Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ (№17-01-00887).

Список публикаций:
[1] Остроумов Г. А. Взаимодействие электрических и гидродинамических полей. М.: Физматгиз. 1972. 292 с.
[2]Болога М. К., Гросу Ф. П., Кожухарь И. А. Электроконвекция и теплообмен. Кишинев: Штиинца, 1977. 320 с.
[3] Стишков Ю. К., Остапенко А. А. Электрогидродинамические течения в жидких диэлектриках. Л.: Изд-во ЛГУ, 1989. 172 с.
[4] Саранин В. А. Устойчивость равновесия, зарядка, конвекция и взаимодействие жидких масс в электрических полях. М.–Ижевск: НИЦ РХД, 2009. 332 с.
[5] Pontiga F., Castellanos A. // Phys. Fluids. 1994. Vol. 6, No. 5. P. 1684–1701.
[6] Жакин А. И. Электрогидродинамика // УФН. 2012. Том 182, №5. С. 495–520.
[7] Жакин А. И. // Магнитная гидродинамика. 1982. №2. С. 70–78..
[8] Мордвинов А. Н. Смородин Б. Л. Электроконвекция при инжекции с катода и нагреве сверху// Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2012. Том 14, вып.5. С. 97–105.
[9] Ильин В. А. // Журнал технической физики. 2017. Том 87, вып. 1. С. 5–9.

Численное моделирование раскрытия трещины ГРП в неоднородном пласте

Кабанова Полина Константиновна
Башкирский государственный университет
Аксаков Алексей Владимирович, к.ф.-м.н.
polyka-95@mail.ru

Гидроразрыв пласта (ГРП) является одним из самых распространенных и эффективных методов увеличения нефтеотдачи. Этот метод основан на закачке в пласт флюида под высоким давлением, что способствует раскрытию естественных или образованию искусственных трещин.

Существует несколько моделей, используемых для моделирования трещин ГРП: двумерные (2D), трехмерные (3D), псевдотрехмерные (P3D) и планарные (PL3D) [1]. Большинство трещин ГРП моделируются с помощью моделей P3D и PL3D. Планарная модель точно описывает распространение трещины, но является вычислительно сложной. Псевдотрехмерные модели для упрощения расчетов используют приближенные решения, вследствие чего высота трещины, например, может быть рассчитана некорректно. Таким образом, возникает необходимость исследования этих методов и создания более точной численной модели трещины.

В данной работе исследуется профиль раскрытия вертикальной трещины ГРП с закрепленными концами ($-c < y < c$) методом численного моделирования. Рассматривается пласт, для которого характерна слоистая неоднородность. Каждый слой имеют свои, постоянные по сечению слоя, модуль упругости и коэффициент Пуассона. Считаем, что раскрытие трещины обеспечивается постоянным давлением жидкости внутри трещины, а также гидростатическим давлением жидкости.

Математическая модель [2] для данной задачи включает дифференциальное уравнение равновесия в частных производных (1), обобщенный закон Гука (2), соотношение Коши для случая малых деформаций (3). Граничные условия учитывают, что на бесконечности все смещения и напряжения равны нулю, концы трещины закреплены, а раскрытие происходит за счет постоянного давления и гидростатического давления жидкости внутри трещины. Границы расчётной области ($-l_x < x < l_x$, $-l_y < y < l_y$) выбираются достаточно далеко от трещины.

$$-\sigma_{ij,j} = f_i, \tag{1}$$

$$\sigma_{ij} = \lambda\delta_{ij}u_{k,k} + 2\mu\varepsilon_{ij}, \tag{2}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right), \tag{3}$$

где σ_{ij} – тензор напряжений в точках поверхности тела, $\sigma_{ij,j} = \sum_{j=1}^{3}\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}$, f_i - объемная сила (сила тяжести), ε_{ij} – тензор деформаций, u_i - проекции вектора перемещений, $u_{k,k} = \sum_{k=1}^{3}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}$, $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$, $\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ – коэффициенты Ламе, E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона, $\delta_{ij} = \begin{cases}1, i = j\\ 0, i \neq j\end{cases}$ – символ Кронекера.

Задача решалась с использованием метода конечных элементов, реализованного в пакете FreeFem++ [3]. Было исследовано раскрытие трещины в зависимости от давления жидкости внутри трещины и упругих свойств пласта. Также была исследована применимость приближенной схемы для расчета ширины раскрытия трещины [4].

Список публикаций:

[1] Экономидес М., Олайни Р., Валько П. Унифицированный дизайн гидроразрыва пласта. От теории к практике // Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2007. – 236 с.
[2] Морозов Н.Ф. Математические вопросы теории трещин // М.: Наука, 1984. - 256 с.
[3] Hecht F. FreeFem++. Third Edition, Version 3.19. Laboratoire Jacques-Louis Lions, Universit'e Pierre et Marie Curie, Paris.
[4] E.V. Dontsov, A.P. Peirce, 2015. Proppant transport in hydraulic fracturing: Crack tip screen-out in KGD and P3D models // Int. J. Solids Struct. 63, 206–218.

Математическое моделирование фильтрации жидкости к скважине с учетом влияния ствола скважины и наличия скин-зоны

Картавцева Ирина Александровна
Башкирский государственный университет
Хабибуллин Ильдус Лутфурахманович, д.ф.-м.н.
irina-kartavceva@mail.ru

Модели гидродинамических исследований скважин (ГДИС) играют ключевую роль для контроля разработки нефтегазовых месторождений. Они используются для определения гидродинамических характеристик пласта с помощью кривых падения давления (КПД) и кривых восстановления давления (КВД). Установлено, что анализ КПД без учета влияния объема ствола скважины и неоднородности пласта (скин-эффект) приводит к существенным погрешностям. В связи с этим, в современных моделях ГДИС необходимо учитывать скин-фактор и коэффициент ВСС.

Нестационарная фильтрация однородной вязкой жидкости к одиночной скважине в бесконечном пласте при отличном от нуля значении скин-фактора в призабойной зоне пласта и при учете влияния объема ствола скважины описывается следующей задачей [1, 2]:

$$\frac{\chi}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial P}{\partial r}\right)=\frac{\partial P}{\partial t},\quad r_w\le r<\infty, \tag{1}$$

$$P(r,t=0)=P(\infty,t)=P_0, \tag{2}$$

$$P_w(t)=P(r_w,t)-Sr_w\frac{\partial P(r_w,t)}{\partial r}, \tag{3}$$

$$Q(t)=2\pi\frac{khr_w}{\mu}\frac{\partial P(r_w,t)}{\partial r}+C\frac{\partial P}{\partial t}, \tag{4}$$

где $P(r,t)$ – значение давления в пласте в момент времени t на расстояние r от центра скважины; P_0 – начальное пластовое давление; P_w – давление в скважине на забое; $P(r_w,t)$ – давление в скин-зоне; S – скин-фактор; C – коэффициент влияния ствола скважины; r_w – радиус скважины; k,h – проницаемость и мощность пласта; μ – вязкость жидкости; χ – коэффициент пьезопроводности пласта; $Q(t)$ – дебит скважины на устье, первое слагаемое справа в (4) – дебит скважины на забое.

Задача (1) – (4) включает в себя все известные случаи эксплуатации одиночной скважины, позволяет определить следующие распределения давления:

1. в полубесконечном пласте, когда на забое скважины поддерживается постоянное давление;

2. в полубесконечном пласте, когда на забое скважины поддерживается постоянный дебит;

3. в полубесконечном пласте с учетом влияния объема ствола скважины;

4. в двухзональном пласте, при проницаемости ПЗП отличной от проницаемости основного пласта (т.е. при наличии скин-эффекта).

Поставленная задача решена методом преобразования Лапласа с использованием модифицированных функций Бесселя ненулевого порядка первого и второго родов [3]. Полученное выражение было упрощено с