

Численное исследование морфологической устойчивости фазовой границы при вытеснении одной жидкости другой жидкостью

Бандо Роман Дмитриевич

Черволицева Евгения Александровна

Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина

Мартюшев Леонид Михайлович

romanbando@gmail.com

В настоящей работе исследуется морфологическая устойчивость границы при радиальном вытеснении в ячейке Хеле-Шоу [1] жидкости большей вязкости жидкостью с меньшей вязкостью.

Ячейка Хеле-Шоу представляет собой две плоскопараллельные пластины, находящиеся на небольшом расстоянии друг от друга, пространство между ними заполнено жидкостью большей вязкости. Через отверстие в центре нижней пластины подается жидкость меньшей вязкости, вытесняя жидкость, заполняющую пространство между пластинами.

Рассматривается медленное квазистационарное вытеснение одной жидкости другой в ячейке Хеле-Шоу (когда время вытеснения много больше времени установления распределения давления). Обе жидкости считаются несмешивающимися и несжимаемыми. Движение рассматривается квазидвумерным, все характеристики потока усреднены по толщине ячейки. Учитывается размер внешней границы ячейки и радиус отверстия, через которое поступает вытесняющая жидкость.

Математическая постановка задачи следующая:

$$\Delta p_1 = 0, \quad (1)$$

$$\Delta p_2 = 0, \quad (2)$$

$$\vec{V}_1 \vec{n} \Big|_{R_0} = \frac{Q}{2\pi R_0}, \quad (3)$$

$$\vec{V}_1 \vec{n} \Big|_{R_{sp}} = \vec{V}_2 \vec{n} \Big|_{R_{sp}}, \quad (4)$$

$$p_1 - p_2 \Big|_{R_{sp}} = \frac{2\varepsilon}{b} + K\varepsilon, \quad (5)$$

$$p_2 \Big|_{R_{\infty}} = 0, \quad (6)$$

где p_i – давление в жидкости ($i=1, 2$ для вытесняющей либо для вытесняемой жидкости, соответственно), \vec{V}_i – скорость движения жидкости, \vec{n} – нормаль к поверхности, R_0 – радиус отверстия, через которое поступает вытесняющая жидкость с постоянным расходом (Q , мм²/с), R_{∞} – размер ячейки Хеле-Шоу, занятой вытесняемой жидкостью, R_{sp} – уравнение границы раздела двух жидкостей, K – кривизна поверхности раздела, ε – поверхностное натяжение, b – расстояние между пластинами.

Уравнения (1-2) являются следствием закона Дарси и условия непрерывности потока. Граничные условия (3) определяет вытеснение жидкости при постоянном расходе поступающей жидкости. Граничное условие (4) представляет собой условие непрерывности скорости движения жидкостей на границе раздела. Формула (5) – условие Лапласа, задающее скачок давления на искривленной границе двух жидких фаз. Давление вытесняемой жидкости на внешней границе ячейки считается постоянным (6) и для удобства расчета выбрано нулевым (в связи с этим можно считать некими избыточными давлениями по сравнению с внешним).

Исследование морфологической устойчивости – традиционный линейный анализ позволяет определить лишь устойчивость по отношению к бесконечно малым возмущениям и не дает информации о том, будет ли переход до- или критический, если возмущение будет не бесконечно малым [1]. Так как в реальных условиях всегда будут присутствовать возмущения различной амплитуды, то в программном комплексе COMSOL Multiphysics была создана программа по численному решению (1-6) и исследованию морфологической устойчивости границы раздела двух жидкостей при произвольных амплитудах. В результате получены зависимости критического размера устойчивости от амплитуды возмущения, при различных модах возмущения, Q и b .

Работа частично выполнена при поддержке РФФИ (№ 16-31-00255 мол_a).

Список публикаций:

[1] *Martyushev L.M., Birzina A.I. Kononov M.S. Sergeev A.P. Experimental investigation of the onset of instability in a radial Hele-Shaw cell // Physical Review E 80(6) (2009) 066306*