30 мм пушки:
а) – давление на дно канала (1), давление на дно снаряда (2) и скорость снаряда (3) в период выстрела; б) – среднее давление в период выстрела и в период последействия

Максимальное давление внутри ствола составило $p_{\max} = 370 \text{ МПа}$, скорость снаряда на дульном срезе – $v_{\text{сн}} = 890 \text{ м/с}$, время выстрела – $t_{\text{д}} = 4,5 \text{ мс}$ (рис. 4а). Период последействия составил 24,5 мс (рис. 4б). В расчетах рассматривалась автоматическая стрельба со скоростью 800 выстрелов в минуту, что соответствует периоду между выстрелами $t_{\text{пер}} = 75 \text{ мс}$.

Расчеты продольных и поперечных колебаний ствола артиллерийского орудия проводились по уравнениям (1) и (12) с учетом воздействия давления, взаимодействия снаряда со стволом и массовых сил. Результаты

расчета продольных колебаний дульного среза ствола с учетом и без учета периода последействия представлены на рис. 5.

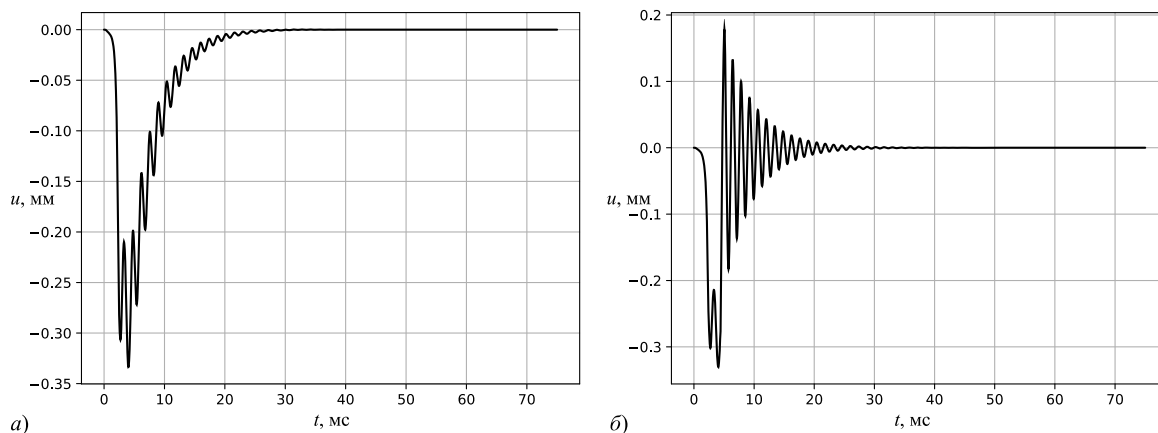


Рис. 5. Продольные колебания дульного среза ствола 30 мм пушки при 1 выстреле а) с учетом последействия и б) без учет последействия

Как видно из рис. 5а, максимальная амплитуда продольных колебаний дульного среза ствола составила 0,33 мм. Результаты моделирования продольных колебаний ствола без учета периода последействия представлены на рис. 5б, из которого видно, что сразу после вылета снаряда из дульного среза происходит резкий скачок. С учетом периода последействия (рис. 5а) длина ствола плавно возвращается в начальное состояние. В дальнейшем расчеты проводились только с учетом периода последействия.

Отклонение угла стрельбы θ от угла возвышения φ определяется направлением касательной к линии канала ствола в точке дульного среза в момент вылета снаряда из орудия:

$$\gamma = \theta - \varphi = \arctan \left(\left. \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right|_{x=l} \right).$$

Зависимость этого отклонения от времени представлена на рис. 6.

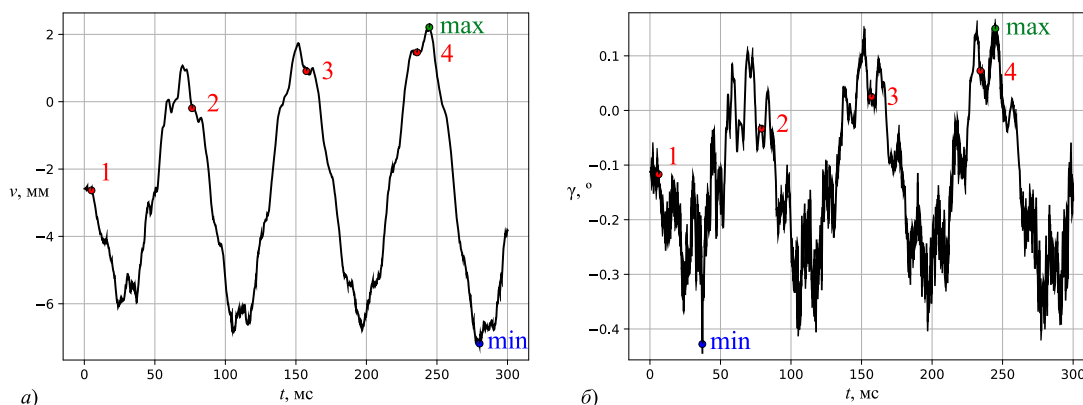


Рис. 6. Динамика а) поперечных колебаний дульного среза ствола автоматической пушки в вертикальной плоскости и б) отклонений угла стрельбы от угла возвышения при стрельбе очередью

Как видно из рис. 6а, максимальная амплитуда поперечных колебаний дульного среза v ствола составила более 9 мм в пределах от $-7,2$ мм до $2,1$ мм, при этом, отклоняется угла стрельбы от угла возвышения γ в пределах от $-0,4^\circ$ до $0,1^\circ$. На рис. 7 представлены результаты расчета внешнебаллистической траектории снаряда в проекции на плоскость OXY по методике [9] с начальными условиями, определенными в результате расчета колебаний ствола автоматической пушки при стрельбе очередями.

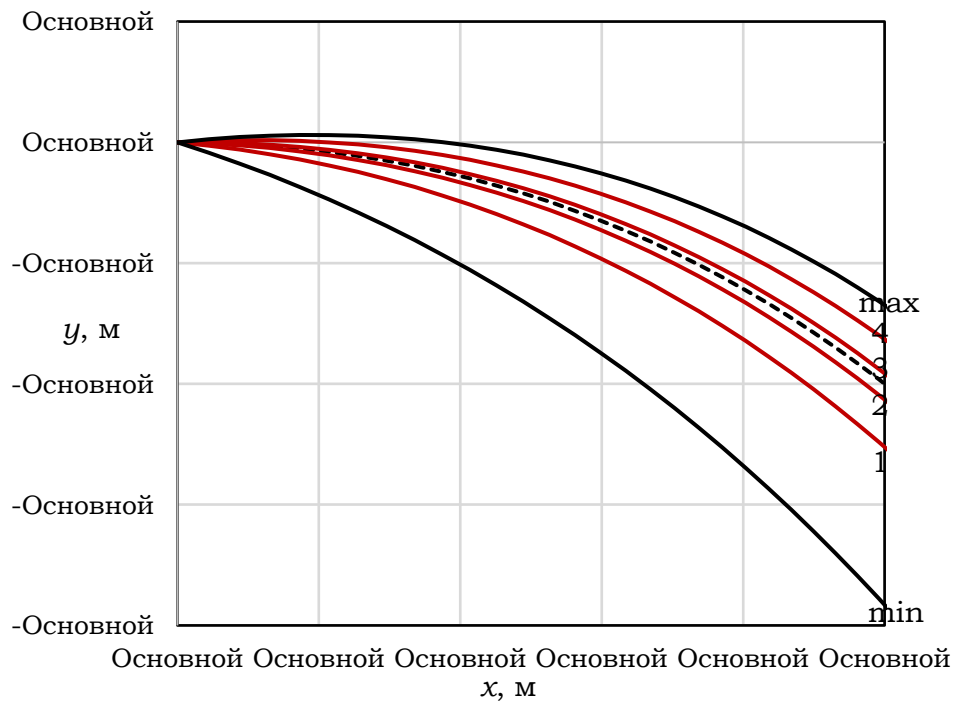


Рис. 7. Проекция траектории снарядов на плоскость OXY

На рис. 7 представлены проекции траектории снаряда на плоскость OXY при заданном угле возвышения $\varphi = 0^\circ$ на расстояние 1 км до цели при минимальном (min) и максимальном (max) расчетном угле бросания снаряда, цифрами 1, 2, 3 и 4 обозначены результаты моделирования траектории снарядов, соответствующие их номеру в очереди, а также штриховой линией обозначена траектория снаряда без учета отклонений при угле бросания $\theta = 0^\circ$. Как видно из рис. 7, максимальная разность траекторий снарядов при стрельбе очередями на расстояние 1 км составила 8,7 м в пределах от $-14,9$ м при $\theta = -0,4^\circ$ до $-6,2$ м при $\theta = 0,1^\circ$.

Заключение

В ходе выполнения работы реализованы математические модели и алгоритмы решения задач упругих продольно-поперечных колебаний ствола автоматической пушки. Создан программный комплекс, предназначенный для исследования упругих продольно-поперечных колебаний

ствола с учетом начального гравитационного прогиба, массовых силы, динамику давления пороховых газов, включая период последствий, а также динамику движения снаряда. На основе разработанного математического и программного обеспечения разработаны алгоритмы расчета начальных условий движения снаряда на внешнебаллистической траектории. Проведена оценка разброса снарядов при стрельбе очередями из автоматической 30 мм пушки на расстоянии 1 км.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-01-00072.

Список литературы

1. Богомолов, С. Н. Влияние колебаний ствола автоматической пушки на кучность стрельбы / Богомолов С. Н., Федянин Н. Д., Филиппов М. А. // Научный резерв. – 2018. – № 1 (1). – С. 13–20.
2. Vitek R. Influence of the small arm barrel bore length on the angle of jump dispersion // Proceedings of the 7th WSEAS international conference on system science and simulation in engineering ICOSSE'08. Wisconsin: WSEAS, 2008. Pp. 114-118 <https://dl.acm.org/doi/abs/10.5555/1562259.1562281>
3. Leonhardt D., Garnich M. A Finite Element Model to Predict the Influence of Asymmetries on Barrel Dynamics in Small Arms // Proceedings of 31st International Symposium on Ballistics, Hyderabad, India, 4–8 November 2019. – URL: <http://www.dpi-proceedings.com/index.php/ballistics31/article/view/33139>
4. Esen I. A modified FEM for transverse and lateral vibration analysis of thin beams under a mass moving with a variable acceleration // Latin American Journal of Solids and Structures. 2017. Vol. 14. No. 3. 14. Pp. 485–511. <https://doi.org/10.1590/1679-78253180>
5. Липанов, А. М. Исследование влияния колебаний ствола на угол вылета снаряда при выстреле / Липанов А. М., Русяк И. Г., Суфиянов В. Г. // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2020. – № 68. – С. 80–94.
6. Серебряков, М. Е. Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет / Серебряков М. Е. – Москва : Оборонгиз, 1962. – 705 с.
7. Русяк, И. Г. Исследование влияния упругих деформаций и колебаний ствола на точность стрельбы / Русяк И. Г., Суфиянов В. Г., Клюкин Д. А. // Интеллектуальные системы в производстве. – 2020. – Т. 18. – № 4. – С. 98–108.
8. Самарский, А. А. Численные методы / Самарский А. А., Гулин А. В. – Москва : Наука, 1989. – 432 с.
9. Королев, С. А.. Исследование влияния возмущающих факторов на траекторию движения снарядов и ракет при стрельбе с подвижного носителя

теля / Королев С. А., Русяк И. Г., Суфиянов В. Г. // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2017. – № 11-3. – С. 23–33.

Суфиянов Вадим Гарайханович, д-р техн. наук, доц., vsufiy@mail.ru, Россия, г. Ижевск, Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова,

Русяк Иван Григорьевич, д-р техн. наук, проф., академик РАН, зав. кафедрой, primat@istu.ru, Россия, Ижевск, Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова.

Клюкин Даниил Анатольевич, магистрант, anatoliikljukin@mail.ru, Россия, Ижевск, Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова.

MATHEMATICAL MODELING OF AN AUTOMATIC GUN BARREL ELASTIC LONGITUDINAL-TRANSVERSAL VIBRATIONS

Sufiyanov V. G., Russyak I. G., Kljukin D. A.

The paper considers the problem of automatic gun barrel longitudinal-transverse vibrations in elastic one-dimensional setting. The barrel vibration problem takes into account the initial gravitational deflection, the variable distribution of the powder gases pressure, including the aftereffect period, as well as the dynamics of the projectile movement. Difference approximations of the gun barrel vibrations equations are obtained by integro-interpolation approach. It is shown that transverse barrel vibrations significant in vertical plane, while the damping time of the vibrations is longer than interval between shots, which affects dispersion of shells when bursts firing.

Key words: gun barrel longitudinal-transverse vibrations, internal ballistics, mathematical model, firing angle.

Sufiyanov, doctor of technical science, docent, stkj@mail.ru, Russia, Izhevsk, Kalashnikov Izhevsk State Technical University,

Russyak Ivan Grigor'evich, doctor of technical science, professor, academician of RARAS, manager of kathedra, primat@istu.ru, Russia, Izhevsk, Kalashnikov Izhevsk State Technical University.

Kljukin Daniil Anatol'evich, master's degree student, anatoliikljukin@mail.ru, Russia, Izhevsk, Kalashnikov Izhevsk State Technical University.