

КЛИЕНТ-СЕРВЕРНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ УПРАВЛЕНИЯ ТОЧНОСТЬЮ ВЫЧИСЛЕНИЙ

С. П. Трофимов, В. С. Захаров, О. Г. Трофимова

Институт радиоэлектроники и информационных технологий
Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина
Екатеринбург, Россия
tsp61@mail.ru

Аннотация. В статье описывается разработка технологии управления погрешностью арифметических операций с помощью изменения точности ее аргументов. При этом результат операции выступает в роли числа-клиента, а аргументы в роли серверных чисел. Серверные числа задаются в виде рациональных дробей и могут предоставлять клиентским числам любую точность. В результате итерационной процедуры подбирается минимальная точность аргументов, необходимая для заданной точности результата.

Ключевые слова: клиент-серверные числа, управление точностью, числа с плавающей запятой, теория погрешностей вычислений

В инженерной практике расчеты проводятся не с точными значениями величин, а с их приближенными (округленными) значениями. Может оказаться, что начальное округление данных было слишком грубым, и в результате был получен неадекватный результат. Разработан инструмент, который позволяет изменить точность аргументов и добиться конечного результата с заданной точностью. С этой целью создана концепция клиент-серверных чисел, которая основана на взаимодействии чисел-клиентов и чисел-серверов для регулирования точности. Создана библиотека классов клиент-серверных чисел с открытым исходным кодом, а также приложение, которое позволяет выполнить перерасчет всех арифметических операций с заданной точностью.

А. Объекты и методы исследования

Объектом исследования является клиент-серверная технология. Предметом исследования является управление точностью арифметических операций.

В результате исследования разработана библиотека классов и приложение для работы с клиент-серверными числами для регулирования точности арифметического выражения.

В. Клиент-серверные числа

В качестве серверных чисел выступают точно заданные числа, которые могут быть округлены с произвольной заданной точностью. При этом используется целочисленная арифметика произвольной точности.

Разработан класс рациональных серверных чисел, которые могут быть заданы в виде обыкновенной или периодической дроби.

При сложении двух чисел абсолютная погрешность их суммы будет равняться сумме их абсолютных погрешностей $\Delta(a \pm b) = \Delta(a) + \Delta(b)$. При умножении и делении двух чисел обычно переходят к относительным погрешностям [1]

$$\delta(a \cdot b) = \delta(a) + \delta(b), \delta(a / b) = \delta(a) + \delta(b)$$

При нашем подходе для мультипликативных операций мы продолжаем рассматривать абсолютные погрешности и применяем арифметику произвольной точности. Разработанная нами технология изменяет точность результата арифметического выражения, состоящего из одной или нескольких бинарных операций, с помощью регулирования точности аргументов операций. При этом конечный результат должен иметь заданную пользователем точность.

Клиент-серверные приложения ориентированы на то, что все основные вычисления производятся на стороне сервера, а на клиентской стороне уже отображаются полученные результаты вычислений. В нашем алгоритме используется эта же концепция. Клиент и сервера представляются сложными типами (классами) чисел. Число-клиент — это число, способное повысить свою точность путём отправления запроса на повышение точности своих аргументов — чисел-серверов. Число-клиент хранит в себе ссылки на свои аргументы, информацию об арифметической операции и полученный результат. Таким образом, арифметическое выражение может быть представлено в виде бинарного дерева клиент-серверных чисел. Соответственно,

одна арифметическая операция представляется в виде числа-клиента, который содержит ссылки на числа-сервера.

Технология может быть использована на производстве с длинными технологическими процессами, в которых на каждом этапе присутствует некоторый припуск или абсолютная погрешность. Уменьшение припусков, то есть повышение точности, требует увеличения затрат. Точность конечного результата зависит от выбора большого количества припусков. Технология позволяет вычислить минимальные припуски на каждом этапе для достижения заданной точности конечного результата.

Для взаимодействия библиотеки классов и приложения разработан модуль распознавания формулы [2]. Реализована валидация при некорректных введенных данных. Рациональные константы задают числа-серверы, а результаты операций — клиентские числа.

В результате распознавания арифметического выражения клиентские числа хранятся в виде бинарного дерева. Дерево хранится на уровне библиотеки классов, и при запросах из приложения для повышения или понижения точности конечного результата производится перерасчет всего дерева или отдельных поддеревьев клиент-серверных чисел.

Подобно взаимодействию клиент-серверных веб-приложений происходит взаимодействие между клиент-серверными числами. Клиент веб-приложения постоянно запрашивает различные данные у серверной стороны, а также передает данные со своей стороны для их дальнейшей обработки и хранения на уровень сервера. Во время работы веб-приложения идет постоянный обмен данными между клиентом и сервером. Похожим является взаимодействие клиентских чисел с числами серверами.

Число-клиент — это число, способное повысить свою точность путём отправления запроса на повышение точности своих аргументов чисел-серверов. Число-клиент хранит ссылки на свои аргументы, информацию об арифметической операции и полученный результат. Таким образом, клиент-серверные числа можно представить в виде бинарного дерева.

Использование алгоритма клиент-серверных чисел позволяет достигнуть увеличения точности конечного результата алгебраической формулы, составленной из арифметических операций, на любое заданное число знаков. Это реализуется за счет того, что все классы основаны на длинной арифметике и увеличение точности ограничи-

вается только объемом памяти системы [3]. Использование алгоритма клиент-серверных чисел дает то преимущество, что не надо производить перерасчет всех операций снова и снова для того, чтобы повысить точность конечного числа. При ручном вычислении без использования алгоритма необходимость в перерасчете может появиться из-за того, что конечная точность числа повысилась на меньшее или на большее количество знаков, чем было необходимо.

Существует несколько различных способов определения точности результата, полученного с помощью арифметической операции. Каждый из подходов имеет свои недостатки и преимущества. Первый подход подразумевает, что точность результата может быть определена с помощью количества меняющихся цифр нецелой части результата при увеличении точности аргументов операции. Второй способ определения точности в виде количества совпадающих цифр нецелой части числа с более точным числом. Третий способ, который был взят за основу в данной работе — это получение точности числа на основании разницы по модулю очень точного числа (стремящегося к идеальному, теоретическому) и текущего результата операции.

С. Демонстрация работы приложения

Для демонстрации созданной библиотеки классов, было создано приложение «Калькулятор с управляемой точностью». Данное приложение, а также сам проект с тестами, располагается в том же публичном репозитории GitHub [4].

Пользователь вводит арифметическое выражение и необходимую точность конечного результата. Приложение определит минимальную точность аргументов (см. рис. 1).

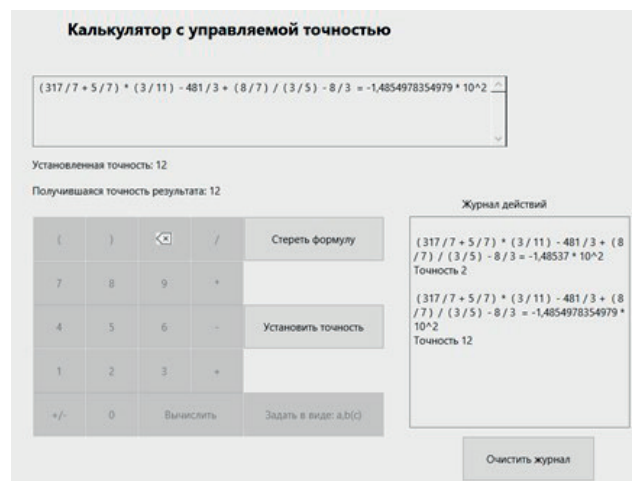


Рис. 1. Перерасчет выражения с увеличенной точностью

Библиографический список

1. Крохин, А. Л. Основные понятия приближенных вычислений / А. Л. Крохин. — Екатеринбург: Изд-во УГТУ. — 2009. — 28 с
2. Плотников, А. А. Распознавание и решение простейших арифметических выражений / А. А. Плотников, А. П. Лапин, И. Д. Сиганов // Молодёжь третьего тысячелетия, 2018 — С. 1317–1320. [3] Исупов, К. С. Модулярно-позиционный формат и программный пакет для разрядно-параллельных вычислений высокой точности в формате с плавающей точкой / К. С. Исупов. Вестник ЮУрГУ. Серия «Вычислительная математика и информатика» — 2013. 15 с.
3. Захаров, В. С. Проект клиент-серверных чисел [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://github.com/ViacheslavZakharov/ClientServerNumbers>.