

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. А. М. ГОРЬКОГО

# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Учебные материалы по специализации  
для студентов 3–6-х курсов  
физического факультета



Екатеринбург  
Издательство Уральского университета  
2005

Учебные материалы разработаны  
кафедрой теоретической физики

Утверждено  
учебно-методической комиссией  
физического факультета  
6 октября 2004 г.

## ОТ СОСТАВИТЕЛЯ

Составитель  
кандидат физико-математических наук, доцент И. Г. Б о с т р е м

Под общей редакцией  
доктора физико-математических наук, профессора А. С. М о с к в и н а

*Подготовлено при поддержке российско-американской программы  
«Фундаментальные исследования и высшее образование»  
(BRHE, фонд CRDF), грант REC-005, EK-005-X*

Учебные материалы включают учебные планы подготовки бакалавров и специалистов, общую структуру обязательных и факультативных спецкурсов, программы обязательных спецкурсов и спецкурсов по выбору, а также темы курсовых и дипломных работ, предлагаемых преподавателями кафедры и сотрудниками институтов УрО РАН.

Все имеющиеся в пособии материалы представлены также на сайте кафедры теоретической физики [www.ktf.physics.usu.ru](http://www.ktf.physics.usu.ru). В разделе «Учебная работа» сайта выставлены, кроме того, электронные версии учебных пособий.

Разработчиками учебных программ являются преподаватели кафедры теоретической физики и сотрудники институтов УрО РАН:

*Аввакумов Илья Леонидович*, ассистент; *Бострем Ирина Геннадьевна*, канд. физ.-мат. наук, доцент; *Егоров Рудольф Федорович*, канд. физ.-мат. наук, доцент; *Казаков Александр Александрович*, докт. физ.-мат. наук, профессор; *Кузнецов Александр Васильевич*, канд. физ.-мат. наук, доцент; *Куркин Михаил Иванович*, докт. физ.-мат. наук, профессор; *Кучинский Эдуард Зямович*, канд. физ.-мат. наук, ст. преп.; *Медведев Михаил Владимирович*, докт. физ.-мат. наук, профессор; *Москвин Александр Сергеевич*, докт. физ.-мат. наук, профессор; *Овчинников Александр Сергеевич*, канд. физ.-мат. наук, доцент; *Окулов Всеволод Игоревич*, докт. физ.-мат. наук, профессор; *Памятных Евгений Алексеевич*, докт. физ.-мат. наук, профессор; *Панов Юрий Демьянович*, канд. физ.-мат. наук, доцент; *Садовский Михаил Виссарионович*, докт. физ.-мат. наук, профессор, академик РАН; *Синицын Евгений Валентинович*, докт. физ.-мат. наук, профессор; *Урсулов Андрей Владимирович*, канд. физ.-мат. наук, доцент; *Черепанов Владимир Иванович*, докт. физ.-мат. наук, профессор.

## УЧЕБНЫЕ ПЛАНЫ

### Учебный план подготовки бакалавров

Семестр	Дисциплина	Отчетность
5-й	Методы теории групп в физике Подготовка научных публикаций и презентаций Курсовой проект	Экзамен Зачет Оценка
6-й	Введение в физику твердого тела Механика сплошных сред Симметрия уравнений математической физики Курсовая работа	Зачет » » Оценка
7-й	Теория твердого тела (ч. 1) Теория солитонов Теория ферромагнетизма Спецлаборатория по теории твердого тела (ч. 1)	Экзамен » Зачет »
8-й	Теория твердого тела (ч. 2) Полевые методы в теории твердого тела (ч. 1) Методы функций Грина в физике конденсированного состояния Компьютерное моделирование в физике Спецлаборатория по теории твердого тела (ч. 2) Научно исследовательская практика Государственный экзамен Защита выпускной работы бакалавриата*	Экзамен Зачет » » » » » »

\* Выпускная работа оформляется в TeXе и представляется на кафедру в одном экземпляре. Необходимо иметь отзыв руководителя (с оценкой) и отзыв рецензента (с оценкой).

### Учебный план подготовки специалистов

Семестр	Дисциплина	Отчетность
9-й	Квантовая теория поля и элементарных частиц Полевые методы в теории твердого тела. Ч. 2. Диаграмматика Теория сверхпроводимости Общая теория относительности Спецкурс по выбору руководителя Спецлаборатория	Экзамен Зачет » » » » »
10-й	Проблемы современной физики Научно-исследовательская практика Преддипломная практика  Государственный экзамен по специальности Защита дипломной работы*	Оценка »   Оценка

\* Для защиты дипломной работы необходимо получить отзыв руководителя и отзыв рецензента (с оценками).

Кафедра теоретической физики ведет подготовку магистров по направлениям:

- Теоретическая физика;
- Теория конденсированных сред;
- Теория магнетизма.

Планируется в ближайшее время начать подготовку магистров по направлениям:

- Физика сложных систем;
- Компьютерное прогнозирование.

## ОБЩАЯ СТРУКТУРА ОБЯЗАТЕЛЬНЫХ И ФАКУЛЬТАТИВНЫХ СПЕЦКУРСОВ

Обязательные и факультативные спецкурсы по кафедре теоретической физики подразделяются на несколько блоков.

### **Общие дисциплины**

Подготовка научных публикаций и презентаций.  
Компьютерное моделирование в физике.

### **Общетеоретические дисциплины**

Методы теории групп в физике.  
Механика сплошных сред.  
Симметрия уравнений математической физики.  
Теория солитонов.  
Физическая кинетика.  
Квантовая теория поля и элементарных частиц.  
Общая теория относительности.  
Метод функций Грина.  
Теория обобщенных функций.  
Введение в теорию нелинейных волн.  
Теория критических явлений.

### **Теория конденсированных сред. Теория твердого тела**

Методы теории групп в физике твердого тела.  
Введение в физику твердого тела.  
Теория твердого тела.  
Спецлаборатория по теории твердого тела.  
Квантовая теория магнетизма.  
Полевые методы в теории твердого тела.  
Метод функций Грина в теории конденсированного состояния.  
Теория сверхпроводимости.  
Спиновые модели в теории конденсированного состояния.  
Метод неприводимых тензорных операторов в теории твердого тела.

Эффект Яна – Теллера. Вибронные взаимодействия в молекулах и кристаллах.

### **Физика сложных систем**

Общая теория относительности.  
Теория критических явлений.  
Спиновые модели в физике сложных систем.  
Физическое и математическое моделирование сложных биологических систем.  
Физические и математические модели нейронных сетей.

### **Компьютерное прогнозирование (в стадии разработки)**

Нейронные сети.  
Статистический анализ данных.  
Статистический анализ данных на компьютере (семинар).  
Случайные процессы.  
Анализ и прогнозирование временных рядов.  
Компьютерный анализ и прогнозирование временных рядов (спецсеминар).  
Математическое моделирование.  
Базы данных.  
Оптимальные процессы.  
Теория управления.  
Дискретная математика.

# ПРОГРАММА ОБЯЗАТЕЛЬНЫХ СПЕЦИАЛЬНЫХ КУРСОВ

## МЕТОДЫ ТЕОРИИ ГРУПП В ФИЗИКЕ

Общее количество часов (трудоемкость) – 54, в том числе лекций – 36, практических занятий – 18.

Отчетность – экзамен в 5-м семестре.

Контрольные мероприятия – контрольная работа в 5-м семестре.

**Цель курса** – изложение теории симметрии и лежащего в ее основе математического аппарата теории групп на «физическом уровне строгости», изучение приложений теории симметрии к физическим задачам (квантовая механика, физика твердого тела, атомная физика).

### Тема 1. Группы и их свойства

Геометрические и негеометрические виды симметрии. Операции геометрической симметрии. Преобразование координат, функций, операторов. Инвариантность уравнений. Симметрия и интегралы движения.

Группы симметрии. Типы групп. Прямое произведение групп. Классы сопряженных элементов. Геометрические признаки разбиения групп на классы. Классы прямого произведения групп. Группа симметрии гамильтониана. Примеры.

### Тема 2. Представления групп

Представления групп. Базисы матричных представлений. Характеры элементов. Эквивалентные представления. Прямое произведение и сумма представлений. Симметризованный и антисимметризованный квадрат представления. Приводимые и неприводимые представления. Теорема Вигнера.

Соотношения ортогональности. Разложение приводимого представления на неприводимые. Регулярное представление группы.

© В. И. Черепанов, И. Г. Бострем, 2005

Неприводимые наборы операторов. Правила отбора для матричных элементов. Качественное определение расщеплений вырожденных энергетических уровней квантовой системы под влиянием возмущений.

Операторы проекции и построение базисных функций неприводимых представлений.

### Тема 3. Непрерывные группы и их представления

Непрерывные группы симметрии. Группы Ли. Группы  $SU_n$ . Группа вращений и ее неприводимые представления. Группы аксиальной симметрии. Прямое произведение неприводимых представлений группы вращений и коэффициенты Клебша – Гордана. Теорема Вигнера – Эккарта. Коэффициенты Клебша – Гордана для точечных групп. Теорема Вигнера – Эккарта – Костера.

### Тема 4. Точечные группы

Точечные группы симметрии кристаллов и молекул. Теоретико-групповая классификация нормальных колебаний молекул. Двухзначные представления групп. Двойные группы. Обращение времени и дополнительное вырождение. Расщепление термов примесного иона в кристаллическом поле.

### Тема 6. Пространственные группы

Пространственные группы симметрии кристаллов. Решетки Браве. Сингонии. Подгруппа трансляций. Волновой вектор как характеристика неприводимого представления подгруппы трансляций. Зона Бриллюэна. Неприводимые представления пространственных групп. Группа волнового вектора и «малые» неприводимые представления. Классификация нормальных колебаний кристаллов. Классификация электронных состояний кристаллов.

### Список литературы

- Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М., 1989.  
Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. Ч. 1. М., 1976. Гл. 13.  
Петрашень М. М., Трифонов Е. Д. Применение теории групп в квантовой механике. М., 1967.  
Хейне В. Теория групп в квантовой механике. М., 1963.

Черепанов В. И. Методы теории групп в задачах квантовой механики. Свердловск, 1993.

Элиот Дж., Добер П. Симметрия в физике. Т. 1. М., 1983.

## ПОДГОТОВКА НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ И ПРЕЗЕНТАЦИЙ

Общее количество часов (трудоемкость) – 54, в том числе лекций – 18.

Отчетность – зачет в 5-м семестре.

**Цель курса** – познакомить студентов с приемами работы в издательской системе TeX для подготовки научных публикаций и оформлением научных выступлений в форме презентаций в PowerPoint.

### Тема 1. Подготовка презентаций в PowerPoint.

### Тема 2. LaTeX. Основные понятия

Исходный файл. Спецсимволы. Команды и их задание в тексте. Структура исходного текста. Группы. Параметры. Команды с аргументами. Окружения. Звездочка после имени команды. Автоматическая генерация ссылок.

### Тема 3. Набор формул и основы форматирования

Набор формул в простейших случаях. Основные принципы. Степени и индексы. Дроби. Скобки. Корни. Штрихи и многоточия. Функции типа синус.

Разбиение исходного файла на части. Обработка ошибок. Спецзнаки. Нумерация формул. Переносы в формулах. Смена шрифтов в формуле. Включение текста в формулы. Скобки переменного размера. Перечеркнутые символы. Надстрочечные знаки.

Набор матриц. Набор коммутативных диаграмм. Пробелы вручную. Дополнительные пробелы вокруг формул. Набор текста. Специальные знаки. Дефис, минус, тире. Кавычки. Многоточие. Под-

© А. С. Овчинников, 2005

черкивания, рамки. Промежутки между словами. Промежутки между предложениями.

Управление разрывами страниц. Вертикальные промежутки. Набор в две колонки. Переносы. Команда `\sloppy`. Цитаты. Центрирование, выравнивание по краю. Стихи, перечни.

### Тема 4. Оформление документа

Стили и стилевые опции. Классы документов. Поля и размер таблицы. Сдвиг таблицы как целого. Разделы документа. Команда `\section`.

Титул, оглавление. Список литературы. Предметный указатель. Плавающие иллюстрации и таблицы. Создание новых команд. Счетчики, организация автоматических ссылок. Колонтитулы.

### Список литературы

Львовский С. М. Набор и верстка в пакете LaTeX. М., 1994.

## МЕХАНИКА СПЛОШНЫХ СРЕД

Общее количество часов (трудоемкость) – 34, в том числе лекций – 34.

Отчетность – зачет в 6-м семестре.

**Предметом курса** является механическое движение непрерывным образом распределенного в пространстве вещества под действием приложенных к нему гравитационных, упругих, электромагнитных сил.

**Цель курса** – сообщение студентам знаний об основных понятиях и уравнениях механики сплошных сред, выработка умения пользоваться этими понятиями и уравнениями для решения частных задач статики и динамики механического континуума, других инженерно-физических задач.

### Тема 1. Введение

Предмет курса. Гипотеза сплошности. Понятие «частица сплошной среды». Кинематика сплошных сред.

© А. В. Кузнецов, 2005

## ВВЕДЕНИЕ В ФИЗИКУ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Общее количество часов (трудоемкость) – 34, в том числе лекций – 34.

Отчетность – зачет в 6-м семестре.

**Цель курса** – дать общее представление о кристаллической и электронной структуре твердых тел, классификации твердых тел, основных модельных приближениях и основных взаимодействиях; ознакомить с основными модельными подходами и модельными системами, включая атомно-молекулярное (квантовохимическое) описание твердых тел, зонные теории, теорию простых металлов, электронно-колебательные эффекты; научить методам расчета электронной структуры твердых тел и привить навыки решения конкретных задач.

### Тема 1. Атомы в кристаллах

Введение. Общие представления об электронной структуре и энергетическом спектре твердых тел. Классификация твердых тел. Локализованные и коллективизированные состояния – «диэлектрический» и «металлический» подходы.

Атом водорода. Разделение переменных. Радиальные и угловые функции. Свойства сферических гармоник. Решение радиального уравнения. Энергетический спектр. Радиальное и угловое распределение электронной плотности. Гибридные *sp*-орбитали.

Многоэлектронный атом. Модель эффективного центрального поля. Одноэлектронные состояния. Классификация атомных состояний. Сложение моментов. Генеалогическая схема. Электростатическое взаимодействие при *LS*-связи. Термы. Спин-орбитальное взаимодействие при *LS*-связи. Метод Хартри – Фока. Обменно-корреляционный потенциал Слэйтера. Электронные корреляции. Атом гелия. Периодическая система элементов Менделеева.

Теория кристаллического поля (КП). Общие свойства КП. Сильное, среднее, слабое КП. Гамильтониан КП. Электростатическая модель КП. Движение атомного электрона в КП. Многоэлектронные конфигурации в схеме сильного КП. Сложение квазимоментов.

© А. С. Москвин, 2005

Основная теорема кинематики (теорема Гельмгольца). Вектор деформации, тензоры дисторсии и деформации. Физический смысл компонента тензора деформации. Точки зрения Лагранжа и Эйлера на движение сплошных сред. Характеристики мгновенного состояния движения среды. Поле скоростей. Траектории. Линии тока. Ускорение, его локальная и конвективная части.

### Тема 2. Статика сплошных сред

Массовые (объемные) и поверхностные силы. Напряжение. Тензор напряжений, физический смысл его компонент. Теорема Остроградского – Гаусса для тензора произвольного ранга. Условия равновесия. Гидростатика. Закон Паскаля. Равновесная атмосфера. Барометрическая формула. Статика упругого тела. Термодинамика деформирования. Принцип Неймана. Свободная энергия изотропного тела. Тензор модулей упругости. Закон Гука. Модуль Юнга и коэффициент Пуассона. Свободная энергия кристаллов. Условия равновесия упругого изотропного тела. Деформирование с изменением температуры.

### Тема 3. Динамика сплошных сред

Уравнение непрерывности. Основное уравнение динамики. Тензор плотности потока импульса. Закон сохранения энергии. Динамика жидкостей и газов. Тензор коэффициентов вязкости. Уравнение Навье – Стокса. Уравнение Эйлера. Уравнение Бернулли. Теорема Томсона. Законы подобия. Числа Рейнольдса, Фруда, Струхала. Течение Куэтта. Формула Пуазейля. Звук. Уравнение Кортевега – де Вриза. Солитон. Упругие волны в твердых телах. Возможность разделения в изотропном упругом теле произвольной волны на продольную и поперечную. Закон дисперсии в кристалле. Волны Рэлея.

### Список литературы

Бреховских Л. М., Гончаров В. В. Введение в механику сплошных сред. М., 1982.

Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М., 1986.

Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. М., 1987.

Схема среднего КП. Схема слабого КП. Эквивалентные операторы Стивенса. Учет низкосимметричного КП. Учет влияния внешнего магнитного поля. КП и одноионная анизотропия.

Молекулярно-кластерное описание атомов в кристаллах. Метод молекулярных орбиталей. Молекула водорода и ковалентная химическая связь. Эффекты ковалентности в гетероядерных молекулах. Классификация связи атомов в кристаллах. Октаэдрические комплексы переходных элементов в кристаллах. Квадратные комплексы типа  $\text{CuO}_4$ .

Электронно-колебательные взаимодействия. Адиабатическое приближение. Вибронный гамильтониан и теорема Яна – Теллера. Линейная  $E$ - $e$ -задача. Линейная  $E$ - $b_1$ - $b_2$ -задача.

## Тема 2. Симметрия кристаллов и элементы кристаллофизики

Преобразования точечной симметрии. Точечные группы. Обозначения Шенфлиса и интернациональная система обозначений. Классификация точечных групп по сингониям. Преобразования трансляций. Трансляционные группы и сингонии. Голоэдрические точечные группы. Построение решеток Браве. Обозначения решеток. Ячейка Браве. Элементарная ячейка кристалла. Ячейка Вигнера – Зейтца. Пространственные группы кристаллов и их обозначения. Группы магнитной симметрии. Позиции атомов в решетке. Обозначения направлений и плоскостей в кристалле. Индексы Миллера. Обратная решетка. Зона Бриллюэна.

## Тема 3. Симметрия и физические свойства кристаллов

Предельные группы симметрии, или группы Кюри. Принцип Неймана – Кюри. Симметрия кристалла и материальные тензоры. Обозначения Фойгта для тензоров в кристаллофизике.

## Тема 4. Классификация твердых тел

Кристаллические и некристаллические твердые тела. Неупорядоченные, аморфные тела, стекла. Электронная подсистема кристаллов. Особенности электронной структуры атомов и ионов.

Потенциал ионизации. Электронное сродство. Электроотрицательность. Валентность. Распределение электронной плотности в  $s$ -,  $p$ -,  $d$ -состояниях,  $sp$ -гибридизация. Типы связей в твердых телах. Гомеоплярная и гетероплярная связи. Ионная связь.

Ковалентность. Металлическая связь. Связь Ван-дер-Ваальса. Водородная связь. Локализованные и коллективизованные состояния в кристаллах. Энергетические зоны. Диэлектрики, полупроводники, металлы. Классификация магнетиков. Сегнето- и антисегнето-электрики. Нормальные и сверхпроводящие металлы. Низкоразмерные системы. Классификация твердых тел по особенностям различных физических свойств.

## Тема 5. Классификация взаимодействий в твердых телах

Внутриатомные взаимодействия и их роль в формировании электронной структуры и энергетического спектра атома. Взаимодействие атома (иона) с внешними электрическими и магнитными полями. Энергия Маделунга. Кристаллическое поле. Межатомные кулоновские мультиполь-мультипольные взаимодействия. Взаимодействие Ван-дер-Ваальса. Магнитодипольное взаимодействие. Обменные взаимодействия. Гамильтониан Гейзенберга. Модель Изинга. Биквадратичный обмен. Антисимметричный обмен Дзялошинского – Мория. Магнитная анизотропия. Спин-гамильтонианы. Сверхтонкие взаимодействия. Электронно-колебательные взаимодействия.

## Тема 6. Элементарные возбуждения в кристаллах

Квазичастицы. Закон дисперсии. Эффективная масса. Акустические и оптические моды. Роль щели в энергетическом спектре. Мягкие моды. Фононы. Магноны. Смешивание (взаимодействие) мод. Электроны и дырки. Экситоны Френкеля и Мотта. Поляроны. Плазмоны. Волны зарядовой и спиновой плотности.

## Тема 7. Элементы термодинамики кристаллов

Термодинамический потенциал. Обобщенные силы и координаты. Тензор обобщенной восприимчивости. Пример анализа конкретного явления (пироэлектрический эффект, электро- и магнетокалорический эффект и т. п.).

## Тема 8. Фазовые переходы в твердых телах

Классификация фазовых переходов. Элементы теории Ландау фазовых переходов второго рода. Симметрия и фазовые переходы. Критерии Лифшица. Особенности поведения обобщенных



восприимчивостей вблизи точек фазового перехода. Ориентационные фазовые переходы в магнетиках.

#### Тема 9. Дефекты в кристаллах

Структурные дефекты. Точечные, линейные, двумерные дефекты. Вакансии и междоузельные атомы (дефекты Френкеля и Шоттки). Дислокации (краевая, винтовая). Вектор Бюргерса. Поле дислокации. Движение дислокаций. Двойникование. Поверхности раздела в кристаллах. Роль поверхности. Малоугловые границы зерен. Доменные границы.

Электронные дефекты. Центры окраски.  $F$ -центры. Электронная структура примесных атомов и локальные искажения решетки. Доноры и акцепторы в полупроводниках.

#### Тема 10. Упругие свойства кристаллов

Вектор смещения. Тензор дисторсии. Тензор малых деформаций и тензор малых вращений. Физический смысл компонент этих тензоров. Тензор механических напряжений. Основное уравнение упругой динамики твердых тел. Энергия упругой деформации. Упругая энергия кубического кристалла. Упругие волны в твердом теле. Продольный и поперечный звук в кубическом кристалле. Кристаллы произвольной симметрии. Уравнение Кристоффеля. Магнитоупругие свойства и магнитострикция кубического кристалла.

#### Тема 11. Некоторые физические свойства кристаллов

Особенности температурной зависимости теплоемкости различных твердых тел. Аномалия Шоттки. Различные механизмы электропроводности. Оптические свойства диэлектриков, полупроводников, металлов. Резонансные свойства твердых тел. Эффекты ЭПР, ЯМР, ЯКР, ЯГР, ФМР, АФМР.

#### Список литературы

- Ашкрофт М., Мермин Н.* Физика твердого тела. Т. 1, 2. М., 1979.  
*Блэйкмор Дж.* Физика твердого тела. М., 1988.  
*Жданов Г. С., Хунджуса С. Г.* Лекции по физике твердого тела. М., 1988.  
*Зегман И.* Кристаллохимия. М., 1969.

- Каганов М. И.* Электроны, фононы, магныоны. М., 1979.  
*Киттель Ч.* Введение в физику твердого тела. М., 1978.

## СИММЕТРИЯ УРАВНЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Общее количество часов (трудоемкость) – 34, в том числе лекций – 34.

Отчетность – зачет в 6-м семестре.

Спецкурс «Симметрия уравнений математической физики» является естественным продолжением общего курса «Методы математической физики» и спецкурса «Методы теории групп».

**Цель курса** – освоение студентами современных алгебраических методов анализа свойств симметрии линейных и нелинейных уравнений математической физики, классификация и явное построение точных частных решений, а также изучение методов исследования свойств этих решений на примере наиболее важных задач классической и квантовой физики.

#### Тема 1. Введение

Основные исторические этапы развития и применения понятий о симметрии в физике.

Непрерывные преобразования конечномерного пространства. Однопараметрические группы Ли. Многообразие. Условие инвариантности. Две основные постановки задачи. Теорема Ли.

Тождество Ли. Инфинитезимальный оператор симметрии Ли. Критерий инвариантности. Алгоритм построения группы Ли симметрии многообразия. Примеры (кривые второго порядка: окружность, парабола, гипербола).

#### Тема 2. Преобразование дифференциалов

Продолжение оператора Ли. ОДУ первого порядка. Интегрирующий множитель и его связь с наличием нетривиальных преобразований симметрии.

ОДУ  $n$ -го порядка и система ОДУ первого порядка. Примеры.

© Р. Ф. Егоров, 2005

### Тема 3. Квадратичные дифференциальные формы

Примеры: евклидово пространство в двух и трех измерениях; пространство Минковского; группы Пуанкаре, Лоренца, Галилея; уравнения Киллинга.

### Тема 4. Преобразование функций и производных

Зависимые и независимые переменные. Дифференциальные функции. Закон преобразования функций. Закон преобразования производных. Оператор полного дифференцирования. Мультииндексы. Продолжение оператора Ли. Оператор Ли – Беклунда. Вторая форма критерия инвариантности. Примеры: уравнение Ньютона, аксиоматика теории относительности по Фоку, одномерное уравнение теплопроводности.

### Тема 5. Линейные уравнения математической физики

Тривиальная симметрия. Операторная форма критерия инвариантности. Оператор Вигнера. Множители Лагранжа. Обобщения (выход за рамки теории Ли). Стандартная теория линейных представлений групп – частный случай теории групп Ли.

### Тема 6. Исследование симметрии конкретных линейных уравнений и систем линейных уравнений

Уравнение Лапласа, Гельмгольца (стационарное уравнение Шредингера), уравнение теплопроводности (нестационарное уравнение Шредингера), уравнение Даламбера (волновое уравнение), уравнение Максвелла, Дирака, Клейна – Гордона.

### Тема 7. Нелинейные уравнения математической физики

Уравнения Бюргерса, Кортевега – де Вриза, Лиувилля, синус-Гордона, Хапфа, нелинейные уравнения Шредингера, система уравнений Эйлера для идеальной несжимаемой жидкости.

### Тема 8. Применение групп Ли к анализу уравнений математической физики

Генерация новых решений. Групповая классификация уравнений. Групповая классификация решений. Разделение переменных. Пример (уравнение теплопроводности).

### Список литературы

- Владимиров С. А.* Группы симметрии дифференциальных уравнений и релятивистские поля. М., 1979.
- Ибрагимов Н. Х.* Группы преобразований в математической физике. М., 1983.
- Овсянников Л. В.* Групповой анализ дифференциальных уравнений. М., 1978.
- Олвер П.* Приложения групп Ли к дифференциальным уравнениям. М., 1989.

## ТЕОРИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

### Часть 1. ДИНАМИКА КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ

Общее количество часов (трудоемкость) – 60, в том числе лекций – 60.

Отчетность – экзамен в 7-м семестре.

### Темы

Адиабатическое приближение в теории твердого тела. Силовые постоянные. Уравнения движения. Гармоническое приближение.

Колебания одномерной двухатомной цепочки атомов. Циклические граничные условия. Дисперсия частот колебаний.

Гармонические колебания трехмерной решетки. Граничные условия Борна – Кармана. Обратная решетка. Динамическая матрица. Собственные частоты и собственные векторы колебаний. Волновой вектор и зона Бриллюэна. Акустические и оптические ветви колебаний.

Фононы. Энергия колебаний как сумма энергий фононов. Операторы рождения и уничтожения фононов. Энергия нулевых колебаний решетки.

Ангармонизм колебаний и взаимодействие фононов. Процессы переброса. Температурная зависимость теплопроводности.

Закон дисперсии для кубической решетки с взаимодействием ближайших соседей.

© В. И. Окулов, 2005

Поверхности постоянной частоты и функция распределения частот (распределение квадратов частот и спектральная плотность состояний).

Критические точки. Типы критических точек и теорема Ван Хофа.

Решеточная теплоемкость и ее выражение через плотность состояний. Низкотемпературный предел теплоемкости и модель Эйнштейна.

Процессы рассеяния тепловых нейтронов и рентгеновских лучей в колеблющихся кристаллах. Фактор Дебая – Валлера.

Общая формула для теплоемкости.

Тепловое расширение кристалла. Коэффициент теплового расширения и его температурная зависимость.

Оптические колебания ионных кристаллов с учетом кулоновского дальнего действия. Уравнения движения для смещений ионов и электрического поля. Кулоновское расщепление продольных и поперечных волн в кубическом кристалле.

Учет запаздывания. Поляритоны.

Взаимодействие света с фононами (поглощение и рассеяние света).

Вынужденные колебания ионного кристалла. Диэлектрическая проницаемость и оптическая дисперсия ионных кристаллов. Соотношения Лиддана – Сакса – Теллера.

Типы дефектов в твердых телах.

Уравнения движения для кристаллов с примесным атомом.

Двухвременная функция Грина для смещений атомов кристалла. Уравнение Дайсона.

Решение уравнений движения решетки с примесью с помощью функций Грина. Локальные, щелевые и резонансные моды.

Модель изотопической примеси в кубическом кристалле.

Локальные и резонансные моды для кремния с примесью углерода или германия.

### Список литературы

*Бетгер Х.* Принципы динамической теории решетки. М., 1986.

*Давыдов А. С.* Теория твердого тела. М., 1976.

*Займан Дж.* Принципы теории твердого тела. М., 1966.

*Косевич А. М.* Основы механики кристаллической решетки. М., 1972.

*Маделунг О.* Теория твердого тела. М., 1980.

*Марадудин А.* Дефекты и колебательный спектр кристаллов. М., 1968.

*Стоунхэм А.* Теория дефектов в твердых телах. Т. 2. М., 1978.

## Часть 2. МЕТАЛЛЫ

Общее количество часов (трудоемкость) – 42, в том числе лекций – 42.

Отчетность – экзамен в 8-м семестре.

### Тема 1. Введение в теорию нормальных металлов

Введение. Типы металлов. Электроны проводимости. Классическая теория электронов проводимости (модель Друде – Лоренца).

Квантовый подход к описанию электронной системы (теория Зоммерфельда). Проводимость и теплопроводность электронного газа, закон Видемана – Франца (ВФ). Недостатки модели свободных электронов

Магнитные свойства электронной системы металла. ВФ и спектр энергий электрона в магнитном поле. Спиновый парамагнетизм (Паули). Диамагнетизм электронов проводимости (Ландау). Вырожденный электронный газ в квантующем магнитном поле.

Высокочастотные свойства нормальных металлов. Циклотронный резонанс.

Скин-эффект. Размерные эффекты. Особенности распространения ЭМВ в нормальных металлах.

Квантовые эффекты (переход металл – диэлектрик, андерсоновская локализация, мезоскопика).

### Тема 2. Квантовые осцилляционные явления в металлах

Термодинамический потенциал электронного газа с квантованным спектром. Методика выделения квазиклассических вкладов и осциллирующих добавок (на примере плотности состояний). Влияние сложного закона дисперсии электронов на характер осцилляционных явлений. Осцилляции кинетических характеристик металла (эффект Шубникова – де Гааза). Использование осцилляционных явлений для получения информации об электронной системе металла.

### Тема 3. Роль межэлектронного взаимодействия

Теория электронной жидкости металлов.

Теория нейтральной квантовой ферми-жидкости (ТФЖ). Основные положения ТФЖ. Влияние взаимодействия на восприимчивость, теплоемкость, сжимаемость. Эффективная масса. Кинетическое уравнение ФЖ. Нулевой звук и спиновые волны в ФЖ.

Электронная жидкость металлов. Обобщение ТФЖ на случай электронной жидкости. Кинетическое уравнение Ландау – Силина. Электрон-фононное взаимодействие.

Спиновые волны в нормальных металлах.

Простейшие модели электронной жидкости. Электронный газ с обменным взаимодействием. Ферромагнитная ФЖ. Модель Стокера для проводящих магнетиков (основные положения и следствия, трудности модели).

Почти- и слабоферромагнитные металлы (ПФМ и СФМ). Аномальное поведение ПФМ и СФМ. Роль спиновых флуктуаций в формировании термодинамики и транспортных свойств ПФМ и СФМ. Теоретические модели для объяснения свойств ПФМ и СФМ.

Микроскопические обоснования ТФЖ.

#### Список литературы

##### Основная

*Абрикосов А. А.* Основы теории металлов. М., 1987.

*Ашкрофт Н., Мермин П.* Физика твердого тела. М., 1987.

*Вонсовский С. В., Кацнельсон М. И.* Квантовая физика твердого тела. М., 1983.

*Займан Дж.* Принципы теории твердого тела. М., 1966.

*Кондратьев А. С., Кучма А. Е.* Лекции по теории квантовых жидкостей. Л., 1989.

*Кондратьев А. С., Уздин В. М.* Электронная жидкость магнитоупорядоченных кристаллов. Л., 1988.

*Лифшиц И. М., Азбель М. Я., Каганов М. И.* Электронная теория металлов. М., 1971.

##### Дополнительная

*Анималу А.* Квантовая теория кристаллических твердых тел. М., 1981.

*Блейкмор Дж.* Физика твердого тела. М., 1988.

*Киттель Ч.* Введение в физику твердого тела. М., 1978.

*Пайерлс Р.* Квантовая теория твердых тел. М., 1956.

Физика металлов. Т. 1. Электроны / Под ред. Дж. Займана. М., 1972.  
*Харрисон У.* Теория твердого тела. М., 1972.

## СПЕЦЛАБОРАТОРИЯ ПО ТЕОРИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

### Часть 1. СВОЙСТВА КРИСТАЛЛОВ

Общее количество часов (трудоемкость) – 120, в том числе лабораторных занятий – 120.

Отчетность – зачет в 7-м семестре.

#### Работа 1. Упругие свойства кристаллов. Модель ионов и оболочечная модель

**Цель работы** – ознакомление с основными модельными методами теоретического описания и расчета упругих свойств кристаллов, широко используемых на практике.

#### Список литературы

*Борн М., Кунь Х.* Динамическая теория кристаллических решеток. Гл. 5. С. 26–29, 32.

*Ландау Л. Д.* Теория упругости. Гл. 1, 10.

#### Работа 2. Вывод явного вида матрицы силовых констант второго порядка для кубического кристалла

Разложим энергию взаимодействия атомов кристалла F в ряд Тейлора по декартовым компонентам векторов смещения атомов

от положения равновесия  $U_{\alpha}^l$  ( $\alpha$  – декартов индекс,  $l$  – номер атома):

$$\Phi = \Phi_0 + \sum_{l\alpha} \Phi_{\alpha}^l U_{\alpha}^l + \frac{1}{2} \sum_{l\alpha l'\alpha'} \Phi_{\alpha\alpha'}^{ll'} U_{\alpha}^l U_{\alpha'}^{l'}$$

Совокупность производных  $\Phi_{\alpha\alpha'}^{ll'}$  образует матрицу силовых постоянных второго порядка (динамическую матрицу), отдельные

© А. В. Кузнецов, А. В. Урсулов, А. С. Москвин, И. Л. Аввакумов, 2005

элементы которой определенным образом характеризуют силы, действующие между атомами при их смещениях. Симметрия решетки определенным образом увязывает друг с другом элементы матрицы. Цель работы – установить эти связи в общем случае и найти явный вид матрицы для кубического кристалла для атомов, являющихся ближайшими соседями.

#### Список литературы

*Лейбфрид Г., Людвиг В.* Теория ангармонических эффектов в кристаллах. М., 1963. Гл. 2. С. 1, 2, 12–17.

#### Работа 3. Квантовая теория дискретной упругой цепочки

Цепочка взаимодействующих материальных точек – простейший модельный объект, изучая который, можно увидеть, как появляется и используется концепция элементарных возбуждений (в данном случае фононов). Цель работы – подробнейшим образом на простейшей модели сделать все необходимые для этого расчеты.

#### Список литературы

*Киттель Ч.* Квантовая теория твердого тела. М., 1967. Гл. 2. С. 24–30.

#### Работа 4. Фононы в изотропном кристалле (континуальное приближение)

**Цель работы** – знакомство с квантованием поля колебаний упругого континуума, выявление общего и специального в дискретной и полевой моделях.

#### Список литературы

*Киттель Ч.* Квантовая теория твердого тела. М., 1967. Гл. 2. С. 33–36.

*Хакен Х.* Квантовополевая теория твердого тела. М., 1980. Гл. 3, 10. С. 77–83.

#### Работа 5. Роль упругих ангармонизмов в кристаллах

Члены выше второго порядка в разложении, о котором говорится в работе 2, называются ангармоническими. Без их учета нельзя объяснить ряд важных физических явлений (достаточно упомянуть в связи с этим о тепловом расширении). Цель настоящей работы – ознакомление с этими явлениями и их теорией.

#### Список литературы

(по темам)

#### Тепловое расширение

*Лейбфрид Г., Людвиг В.* Теория ангармонических эффектов в кристаллах. М., 1963. Гл. 4, 7, 8. С. 78–99.

*Рейсленд Дж.* Физика фононов. М., 1975. Гл. 4, 6. С. 144–153.

#### Линейное по температуре слагаемое в теплоемкости

*Лейбфрид Г., Людвиг В.* Теория ангармонических эффектов в кристаллах. М., 1963. Гл. 4, 9. С. 99–105.

*Рейсленд Дж.* Физика фононов. М., 1975. Гл. 5, 2. С. 164–165.

#### Взаимодействие фононов

*Косевич А. М.* Основы механики кристаллической решетки. М., 1972. Гл. 3, § 4. С. 56–60.

*Рейсленд Дж.* Физика фононов. М., 1975. Гл. 5.

#### Второй звук

*Киттель Ч.* Квантовая теория твердого тела. М., 1967. Гл. 2. С. 41–45.

*Косевич А. М.* Основы механики кристаллической решетки. М., 1972. Гл. 3, § 7.

#### Работа 6. Методы расчета решеточных сумм

**Цель работы** – детальное ознакомление с основными методами численного расчета решеточных сумм, появляющихся как необходимый элемент теоретического описания различных взаимодействий в решетках.

#### Список литературы

*Борн М., Хуан Кунь.* Динамическая теория кристаллических решеток. М., 1958.

*Займан Дж.* Принципы теории твердого тела. Гл. 2.

*Слетер Дж.* Диэлектрики, полупроводники, металлы. Гл. 9.

#### Работа 7. Солитоны в решетке твердого тела

**Цель работы** – знакомство на примере простейших моделей твердого тела – атомных цепочек – с основными понятиями теории солитонов, их особенностями в твердых телах. Результатом выполнения работы должно стать изучение указанной в заданиях литературы с полным выполнением всех приведенных в ней математических выкладок.

### **Задания**

1. Линейная цепочка атомов с кубическим ангармонизмом и дисперсией. Уравнение нелинейной струны (уравнение Буссинеска) и его решения в виде уединенных волн. Уравнение Кортевега – де Вриза. Связь между уравнениями Буссинеска и Кортевега – де Вриза.

#### **Список литературы**

*Косевич А. М.* Основы механики кристаллической решетки, М., 1972, 10, п. 3.

*Косевич А. М., Ковалев А. С.* Введение в нелинейную физическую механику, Киев, 1989. Гл. 4, § 2. С. 117–119.

*Кунин И. А.* Теория упругих сред с микроструктурой. М., 1975. Гл. 4, § 1, 2. С. 197–205.

2. Модель Френкеля – Конторовой. Уравнение синус-Гордона. Односолитонные решения этого уравнения. Топологический заряд. Динамические и топологические солитоны. Общие свойства солитонов.

#### **Список литературы**

*Бетгер Х.* Принципы динамической теории решетки. М., 1986. Гл. 4, 4.3.1. С. 274–279.

*Косевич А. М.* Физическая механика реальных кристаллов. Киев, 1981. Гл. 3, 5. С. 188–192.

*Косевич А. М., Ковалев А. С.* Введение в нелинейную физическую механику. Киев, 1989. Гл. 4.1, 115–117; Гл. 6.

*Кунин И. А.* Теория упругих сред с микроструктурой. М., 1975. С. 164–166; 344–351.

*Френкель Л. И.* Введение в теорию металлов. Л., 1972. Гл. 21.

3. Решетка Тоды.

#### **Список литературы**

*Бетгер Х.* Принципы динамической теории решетки. М., 1986. Гл. 4 (4.3.2). С. 279–287.

Работа 8. **Доменные границы. Теория Ландау – Лифшица**

**Цель работы** – ознакомление с природой формирования, структурой и основными характеристиками слоев между двумя доменами в магнетике – доменными границами.

### **Список литературы**

*Киттель Ч.* Введение в физику твердого тела. М., 1978. Гл. 16. С. 578–589.

*Хуберт А.* Теория доменных стенок в упорядоченных средах. М., 1977. Разд. 1–4. С. 9–20, 250–286.

Работа 9. **Ориентационные фазовые переходы в магнетиках**

**Цель работы** – изучение основных особенностей ориентационных фазовых переходов, поведение различных физических величин на примере магнетиков; ознакомление с «классическими» ориентационными фазовыми переходами (спин-флоп, спин-флип, метамагнитные переходы).

#### **Список литературы**

*Москвин А. С., Синецын Е. В.* Ориентационные фазовые переходы. Методические указания. Свердловск, 1990.

Работа 10. **Магнитный резонанс**

**Цель работы** – ознакомиться с основными представлениями физики и теории магнитного резонанса.

#### **Список литературы**

*Киттель Ч.* Введение в физику твердого тела. М., 1978. Гл. 17. С. 593–628.

Ферромагнитный резонанс // Современные проблемы физики: Сб. / Под ред. С. В. Вонсовского. М., 1961. Гл. 1, 2. С. 13–97.

Работа 11. **Сверхтонкие взаимодействия**

**Цель работы** – ознакомиться с основными представлениями теории сверхтонких взаимодействий, простейшими задачами и методами их решений.

#### **Список литературы**

*Москвин А. С.* Сверхтонкие взаимодействия: Метод. указания. Свердловск, 1988.

Работа 12. **Метод вторичного квантования в атомах**

**Цель работы** – ознакомиться с основными представлениями метода вторичного квантования многоэлектронных систем на при-

мере атома, с элементами диаграммной техники Фейнмана и Юциса – Левинсона, с методом неприводимых тензорных операторов.

### Список литературы

Джасад В. Вторичное квантование и атомная спектроскопия. М., 1979. Гл. 1, 2, 5, 6.

## Часть 2. ЭЛЕКТРОННЫЕ СВОЙСТВА

### Работа 1. Расчет энергетического спектра и волновых функций многоэлектронных атомов (ионов) с незаполненными 3d- и 4f-оболочками в кристаллическом поле

**Цель работы** – приобрести навыки проведения практических расчетов расщепления термов и мультиплетов многоэлектронных атомов с незаполненными 3d- и 4f-оболочками в кристаллических полях (КП) различной симметрии, нахождения соответствующих волновых функций, а также таких величин как эффективные g-тензоры, парамагнитная восприимчивость примесного 3d- и 4f-иона и т. п. с использованием методов атомной спектроскопии, теоретико-групповых методов и численных расчетов на ЭВМ.

#### Контрольные вопросы

1. В чем суть различных схем (слабое, среднее, сильное) КП?
2. Опишите алгоритм расчета шарковской структуры энергетического спектра иона с незаполненной *nl*-оболочкой в кристаллическом поле заданной симметрии.
3. Что такое эквивалентный оператор?
4. Что такое эффективный гамильтониан КП?
5. Что такое диаграмма Танабе – Сугано?
6. Запишите эффективный гамильтониан взаимодействия кристаллического терма (мультиплета) с магнитным полем.
7. Что представляет собой эффективный g-тензор?
8. Что такое квазимомент (эффективный момент)?
9. Опишите процедуру расчета таких физических величин, как магнитная восприимчивость, электронная теплоемкость, с учетом конкретной шарковской структуры иона в КП.

© А. С. Москвин, В. И. Черепанов, 2005

#### Контрольные задания

1. Найти шарковскую структуру основного состояния мультиплета иона  $\text{Cr}^{3+}$  в кубическом кристаллическом поле (возможны варианты!), волновые функции, значения эффективных g-факторов для различных крамерсовских дублетов (квартетов). Рассчитать температурную зависимость парамагнитной восприимчивости иона  $\text{Cr}^{3+}$  при учете состояний основного мультиплета. Проверить справедливость закона Кюри – Вейсса.

2. Построить с помощью ПК диаграмму Танабе – Сугано (зависимость энергии кристаллических термов от параметра  $\Delta = 10Dq$ ) для 3d-ионов с конфигурацией  $3d^2$  ( $3d^8$ ) в кубическом кристаллическом поле.

Найти значения орбитальных g-факторов для термов  $T_1$  и  $T_2$ . Указать характер расщепления кубических термов  $T_1$  и  $T_2$  при «включении» слабого тетрагонального (тригонального, ромбического) кристаллического поля. Дать качественную картину поведения энергетического спектра при учете спин-орбитального взаимодействия.

3. Рассчитать энергетический спектр примесного иона  $\text{Cr}^{3+}$  ( $3d^3$ ) в октаэдрическом кристаллическом поле (в схеме сильного кристаллического поля) и определить правильные волновые функции всех термов. Построить график зависимости энергии термов от силы октаэдрического поля  $Dq$ . Подобрать параметры  $Dq$ ,  $B$ ,  $C$  и  $\alpha$  для оптимального объяснения экспериментально наблюдаемых оптических переходов для  $\text{Cr}^{3+}$  в  $\text{MnO}$  (см.: Свиридов и др., 1976, с. 139):

$$\begin{aligned} (t_{2g}^3)^4 A_{2g} &\rightarrow (t_{2g}^3)^4 A_{2g} & 14319 \text{ см}^{-1}, \\ (t_{2g}^3)^4 A_{2g} &\rightarrow (t_{2g}^2 e_g)^4 T_{2g} & 116120 \text{ см}^{-1}, \\ (t_{2g}^3)^4 A_{2g} &\rightarrow (t_{2g}^2 e_g)^4 T_{1g} & 22460 \text{ см}^{-1}, \\ (t_{2g}^3)^4 A_{2g} &\rightarrow (t_{2g} e_g^2)^4 T_{1g} & 29400 \text{ см}^{-1}. \end{aligned}$$

Найти с этими параметрами правильные волновые функции всех термов (с учетом «смешивания» кристаллических конфигураций  $t_{2g}^n e_g^m$ ).

Для выполнения задания необходимо:

а) Построить правильные трехэлектронные волновые функции нулевого приближения для всех термов конфигураций

$t_{2g}^3, t_{2g}^2 e_g, t_{2g} e_g^2, e_g^3$ , используя методику генеалогических коэффициентов и коэффициентов Клебша – Гордана (см.: Свиридов, Смирнов, 1977; Вонсовский и др., 1969).

б) Вычислить матрицу энергии  $V_{cub} + V_{ee}$ .

в) Вычислить собственные значения и собственные функции гамильтониана  $H_0 + V_{cub} + V_{ee}$  (используя РС).

4. Определить расщепление терма  $(3d^3)^4F$  ( $S = 3/2, L = 3$ ) примесного иона  $V^{2+}$  с конфигурацией  $3d^3$  в среднем кристаллическом поле ( $V_{so} < V_{cf} < V_{ee}$ ) в модели точечных зарядов, учитывая влияние лишь шести октаэдрически расположенных ионов в  $MnO$ . Использовать водородоподобные волновые функции  $3d$ -состояний иона с эффективным зарядом остова  $Z$ , выбранным по правилам Слэтера – Бацанова (Бацанов, Звягина, 1966). Расстояние между ионом  $V^{2+}$  (замещающим ион  $Mn^{2+}$ ) и соседними ионами  $O^{2-}$  в  $MnO$  принять  $R = 4,5 \text{ \AA}$ .

Для выполнения задания необходимо провести следующие действия:

а) Построить трехэлектронные волновые функции терма  $(3d^3)^4F$  для конфигурации  $3d^3$  (см. по этому поводу: Собельман, 1963; Кондон, Шортли, 1949).

б) Записать потенциал кристаллического поля, создаваемого точечными ионами, в частности шестью октаэдрически расположенными ионами  $O^{2-}$  (ось  $z$  выбрать вдоль оси симметрии  $C_3$ ).

в) Составить секулярное уравнение для возмущения терма  $(3d^3)^4F$  кристаллическим полем с учетом теоремы Вигнера – Экарта и решить это уравнение. Более слабое спин-орбитальное уравнение не учитывать. Для вычисления  $3j$ -символов использовать формулу (106.14) из работы: Ландау, Лифшиц, 1969.

г) Вычислить приведенный матричный элемент, используя водородоподобные волновые функции  $3d$ -состояний иона  $V^{2+}$  для расчета  $\langle r^4 \rangle$  (Кондон, Шортли, 1949, с. 119) и интегралов от угловых частей (Там же, с. 172; табл. 13 на с. 175).

д) Получить численные значения величины интервалов между компонентами расщепления терма  $^4F$  в единицах  $cm^{-1}$ .

### Список литературы

- Альтишюлер С. А., Козырев Б. М. Электронный парамагнитный резонанс. М., 1972.
- Бацанов С. С., Звягина Р. А. Интегралы перекрытия и проблема эффективных зарядов. М., 1966.
- Берсукер И. В. Электронное строение и свойства координационных соединений. М., 1976.
- Вонсовский С. В. Магнетизм. М., 1971.
- Вонсовский С. В., Грум-Гржимайло С. В., Черепанов В. И. и др. Теория кристаллического поля и оптические спектры примесных ионов с незаполненной  $3d$ -оболочкой. М., 1969.
- Кондон Е., Шортли Г. Теория атомных спектров. М., 1949.
- Ландау Л. Д., Лифшиц И. М. Квантовая механика. М., 1969.
- Москвин А. С. Атомы в кристалле: Учеб. пособие. Екатеринбург, 1992.
- Свиридов Д. Т., Свиридова Р. К., Смирнов Ю. Ф. Оптические спектры ионов переходных металлов в кристаллах. М., 1976.
- Свиридов Д. Т., Смирнов Ю. Ф. Теория оптических спектров ионов переходных металлов. М., 1977.
- Собельман И. И. Введение в теорию атомных спектров. М., 1963.

### Работа 2. Эффект Яна – Теллера и электронно-колебательные (вибронные) взаимодействия в высокосимметричных комплексах и кристаллах

**Цель работы** – ознакомиться с вибронными эффектами в высокосимметричных комплексах с электронным вырождением, получить практические навыки расчета адиабатических потенциалов, вибронных функций, факторов вибронной редукции, туннельного расщепления, влияния внешних механических и электронных возмущений.

Для выполнения работы необходимо детально познакомиться с «классическими» вибронными задачами (см.: Берсукер, 1976; Берсукер, Полингер, 1983):

- $E$ - $e$ -задача в октаэдрическом комплексе,
- $E$ - $b_1$ - $b_2$ -задача в квадратном комплексе.

© А. С. Москвин, Ю. Д. Панов, 2005



### **Контрольные вопросы**

1. Что представляет собой гамильтониан электронно-колебательного взаимодействия (вибронный гамильтониан)? Постройте эффективный вибронный гамильтониан для конкретной системы.
2. Укажите критерии применимости адиабатического приближения.
3. Сформулируйте теорему Яна – Теллера. Что такое псевдоэффект Яна – Теллера?
4. Что такое адиабатический потенциал? Как выглядит адиабатический потенциал для конкретных систем (примеры)?
5. Что такое энергия ян-теллеровской стабилизации?
6. Как находятся вибронные волновые функции? В чем суть приближения Борна – Оппенгеймера?
7. Что такое туннельный эффект? Опишите алгоритм расчета туннельного расщепления.
8. Что такое статический и динамический эффекты Яна – Теллера?
9. В чем суть эффекта вибронной редукции?
10. Каковы особенности влияния внешних электронных и механических возмущений на вибронные системы?
11. Приведите примеры проявления эффекта Яна – Теллера в физических системах.

### **Задание**

Опишите особенности проявления вибронных взаимодействий в условиях псевдоэффекта Яна – Теллера для двух близких синглетов на примере конкретной системы.

### **Список литературы**

- Берсукер И. Б.* Электронное строение и свойства координационных соединений. Л., 1976.
- Берсукер И. Б., Полингер В. З.* Вибронные взаимодействия в молекулах и кристаллах. М., 1983.

### **Работа 3. Методы слабой связи в зонной теории**

Используя рекомендованную в списке литературу, изучить следующие вопросы:

© Р. Ф. Егоров, 2005

1. Модель свободных электронов в кристалле (пустая решетка):
  - а) Схема приведенных, повторяющихся и расширенных зон.
  - б) Случайное вырождение спектра.
  - в) Теоретико-групповая классификация энергетического спектра.
  - г) Метод Харрисона построения поверхности Ферми в схеме приведенных зон.
2. Приближение почти свободных электронов:
  - а) Метод теории возмущений.
  - б) Свойства симметрии Фурье-компонент кристаллического потенциала.
  - в) Снятие случайного вырождения.
  - г) Теоретико-групповой анализ задачи.
  - д) Качественное изменение поверхности Ферми пустой решетки под влиянием возмущения.
3. Псевдопотенциал:
  - а) Ортогонализированные плоские волны.
  - б) Определение и свойства априорного псевдопотенциала.
  - в) Модельный псевдопотенциал.

Работы Н. Ашкрофта, Н. Мермина (1979) и С. В. Вонсовского, М. И. Кацнельсона (1983) – основные (см. список литературы). В работах А. Анималу (1981) и А. Крэкнелла, К. Уонга (1978) можно найти примеры расчетов для конкретных кристаллов. Теоретико-групповую информацию можно почерпнуть из работ Ч. Киттеля (1967) и Р. Нокса, А. Гольда (1970). Отметим, что последняя работа является основополагающей по этому вопросу. В ней впервые была введена общепринятая система обозначений.

### **Контрольные вопросы**

1. Известно, что кулоновский вклад в кристаллический потенциал не мал, и даже имеет сингулярность в местах расположения атомов. Как объяснить тогда тот факт, что поверхность Ферми реальных простых металлов близка к поверхности Ферми в приближении почти свободных электронов?
2. Если имеет место указанная выше близость, будет ли правильным утверждение, что и волновая функция электрона будет близка к плоским волнам?

3. Почему приближение почти свободных электронов фактически неприменимо к переходным металлам?

4. Можно ли надеяться на получение хорошего приближения с помощью разложения волновой функции в ряд по плоским волнам? При ответе иметь в виду специфику численного решения.

5. Каким образом в приближении почти свободных электронов будет изменяться топологическая структура поверхности Ферми для одновалентного металла с ПК-, ГЦК-, ОЦК-структурой при возрастании кристаллического потенциала?

6. Чем мотивируется необходимость введения модельного псевдопотенциала?

#### **Контрольные задания**

1. В схеме приведенных зон построить спектр пустой решетки для нескольких первых полос в направлении [100] для ПК (ГЦК-, ОЦК-) структуры.

2. Какова кратность вырождения спектра для всех точек этого интервала для первой полосы?

3. Провести теоретико-групповую классификацию состояний в этой полосе по малым неприводимым представлениям группы волнового вектора.

4. Для волнового вектора из этого интервала, попадающего на границу зоны Бриллюэна, построить матрицу теории возмущения в приближении почти свободных электронов. Решая секулярное уравнение, вычислить спектр с учетом возмущения.

#### **Список литературы**

- Анималу А. Квантовая теория кристаллических твердых тел. М., 1981. Гл. 5, 1–3.
- Ашкрофт Н., Мермин Н. Физика твердого тела. Т. 1. М., 1979. Гл. 9, 11. С. 209–213.
- Вонсовский С. В., Кацнельсон М. И. Квантовая физика твердого тела. М., 1983. Гл. 4, 4.2, п. 4.2.5, 4.5, п. 4.5.4.
- Киттель Ч. Квантовая теория твердых тел. М., 1967. Гл. 10, 13.
- Крэкнелл А., Уонг К. Поверхность Ферми. М., 1978. Гл. 1.
- Нокс Р., Гольд А. Симметрия в твердом теле. М., 1970. Статья 4.

#### **Работа 4. Методы сильной связи в зонной теории**

Используя рекомендуемую литературу изучить следующие вопросы:

1. Блоховские суммы – линейные комбинации атомных орбиталей (ЛКАО).
2. Секулярное уравнение метода ЛКАО.
3. Свойства симметрии интегралов переноса и интегралов перекрытия (для  $s$ -функций).
4. Закон дисперсии (для  $s$ -состояний) в приближении ближайших соседей.
5. Эффективные массы.
6. Топологическая структура изоэнергетических поверхностей.
7. Функции Ванье.

#### **Контрольные вопросы**

1. Является ли совокупность ЛКАО полной системой базисных функций для решения уравнения Шредингера?
2. Как связана ширина энергетической полосы с величиной интеграла переноса?
3. Могут ли в приближении сильной связи появиться дырки (т. е. состояния с отрицательной эффективной массой)?

#### **Контрольные задания**

1. В методе ЛКАО для  $s$ -состояний в приближении ближайших соседей построить энергетический спектр в направлении для  $s$ -состояний.
2. Найти выражение для ширины полосы в этом направлении, а также вычислить тензоры эффективных масс в граничных точках интервала. Привести тензоры к главным осям и найти эффективные массы.
3. Исследовать вид изоэнергетических поверхностей в окрестностях этих двух точек.
4. Вывести уравнения для функций Ванье. Обсудить возможность их использования для расчета спектра.

© Р. Ф. Егоров, 2005

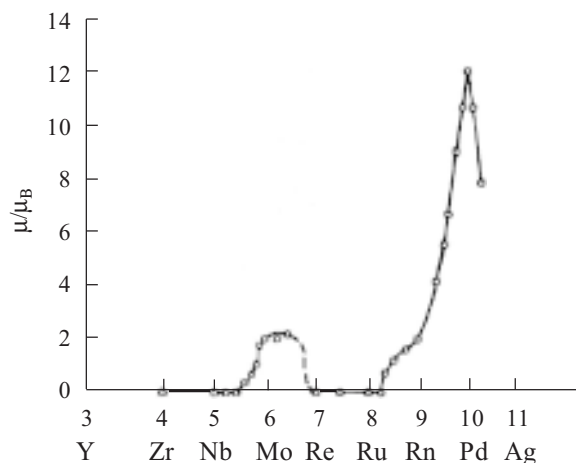
5. В модели пустой решетки для первой полосы простой кубической структуры вычислить соответствующую функцию Ванье. Дать качественное объяснение поведения этой функции.

### Список литературы

- Анималу А.* Квантовая теория кристаллических твердых тел. М., 1981. Гл. 5.  
*Ашкрофт Н., Мермин Н.* Физика твердого тела. Т. 1. М., 1979. Гл. 10.  
*Вонсовский С. В., Кацнельсон М. И.* Квантовая физика твердого тела. М., 1983. Гл. 4 (4.5.3).

### Работа 5. Магнитные примеси в металлах

Начатое в 1960-х гг. систематическое изучение твердых разбавленных растворов переходных металлов в других металлах обнаружило интересные особенности характеристик этих растворов. Например, ниже на рисунке приведен график зависимости локального магнитного момента железа от атомного номера растворителя (металлы группы палладия).



Возникает вопрос: какие характеристики металла-растворителя и каким образом определяют локальный магнитный момент растворенного атома переходного металла? Еще одна интересная для теоретика проблема связана с тем, что иногда (например, при

растворении железа в меди) магнитный момент примеси существует лишь при температурах выше так называемой температуры Кондо. Для решения этих и других проблем теории применяют весьма изощренный математический аппарат, сведения о котором можно почерпнуть из приведенной ниже литературы.

### Советы по работе с литературой

Знакомство с проблемой лучше начать с любой из монографий: Изюмов, Озеров, 1966; Уайт, 1972; Уайт, 1982 (перечислены в порядке «утяжеления» изложения), а затем перейти к оригинальным работам: Anderson, 1961; Krishna-Marthy et al., 1975. Необходимым минимумом является разбор первой работы и ознакомление с результатами второй работы. Работу П. Андерсона можно найти на русском языке в книге «Теория ферромагнетизма металлов и сплавов» (М., 1963).

### Контрольные вопросы

1. Возможно ли объяснение эксперимента на основе зонной теории?
2. Как кратко сформулировать модель Андерсона?
3. Почему ошибочна формула (2.12) в кн.: Изюмов, Озеров, 1966.

### Список литературы

- Изюмов Ю. А., Озеров Р. П.* Магнитная нейтронография. М., 1966. Гл. 1. С. 98–111.  
*Уайт Р.* Квантовая теория магнетизма. М., 1972. Гл. 7. С. 251–277.  
*Уайт Р., Джебелл П.* Дальний порядок в твердых телах. М., 1982. Гл. 7. С. 306–339.  
*Anderson P. W.* Phys Rev. 1961, 124. P. 41.  
*Krishna-Marthy H. R., Wilson K. G., Wilkins J. W.* // Phys Rev. 1975. Lett. 35,9. P. 1101.

### Работа 6. Электроны в неупорядоченных системах – локализация Андерсона

Теория электронов в неупорядоченных системах – одно из основных направлений современной теории конденсированного со-

стояния. Локализация Андерсона – основополагающий квантово-механический эффект, определяющий идеологические основы представлений об энергетическом спектре неупорядоченных систем, а также конкретный механизм перехода металл – диэлектрик в таких системах.

### План работы

1. Основные понятия: порог подвижности, переход Андерсона (Мотт, Дэвис, 1982; Мотт, 1979; Эфрос, 1978; Шкловский, Эфрос, 1979).
2. Модель Андерсона (Эфрос, 1978; Шкловский, Эфрос, 1979; Займан, 1982; Садовский, 1981).
3. Интерференция путей, квантовые поправки к проводимости (Абрикосов, 1987).
4. Скэйлинговая теория локализации (Абрикосов, 1987; Садовский, 1981).

### Советы по работе с литературой

Работу следует вести по приведенному выше плану. Программа-максимум – все четыре пункта плана и вся указанная литература. Это позволит подойти к решению реальных задач, программа-минимум – пункты 1 и 2 с соответствующей литературой. В литературных ссылках (Мотт, Дэвис, 1982; Мотт, 1979) и (Эфрос, 1978; Шкловский, Эфрос, 1979) имеется заметное дублирование материала, так что при минимальном подходе достаточно изучить по одной ссылке в каждой паре, однако полезно посмотреть разные варианты одних и тех же выводов.

### Список литературы

- Абрикосов А. А.* Основы теории металлов. М., 1987. Гл. 11 (11.3–11.11).  
*Займан Дж.* Модели беспорядка. М., 1982. Гл. 9.  
*Мотт Н. Ф.* Переходы металл – изолятор. М., 1979. Гл. 1.  
*Мотт Н. Ф., Дэвис Э. А.* Электронные процессы в некристаллических веществах. М., 1982. Гл. 1, 2.  
*Садовский М. В.* // УФН. 1981. Т. 133, вып. 2. С. 223.  
*Шкловский Б. И., Эфрос А. Л.* Электронные свойства легированных полупроводников. М., 1979. Гл. 2.  
*Эфрос А. Л.* // УФН. 1978. Т. 126, вып. 1. С. 41.

### Работа 7. Теория перколяции (протекания)

Теория перколяции (протекания) – важная математическая (статистическая) теория, широко используемая в современной теории неупорядоченных систем. Идеи этой теории используются для описания электропроводности, магнитных фазовых переходов и других явлений в таких системах. Методы этой теории применяются не только в физике, однако их основная область – теория неупорядоченных систем от аморфных полупроводников до керамических высокотемпературных сверхпроводников.

### План работы

1. Основные понятия (порог протекания, бесконечный кластер).
2. Применения теории протекания в физике.
3. Критическое поведение вблизи порога протекания.
4. Моделирование перколяции методом Монте-Карло (программа).

### Советы по работе с литературой

В принципе достаточно изучить книжку А. Л. Эфроса (1982). Она содержит практически все, что надо, и очень хорошо написана. Изложение доступно студентам младших курсов. Работы Б. И. Шкловского, А. Л. Эфроса (1979; 1975) содержат более формальное изложение, они предназначены для более углубленного изучения материала.

Четвертый пункт плана входит в программу-максимум и вполне доступен студентам, умеющим обращаться с персональным компьютером.

### Список литературы

1. *Эфрос А. Л.* Физика и геометрия беспорядка. М., 1982. (Б-ка Квант; Вып. 19).
2. *Шкловский Б. И., Эфрос А. Л.* Электронные свойства легированных полупроводников. М., 1979. Гл. 5.
3. *Шкловский Б. И., Эфрос А. Л.* // УФН. 1975. Т. 117, вып. 3. С. 401.

## Работа 8. Экситонный механизм сверхпроводимости и диэлектрический формализм

Экситонный механизм – один из возможных механизмов высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП). Исторически – это первый механизм ВТСП, предложенный задолго до экспериментального открытия этого явления. Ввиду отсутствия общепринятого теоретического объяснения ВТСП экситонный механизм остается актуальным как в попытках такого объяснения в реальных системах, так и для поиска новых ВТСП-соединений.

### План работы

1. Основные понятия (формула для  $T_c$ ) (Гинзбург, 1985; Абрикосов, 1987).
2. Диэлектрический формализм (Гинзбург, 1970, 1976; Киржниц, 1976).
3. Обобщенная модель желе (Гинзбург, 1970, 1976; Проблема высокотемпературной сверхпроводимости, 1977).
4. Пути создания экситонных сверхпроводников (Гинзбург, 1970, 1976; Проблема высокотемпературной сверхпроводимости, 1977).

### Советы по работе с литературой

Работы В. Л. Гинзбурга (1985) и А. А. Абрикосова (1987) содержат элементарное введение в проблему, статьи В. Л. Гинзбурга (1970, 1976) и книга «Проблема высокотемпературной сверхпроводимости» (1977) и особенно статья Д. А. Киржница (1976) предназначены для более углубленного изучения вопроса. Нужно уделить особое внимание идеологии диэлектрического формализма (Киржниц, 1976) – это вопрос более общего значения, чем даже сама проблема ВТСП.

### Список литературы

- Абрикосов А. А. Основы теории металлов. «Наука» 1987. Гл. 16 (16.11).  
Гинзбург В. Л. О физике и астрофизике. М., 1985. С. 23–30.  
Гинзбург В. Л. // УФН. 1970. Т. 101, вып. 1. С. 185.

© М. В. Садовский, 2005

- Гинзбург В. Л. // УФН. 1976. Т. 118, вып. 2. С. 315.  
Киржниц Д. А. // УФН. 1976. Т. 119, вып. 2. С. 357.

Проблема высокотемпературной сверхпроводимости / Под ред. В. Л. Гинзбурга и Д. А. Киржница. М., 1977. Гл. 1.

## Работа 9. Распространение электромагнитных волн (ЭМВ)

### в металлах: геликоны и магнитоплазменные волны

**Цель работы** – ознакомиться с возможностью распространения ЭМВ в металлах, научиться рассчитывать характеристики ЭМВ в металлах – закон дисперсии, поляризацию, затухание.

### Задания

1. Выяснить, что такое геликоны и магнитоплазменные волны и в каких условиях они распространяются.
2. Рассчитать спектры и поляризации, а также затухание для этих волн.
3. Проанализировать результаты расчета.

### Контрольные вопросы

1. Каковы условия распространения ЭМВ в металлах?
2. В каких металлах и какие волны распространяются?
3. Отличаются ли волны в металлах от волн в плазме и полупроводниках? Если да, то чем?
4. В каких металлах и в каких условиях наблюдались ЭМВ в металлах?
5. Какие еще ЭМВ, кроме названных, могут распространяться в металлах?

### Список литературы

- Абрикосов А. А. Основы теории металлов, М., 1987. Гл. 9.  
Вонсовский С. В., Кацнельсон М. И. Квантовая физика твердого тела. М., 1983. Гл. 3, 7, 4. С. 174.  
Лифшиц И. М., Азбель М. Я., Каганов М. И. Электронная теория металлов. М., 1971. Гл. 39. С. 318.  
Платцман Ф., Вольф П. Волны и взаимодействия в плазме твердого тела. М., 1968. Гл. 6–7. С. 172.

© Е. А. Памятных, 2005

Работа 10. **Приближение молекулярного поля в теории магнетизма**

**Темы**

1. Модель Гайзенберга для описания ферромагнитного состояния изоляторов.
2. Приближение молекулярного поля Вейсса.
3. Теория возмущений для свободной энергии.

**Контрольные вопросы**

1. Какие приближения лежат в основе вывода гамильтониана Гайзенберга?
2. Можно ли гамильтониан Гайзенберга обосновать в случае, если электронные функции атомов переходных рядов не имеют перекрытия?
3. Каким образом теория молекулярного поля Вейсса может быть использована для описания антиферро- и ферромагнитного состояния?
4. Можно ли модельную свободную энергию Боголюбова использовать в случае, если гамильтониан возмущения не является малым?

**Контрольные задания**

1. Взять  $H_0 = -\lambda m$ ;  $\lambda = zJ\langle m \rangle$  – постоянная молекулярного поля.  $H' = [3m^2 - S(S+1)]B$ ;  $H_0 \gg H'$ .
2. Вычислить в приближении молекулярного поля:

$$\sigma = \frac{\langle m \rangle}{S}; \quad K_2(T) = \frac{\langle 3m^2 - S(S+1) \rangle_{H_0}}{S(2S-1)}.$$

3. Построить графики  $\sigma(\tau)$ ,  $K_2(\tau)$ , где

$$\tau = \frac{T}{T_c}; \quad T_c = \frac{2z}{3k} JS(S+1).$$

**Список литературы**

Бердышев А. А. Введение в квантовую теорию магнетизма. Свердловск, 1969.

© А. А. Казаков, А. В. Кузнецов, 2005

Смарт Дж. Эффективное поле в теории магнетизма. М., 1968.  
Тябликов С. В. Методы квантовой теории магнетизма. М., 1965.

Работа 11. **Применение метода двухвременных температурных функций Грина в теории магнетизма**

**Цель работы** – используя рекомендованную литературу, ознакомиться с методом функций Грина:

1. Какие вопросы теории твердого тела можно изучать, используя метод функций Грина?
2. Какие функции Грина существуют и чем отличаются их уравнения движения?
3. Как строится функция Грина для вычисления намагниченности?
4. Каков физический смысл полюсов функции Грина?

**Контрольные вопросы**

1. Если операторы, на которых строится функция Грина, не относятся ни к статистике Ферми, ни к статистике Бозе, какую функцию Грина следует предпочесть – коммутаторную, антикоммутаторную или причинную?
2. Можно ли приписать физический смысл полюсам функции Грина при конечных температурах, учитывая, что гамильтониан системы не зависит от температуры, а полюса обнаруживают такую зависимость?
3. Какие удобства чисто вычислительного плана, с вашей точки зрения, связаны с методом функции Грина?

**Контрольные задания**

(Задача Тябликова. Вычисление намагниченности ферромагнетика Гайзенберга со спином  $S = 1/2$  в методе функции Грина)

1. Получите уравнение

$$\sigma_{1/2} = \frac{1}{1 + 2P_{1/2}},$$

$$\text{где } P_{1/2} = \frac{V}{(2\pi)^3} \int \frac{d\vec{k}}{\exp(\beta \epsilon(\vec{k})) - 1}, \quad \epsilon(\vec{k}) = \frac{1}{2} [J(0) - J(\vec{k})]$$

© А. А. Казаков, А. В. Кузнецов, 2005

2. Покажите, что в области низких температур  $\sigma$  следует закону  $T^{3/2}$  Блоха

$$\sigma_{1/2} = 1 - AT^{3/2},$$

а вблизи точки Кюри  $T_c$  закону Вейсса – Ландау:

$$\sigma = B \sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}.$$

3. Возьмите для простоты простую кубическую решетку и постройте зависимость  $\sigma_{1/2} = (\tau)$ , где  $\tau = T/T_c$ .

#### Список литературы

Тябликов С. В. Методы квантовой теории магнетизма. М., 1965.

#### Работа 12. Пайерлсовский структурный переход

Пайерлсовский структурный переход – фундаментальное явление в физике квазиодномерных электронных систем. Аналогичный механизм структурных фазовых переходов работает и в многомерных системах с плоскими участками ферми-поверхности. Это одна из немногих теоретических моделей структурного фазового перехода, допускающая достаточно последовательное описание на основе микроскопической теории электрон-фононного взаимодействия. Аналогичным образом описываются и другие фазовые переходы с образованием волн зарядовой и спиновой плотности.

#### План работы

1. Основные понятия (термодинамика перехода, перестройка электронного спектра) (Булаевский, 1975; Проблема высокотемпературной сверхпроводимости, 1977).
2. «Мягкая» мода (то же; Уайт, Джебелл, 1982).
3. «Фрелиховская» проводимость волн зарядовой плотности (то же, что в п. 1).
4. Экспериментальные проявления (то же, что в п. 2).

#### Советы по работе с литературой

В принципе достаточно изучить обзор Л. Н. Булаевского (1975), однако две другие работы очень полезны как дополнительный

© М. В. Садовский, 2005

материал, в частности изложение в последней работе (Уайт, Джебелл, 1982) идет на более элементарном уровне. Вопросы, связанные с п. 3 плана входят в программу-максимум. Основное внимание нужно уделить расчету термодинамики перехода и перестройки электронного спектра. Вместе с качественным пониманием концепции мягкой моды это составляет программу-минимум.

#### Список литературы

Булаевский Л. Н. // УФН. 1975. Т. 115, вып. 2. С. 263.

Проблема высокотемпературной сверхпроводимости / Под ред. В. Л. Гинзбурга и Д. А. Киржица. М., 1977. Гл. 7.

Уайт Р., Джебелл Т. Дальний порядок в твердых телах. М., 1982. Гл. 1 (§ 3, 4); Гл. 3 (§ 7); Гл. 5 (§ 3, 5).

## КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ МАГНЕТИЗМА

Общее количество часов (трудоемкость) – 30, в том числе лекций – 30.

Отчетность – зачет в 7-м семестре.

Магнетизм – одно из универсальнейших явлений природы. Он присущ как микроскопическим, так и макроскопическим телам. Природа этого явления была понята только после создания квантовой механики. При построении теории магнитных явлений используются довольно тонкие методы современной теоретической физики (спиновые волны, метод функций Грина и т. д.). В этой связи курс читают студентам старших курсов, имеющим необходимую теоретическую подготовку.

**Цель курса** – ознакомить студентов с современными методами теории магнетизма и выработать необходимые навыки в решении задач в этой области физики.

#### Тема 1. Введение

Намагниченность и восприимчивость.

© М. И. Куркин, А. С. Москвин, 2005

## Тема 2. Диамагнетизм и парамагнетизм

Строение атома и атомная восприимчивость, ларморовский диамагнетизм. Парамагнетизм. Функция Ланжевена и закон Кюри. Ван-флековская восприимчивость.

## Тема 3. Квантовая теория парамагнетизма

Ионы редкоземельных элементов. Ионы группы железа. Расщепление в кристаллическом поле. «Замораживание» орбитального момента. Ядерный парамагнетизм.

Магнитные свойства «идеального» газа электронов. Электрон в магнитном поле. Парамагнетизм Паули и диамагнетизм Ландау электронов проводимости.

Термодинамические свойства парамагнитных диэлектриков. Адиабатическое размагничивание и получение низких температур.

## Тема 4. Упорядоченные магнитные структуры

Магнитная симметрия. Типы магнитных структур и методы их наблюдения.

Ферромагнитный порядок. Теория Кюри и восприимчивость ферромагнетика. Примеры ферромагнетиков.

Обменное взаимодействие. Прямой обмен, сверхобмен, косвенный обмен. Основные взаимодействия в ферромагнетике. Спиновый гамильтониан, модель Гейзенберга, Изинга.

Полная энергия ферромагнетика (обменная энергия, энергия кристаллической анизотропии, магнитостатическая энергия, энергия магнитоstriction). Температурная зависимость намагниченности насыщения.

Квантование колебаний намагниченности. Спиновые волны, магноны. Тепловые магнонные эффекты. Магнитное рассеяние нейтронов. Брэгговское и диффузное рассеяние, рассеяние на спиновых волнах.

## Тема 5. Ферримагнетики

Магнитная структура. Точки Кюри и компенсации. Восприимчивость ферримагнетиков. Спиновые волны.

Антиферромагнетики. Магнитная структура. Точки Нееля. Восприимчивость антиферромагнетиков. Магноны в антиферромагне-

тиках. Слабый ферромагнетизм. Взаимодействие Дзялошинского – Мория.

Магнитные фазовые переходы. Спин-переориентационные фазовые переходы. Спин-флип- и спин-флоп-переходы. Метамагнитные переходы.

Ферромагнитные домены. Причины появления доменов. Доменные границы (Блоха, Нееля). Теория Ландау – Лифшица. Тонкая структура доменных границ. Кривая технического намагничивания. Динамические эффекты доменной структуры ферромагнетиков.

Цилиндрические магнитные домены.

Магнитный резонанс. Движение магнитного момента в постоянном и переменном магнитных полях. Электронный парамагнитный резонанс. Ядерный магнитный резонанс, уравнения Блоха. Ядерный квадрупольный резонанс. Ферромагнитный резонанс, уравнения Ландау – Лифшица и Гильберта. Антиферромагнитный резонанс. Ядерный гамма-резонанс.

Нелинейные динамические явления в магнетиках. Нелинейная динамика доменных границ. Динамические и топологические магнитные солитоны. Дисклинации и вихри в магнетиках.

Магнетизм переходных металлов. Ферми-жидкостное приближение, модель Стонера – Слэтера, модель Хаббарда, *s-d*-модель Шубина – Вонсовского.

Магнитные материалы. Их основные параметры и служебные характеристики.

## Список литературы

- Абрикосов А. А.* Основы теории металлов. М., 1987.  
*Вонсовский С. В.* Магнетизм. М., 1971.  
*Изюмов Ю. А., Скрябин Ю. Н.* Статистическая механика магнитоупорядоченных систем. М., 1987.  
*Кринчик Г. С.* Физика магнитных явлений. М., 1976.  
*Маттис Д.* Теория магнетизма, М., 1967.  
*Пейк Дж.* Парамагнитный резонанс. М., 1965.  
*Тикадзуми С.* Физика ферромагнетизма: Магнитные свойства вещества. М., 1983.  
*Туров Е. А.* Физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов. М., 1963.  
*Тябликов С. В.* Методы квантовой теории магнетизма. М., 1965.  
*Уайт Р.* Квантовая теория магнетизма. М., 1985.



## ТЕОРИЯ СОЛИТОНОВ (МЕТОД ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ)

Общее количество часов (трудоемкость) – 30, в том числе лекций – 30.

Отчетность – экзамен в 7-м семестре.

**Цель курса** – изложить сущность и раскрыть основные особенности метода обратной задачи рассеяния на примере эталонных уравнений (КДВ, синус-Гордона, НУШ).

### Темы

Введение. Обратная задача рассеяния (ОЗР). Нелинейные уравнения. Солитоны.

Уравнение Кортевега – де Вриза (КДВ). Пример. Вывод КДВ из общих принципов. Дисперсия. Линеаризованное КДВ. Нелинейность. Простые волны (волны Римана). Опрокидывание фронта волны. Разрывы.

Односолитонные решения КДВ и их свойства. Эволюция начального импульса. Гамильтонов формализм для КДВ.

Уравнение синус-Гордона (SG). Пример. Односолитонные решения SG.

Нелинейное уравнение Шредингера (НУШ). Пример. Общие свойства системы, приводящей к НУШ. Односолитонные решения НУШ. Солитоны огибающей.

Метод ОЗР. Постановка задачи (задача Коши). Прямая и обратная задачи рассеяния. Основная идея метода ОЗР.  $L - A$ -пара Лакса.

Прямая задача рассеяния для КДВ.  $L - A$ -пара Лакса. Спектральная задача. Решение спектральной задачи. Эволюция данных рассеяния.

Одномерное рассеяние для оператора Штурма – Лиувилля. Функции Йоста (ФЙ). Интегральное уравнение для ФЙ. Линейная независимость ФЙ. Данные рассеяния, коэффициенты прохождения и отражения. Асимптотические формулы для коэффициентов рассеяния. Теоремы о нулях функции  $c_{12}(k)$ .

© А. В. Урсулов, 2005

Уравнение Марченко – Гельфанда – Левитана (МГЛ). Связь потенциала рассеяния с ядром МГЛ.

Многосолитонные решения КДВ. Свойства многосолитонных решений. Законы сохранения для КДВ.

Обратная задача рассеяния для SG. Задача Коши для SG.  $L - A$ -пара Лакса для SG ( $U - V$ -пара). Спектральная задача для SG. Функции Йоста. Данные рассеяния. Фундаментальные решения спектральной задачи.

Интегральные уравнения для ФЙ. Метод итераций и условия его применимости. Аналитические и асимптотические свойства ФЙ. Свойства симметрии и нули данных рассеяния.

Уравнение МГЛ для SG. Треугольное представление для ФЙ. Вывод МГЛ.

Эволюция данных рассеяния для SG. Многосолитонные решения SG. Бризеры.

Особенности ОЗР для НУШ. Задача Коши.  $L - A$ -пара Лакса. Спектральная задача. ФЙ и данные рассеяния. Аналитические свойства и нули ФЙ. Треугольное представление для ФЙ. Уравнение МГЛ. Связь потенциала с ядром. Эволюция данных рассеяния (решение эволюционного уравнения). Многосолитонные решения НУШ.

### Список литературы

- Абловец М., Сигур Х. Солитоны и метод обратной задачи рассеяния. М., 1987.
- Бхатнагар П. Нелинейные волны в одномерных дисперсных системах. М., 1983.
- Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббсон Дж. и др. Солитоны и нелинейные волновые уравнения. М., 1988.
- Заславский Г. М., Сагдеев Р. З. Введение в нелинейную физику. М., 1988.
- Захаров В. Е., Манаков С. В., Новиков С. П. и др. Теория солитонов. М., 1980.
- Карпман В. И. Нелинейные волны в диспергирующих средах. М., 1973.
- Косевич А. М., Ковалев А. С. Введение в нелинейную физическую механику. Киев, 1989.
- Кунин И. А. Теория упругих сред с микроструктурой. М., 1975.
- Лэм Дж. Введение в теорию солитонов. М., 1988.

## ФИЗИЧЕСКАЯ КИНЕТИКА

Общее количество часов (трудоемкость) – 28, в том числе лекций – 28.

Отчетность – зачет в 8-м семестре.

**Цель курса** – ознакомить студентов с основными идеями неравновесной статистической термодинамики классических и квантовых систем.

### Часть 1. СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ

#### Тема 1. Случайные процессы

Определение случайного процесса. Событие, вероятность, случайный процесс. Совместные и условные вероятности. Марковские процессы. Уравнение Чепмена – Колмогорова и основное кинетическое уравнение.

#### Тема 2. Корреляционные функции и спектральная плотность

Автокорреляционная и корреляционная функции. Преобразование Фурье случайного процесса. Теорема Винера – Хинчина. Белый шум и теорема Найквиста.

#### Тема 3. Броуновское движение

Уравнение Ланжевена. Уравнение Фоккера – Планка. Связь стохастических дифференциальных уравнений с уравнением Фоккера – Планка.

### Часть 2. КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

#### Тема 1. Основные понятия кинетики

Необходимость статистического описания. Функция распределения классических частиц. Матрица плотности для квантовых частиц. Вигнеровская функция распределения. Уравнения для функции распределения и матрицы плотности. Частичные функции распределения. Цепочка уравнений Боголюбова.

© Э. З. Кучинский, 2005

#### Тема 2. Уравнение Больцмана и его основные свойства

Уравнение Больцмана. Вывод из цепочки уравнений Боголюбова. Общие свойства уравнения Больцмана. H-теорема.

#### Тема 3. Квантовые кинетические уравнения

Вывод из цепочки уравнений Боголюбова. Электрон-фононное рассеяние. Электрон-электронное рассеяние. Рассеяние электрона на примесях в твердом теле.

#### Тема 4. Уравнения гидродинамики разреженного газа

Уравнения идеальной гидродинамики. Свойства уравнений идеальной гидродинамики. Уравнения гидродинамики реальной жидкости. Метод моментов для функции распределения.

#### Тема 5. Простейшие кинетические явления

Электропроводность. Эффект Холла. Оптические свойства электронного газа. Диффузия электронов. Электронная теплопроводность. Фононная теплопроводность.

#### Тема 6. Теория линейного отклика

Линейная реакция системы на внешнее возмущение. Электропроводность и магнитная восприимчивость. Двухвременные функции Грина. Дисперсионные соотношения Крамерса – Кронига и принцип симметрии Онсагера.

### Список литературы

- Балеску Р.* Равновесная и неравновесная статистическая механика. М., 1978.
- Белиничер В. И.* Физическая кинетика. Новосибирск, 1995.
- Зубарев Д. Н.* Неравновесная статистическая термодинамика. М., 1971.
- Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Физическая кинетика. М., 1979.
- Репк Г.* Неравновесная статистическая механика. М., 1990.
- Румер Ю. Б., Рывкин М. Ш.* Термодинамика, статистическая физика и кинетика. М., 1977.

## ПОЛЕВЫЕ МЕТОДЫ В ТЕОРИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Общее количество часов (трудоемкость) – 28, в том числе лекций – 28.

Отчетность – зачет в 8-м семестре.

Современные теоретические методы исследования проблем конденсированного состояния вещества во многих случаях опираются на использование полевых методов, разработанных в середине XX в. в квантовой теории поля и затем перенесенных в физику твердого тела. Эти методы широко используются в самых различных областях теории твердого тела – теории сверхпроводимости и теории магнетизма, теории полупроводников и теории колебаний решетки, теории фазовых переходов и т. д. – при описании как равновесных, так и неравновесных процессов. При этом современные теоретические статьи в научных журналах пишутся таким образом, что они предполагают знакомство с полевыми методами решения задач как некоторый уровень изначальной грамотности читателя.

**Цель курса** – ознакомление студентов с основными теоретическими представлениями и приемами, используемыми в полевых методах решения задач, и овладение элементарными навыками расчетов с использованием диаграммной техники и аналитических подходов.

### Тема 1. Представление вторичного квантования и представление чисел заполнения

Переход к представлению вторичного квантования в гамильтониане многих электронов. Представление чисел заполнения. Фононный гамильтониан и гамильтониан электрон-фононного взаимодействия в представлении вторичного квантования.

### Тема 2. Гайзенберговское представление, представление взаимодействия и $S$ -матрица

Зависимость от времени волновых функций и операторов в шредингеровском и гайзенберговском представлениях. Гайзенбергов-

ское представление для операторов поля невзаимодействующих частиц.

Представление взаимодействия и уравнение движения для операторов в представлении взаимодействия. Зависимость от времени волновой функции в представлении взаимодействия, понятие хронологического  $T$ -упорядочения произведения операторов.  $S$ -матрица, ее свойства и связь волновых функций и операторов в представлении взаимодействия с соответствующими величинами в шредингеровском и гайзенберговском представлениях. Среднее значение хронологически упорядоченного произведения операторов в основном состоянии.

### Тема 3. Одночастичные функции Грина электронов и фононов при нулевой температуре

Определение одночастичной причинной функции Грина фермионов, бозонов и фононов при нулевой температуре. Функция Грина при  $T = 0$  для невзаимодействующих электронов. Аналитические свойства функции Грина взаимодействующих электронов, связь причинной функции Грина с опережающей и запаздывающей функциями Грина. Функция Грина невзаимодействующих фононов при  $T = 0$ . Аналитические свойства функции Грина взаимодействующих фононов.

### Тема 4. Основные принципы диаграммной техники в теории возмущений

Понятия нормального произведения операторов поля частиц и свертки операторов. Теорема Вика для хронологизированного произведения операторов в основном состоянии. Диаграммы Фейнмана для ряда теории возмущений одночастичной электронной функции Грина. Связанные и несвязанные диаграммы.

### Тема 5. Диаграммная техника для одночастичных электронной и фононной функций Грина при различных типах взаимодействий

Диаграммная техника для одночастичной электронной функции Грина при двухчастичном межэлектронном взаимодействии в координатном и импульсном пространствах. Правила диаграммной техники при взаимодействии электронов с неоднородным

внешним полем. Диаграммная техника для электронной функции Грина в случае электрон-фононного взаимодействия. Особенности диаграммной техники для фононной функции Грина при электрон-фононном взаимодействии.

#### **Тема 6. Принципы суммирования фейнмановских диаграмм: собственно-энергетическая часть, вершинная часть и уравнение Дайсона**

Приводимые и неприводимые собственно энергетические части одночастичной электронной функции Грина. Уравнение Дайсона для точной одночастичной электронной функции Грина в случаях двухчастичного взаимодействия, взаимодействия с полем и взаимодействия электронов с фононами. Неприводимые собственно-энергетические части одночастичной фононной функции Грина в случае электрон-фононного взаимодействия и уравнение Дайсона для фононной функции Грина. Вершинная часть в диаграммах для одночастичных функций Грина при электрон-фононном взаимодействии.

#### **Тема 7. Уравнение движения для одночастичной электронной функции Грина и двухчастичная функция Грина**

Уравнение движения для одночастичной электронной функции Грина и его связь с многочастичной функцией Грина. Двухчастичная электронная функция Грина в случае двухчастичного электронного взаимодействия и ее диаграммное представление. Двухчастичная электронная функция Грина в случае электрон-фононного взаимодействия.

#### **Список литературы**

*Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е.* Методы квантовой теории поля в статистической физике. 1-е изд. М., 1962; 2-е изд. М., 1998.

*Киржниц Д. А.* Полевые методы теории многих частиц. М., 1963.

*Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Статистическая физика. Ч. 2, т. 9: Теория конденсированного состояния. М., 1978.

*Маттук Р.* Фейнмановские диаграммы в проблеме многих тел. М., 1969.

## **МЕТОД ФУНКЦИЙ ГРИНА В ТЕОРИИ КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ**

Общее количество часов (трудоемкость) – 14, в том числе лекций – 14.

Отчетность – зачет в 8-м семестре.

Профессиональная деятельность в современной теоретической физике конденсированного состояния подразумевает умение подготовленного специалиста-теоретика рассчитывать равновесные и неравновесные наблюдаемые величины, получаемые в ходе экспериментальных исследований. Одним из таких мощных методов расчета, позволяющих алгоритмизировать поиск необходимых решений, является формализм температурных функций Грина.

*Цель курса* – обучение студентов основам техники использования метода функций Грина и овладения первоначальными навыками расчетов в рамках этого метода.

#### **Тема 1. Температурные гриновские функции**

Мацубаровское представление операторов поля частиц и мацубаровские температурные функции Грина электронов и фононов.

Хронологическое упорядочение по мнимому времени  $it$ . Температурные мацубаровские функции Грина свободных ферми- и бозе-частиц и невзаимодействующих фононов в координатном пространстве.

#### **Тема 2. Теория возмущений для температурных функций Грина**

Представление взаимодействия для операторов поля частиц и мацубаровских функций Грина. Матрица  $\sigma$  как аналог  $S$ -матрицы полевых методов при нулевой температуре и ее свойства. Ряд теории возмущений для одночастичной мацубаровской функции Грина и теорема Вика для средних значений хронологического произведения операторов в мацубаровском представлении.

© М. В. Медведев, 2005

### Тема 3. Диаграммная техника

#### для температурных гриновских функций

Диаграммная техника для одночастичных электронных и фононных температурных функций Грина в координатном пространстве (примеры двухчастичного межэлектронного взаимодействия и электрон-фононного взаимодействия). Специфика диаграммной техники для температурных функций Грина в импульсном пространстве – суммирование по дискретным частотам. Температурные мацубаровские функции Грина невзаимодействующих ферми- и бозе-частиц и свободных фононов в импульсном пространстве. Примеры диаграмм для одночастичных функций Грина в случаях двухчастичного и электрон-фононного взаимодействий.

### Тема 4. Уравнение Дайсона для температурных функций Грина

Неприводимые собственно-энергетические части в температурных электронных и фононных функциях Грина. Диаграммные ряды для точных температурных функций Грина. Уравнения Дайсона для одночастичных температурных электронных и фононных функций Грина в координатном и импульсном пространствах.

### Тема 5. Временные гриновские функции при конечных температурах и их аналитические свойства

Определение временной одночастичной функции Грина при конечных температурах и ее спектральные представления. Опережающие и запаздывающие функции Грина при конечных температурах, их спектральные представления и дисперсионные соотношения. Спектральное представление температурной мацубаровской функции Грина. Построение временных температурных функций Грина методом аналитического продолжения температурной мацубаровской функции Грина.

### Тема 6. Техника суммирования в диаграммах по дискретным частотам.

### Тема 7. Ряд теории возмущений для термодинамического потенциала

Связанные и несвязанные петлевые диаграммы для термодинамического потенциала. Особенности суммирования связанных

диаграмм при вычислении поправок в ряду теории возмущений для термодинамического потенциала.

### Список литературы

*Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е.* Методы квантовой теории поля в статистической физике. 1-е изд. М., 1962; 2-е изд. М., 1998.

*Зубарев Д. Н.* Неравновесная статистическая термодинамика. М., 1971.

*Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Статистическая физика. Ч. 2, т. 9: Теория конденсированного состояния. М., 1978.

*Шриффер Дж.* Теория сверхпроводимости. М., 1970.

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ФИЗИКЕ

Общее количество часов (трудоемкость) – 28, в том числе лекций – 28.

Отчетность – зачет в 8-м семестре.

*Цель курса* – познакомить с современными методами решения задач линейной алгебры и привить студентам навыки эффективного решения задач путем выбора наилучших алгоритмов.

### Тема 1. Проблема собственных значений

Несимметричная проблема собственных значений. Итерационные методы для задач на собственные значения. Метод Рэлея – Ритца. Алгоритм Ланцоша. Алгоритм Арнольди для несимметричной проблемы.

### Тема 2. Дифференциальные модели и качественная теория динамических систем

Дифференциальные модели. Качественная теория динамических систем. Маятник с затуханием.

### Тема 3. Предельные циклы и автоколебания

Предельные циклы. Классификация предельных циклов. Автоколебания в физических системах.

© А. С. Овчинников, 2005

#### Тема 4. Синергетика

Самоорганизация и образование структур. Распределенные системы. Брюсселятор.

#### Тема 5. Фракталы

Размерность самоподобия. Размерность по Хаусдорфу – Безиковичу.

#### Тема 6. Хаос

Хаотическое поведение динамических систем. Дискретный аналог уравнения Ферхюльста. Универсальность Фейгенбаума. Другие отображения. Система уравнений Лоренца. Аттрактор Ресслера.

#### Тема 7. Теория перколяции

Критические показатели и масштабная инвариантность. Алгоритм Хошена – Копельмана.

#### Тема 8. Клеточные автоматы

Игра «Жизнь». Модель Винера – Розенблюта. Модель Ва-Тор.

#### Тема 9. Метод Монте-Карло

Модель Изинга. Алгоритм Метрополиса. Задача о коммивояжере. Распознавание образов.

#### Список литературы

- Биндер К.* Методы Монте-Карло в статистической физике. М., 1982.  
*Гулд Х., Тобочник Я.* Компьютерное моделирование в физике: В 2 ч. М., 1992.  
*Деммель Дж.* Вычислительная линейная алгебра: Теория и приложения. М., 2001.  
*Тарасевич Ю. Ю.* Математическое и компьютерное моделирование: Вводный курс. М., 2003.  
*Хеерман Д. В.* Методы компьютерного моделирования в теоретической физике. М., 1990.

## КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Общее количество часов (трудоемкость) – 36, в том числе лекций – 36.

Отчетность – экзамен в 9-м семестре.

**Цель курса** – обучить студентов основам квантовой теории поля и современной теории элементарных частиц, включая диаграммную технику Фейнмана, метод функциональных интегралов, теорию перенормировок и основные положения «стандартной модели».

#### Тема 1. Основные представления о структуре элементарных частиц и их взаимодействиях.

#### Тема 2. Лагранжев формализм, симметрии и калибровочные поля

Лагранжева механика частицы. Действительное скалярное поле. Теорема Нетер. Комплексное скалярное и электромагнитное поле. Поля Янга – Миллса. Геометрия калибровочных полей.

#### Тема 3. Каноническое квантование

Действительное поле Клейна – Гордона. Комплексное поле Клейна – Гордона. Поле Дирака. Электромагнитное поле.

#### Тема 4. Функциональные интегралы и квантовая механика

Формулировка квантовой механики на основе интегралов по траекториям. Теория возмущений, процессы рассеяния. Функциональное исчисление: некоторые общие свойства интегралов по траекториям.

#### Тема 5. Квантование полей методом функциональных интегралов и правила Фейнмана: скаляры, спиноры, электродинамика

Производящий функционал для скалярных полей. Функциональное интегрирование. Функции Грина свободных частиц. Производящий функционал для взаимодействующих полей. Произво-

дющий функционал для связных диаграмм. Оператор собственной энергии и вершинные функции. Функциональные интегралы для фермионов. Пропагаторы и калибровки в квантовой электродинамике.

#### Тема 6. Квантование с помощью функциональных интегралов: калибровочные поля

Неабелевы калибровочные поля и метод Фаддеева – Попова. Правила Фейнмана в ковариантных калибровках.

#### Тема 7. Спонтанное нарушение симметрии и модель Вайнберга – Салама

Спонтанное нарушение симметрии и теорема Голдстоуна. Калибровочные поля и эффект Хиггса. Единая теория слабых и электромагнитных взаимодействий (модель Вайнберга – Салама).

#### Тема 8. Перенормировка

Расходимости в теории. Размерная регуляризация в теории перенормировки. Группа перенормировок и асимптотические свойства теории поля. Асимптотическая свобода теории Янга – Миллса. Теория поля на решетке.

#### Тема 9. Функциональные интегралы и непертурбативные методы

Эффективный потенциал и петлевое разложение. Инстантоны в квантовой механике. Инстантоны и нестабильность вакуума.

#### Список литературы

- Окунь Л. Б. Физика элементарных частиц. М., 1986.  
Райдер Л. Квантовая теория поля. М., 1987.  
Рамон П. Теория поля. М., 1984.  
Хуанг К. Кварки, лептоны и калибровочные поля. М., 1985.  
Ченг Т. П., Ли Л. Ф. Калибровочные теории в физике элементарных частиц. М., 1987.

## ТЕОРИЯ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ

Общее количество часов (трудоемкость) – 54, в том числе лекций – 36, практических занятий – 18.

Отчетность – зачет в 9-м семестре (специалисты), экзамен в 9-м семестре (магистранты).

Сверхпроводимость – одно из наиболее сложных, интересных и актуальных явлений в физике твердого тела, вызвавшее к тому же широкий научный и общественный резонанс после открытия высокотемпературной сверхпроводимости в 1987 г. Поэтому невозможно говорить о современном уровне подготовки специалиста в области физики конденсированного состояния без его знакомства с явлением сверхпроводимости.

Изучение теории сверхпроводимости очень поучительно с научно-педагогической точки зрения, так как при разработке теории сверхпроводимости были использованы самые различные варианты теоретических подходов, начиная с феноменологических подходов в духе двухжидкостных моделей или теорий фазовых переходов второго рода и кончая современными микроскопическими построениями, основанными на использовании методов функций Грина.

*Цель курса* – с одной стороны, ознакомление студентов с набором основных физических фактов и представлений, накопленных современной наукой в ходе исследования явления сверхпроводимости в различных классах твердых тел; с другой стороны, развитие навыков в использовании различных теоретических методик к анализу сверхпроводящих явлений.

#### Тема 1. Основные физические свойства сверхпроводников

Критическая температура перехода и незатухающий постоянный ток. Подавление сверхпроводимости внешним магнитным полем. Эффект Мейсснера. Сверхпроводимость первого и второго рода. Тепловые свойства сверхпроводников: теплоемкость, теплопроводность. Изотопический эффект.

**Тема 2. Термодинамика сверхпроводящего перехода в массивном сверхпроводнике.**

**Тема 3. Лондоновская электродинамика сверхпроводимости и двухжидкостная модель.**

**Тема 4. Электромагнитные свойства сверхпроводников первого рода**

Длина когерентности и пиппардовская нелокальная связь между током и вектор-потенциалом. Промежуточное состояние сверхпроводника первого рода в сильном магнитном поле. Критический ток в проволоке из сверхпроводника первого рода, правило Силсби. Промежуточное состояние в проволоке с закритическим током.

**Тема 5. Теория Гинзбурга – Ландау**

Свободная энергия в теории Гинзбурга – Ландау (ГЛ). Дифференциальные уравнения ГЛ и их граничные условия. Две характерные длины в теории ГЛ: длина когерентности, глубина проникновения. Градиентная инвариантность уравнений ГЛ. Критический ток в тонкой пленке. Квантование магнитного потока. Тонкая пленка в продольном магнитном поле. Энергия границы раздела между нормальной и сверхпроводящей фазами. Границы применимости теории ГЛ.

**Тема 6. Электродинамика сверхпроводников второго рода**

Физическая картина смешанного состояния в сверхпроводнике второго рода. Второе критическое поле. Свойства изолированной вихревой нити. Свободная энергия изолированной нити и первое критическое поле. Взаимодействие вихрей и сила Лоренца. Критический ток в сверхпроводнике второго рода, модель критического состояния. Резистивное состояние сверхпроводников второго рода.

**Тема 7. Феномен Купера**

Куперовская модельная задача о двух взаимодействующих электронах на фоне фермиевского газа невзаимодействующих электронов. Энергия связанного состояния двух электронов и его волновая функция. Неустойчивость основного нормального состояния в случае притягивательного взаимодействия электронов.

**Тема 8. Косвенное взаимодействие электронов через фононы.**

**Тема 9. Теория Бардина – Купера – Шриффера (БКШ) при нулевой температуре**

Модель БКШ. Волновая функция основного состояния. Энергия основного состояния. Возбужденные состояния при  $T = 0$ , каноническое преобразование Боголюбова и щель при нулевой температуре.

**Тема 10. Модель БКШ при конечной температуре**

Приближение самосогласованного поля для гамильтониана БКШ. Временные корреляционные функции и их связь с двухвременными температурными функциями Грина. Самосогласованные уравнения для щели в методе двухвременных температурных функций Грина. Температурное поведение щели в области высоких и низких температур, критическая температура сверхпроводящего перехода. Термодинамика в модели БКШ – термодинамический потенциал, энтропия, скачок теплоемкости.

**Тема 11. Роль прямого кулоновского взаимодействия между электронами в металлах**

Самосогласованное уравнение для щели при учете кулоновского взаимодействия. Критическая температура перехода в модели двухступенчатой щели. Кулоновский псевдопотенциал и толмачевский логарифм. Влияние кулоновского псевдопотенциала на величину изотопического эффекта.

**Тема 12. Незатухающий ток и энергетическая щель**

Оценка плотности критического тока из условия устойчивости сверхпроводящего конденсата.

**Тема 13. Одночастичный туннельный эффект в сверхпроводниках.**

**Тема 14. Слабая сверхпроводимость**

Стационарный и нестационарный эффект Джозефсона. Джозефсоновские контакты в магнитном поле: зависимость плотности критического тока от внешнего магнитного поля для узкого



контакта, уравнения Феррела – Преинджа для разности фаз в протяженном контакте, глубина проникновения слабого магнитного поля. Первое критическое поле протяженного джозефсоновского контакта и джозефсоновские вихри. Двухконтактный СКВИД на постоянном токе.

### Список литературы

- Абрикосов А. А.* Основы теории металлов. М., 1987.  
*Жен П. де.* Сверхпроводимость металлов и сплавов. М., 1968.  
*Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Статистическая физика. Ч. 2, т. 9: Теория конденсированного состояния. М., 1978.  
*Тинкхам М.* Введение в сверхпроводимость. М., 1980.  
*Шмидт В. В.* Введение в физику сверхпроводников. М., 1982; 2000.  
*Шриффер Дж.* Теория сверхпроводимости. М., 1970.

## ПОЛЕВЫЕ МЕТОДЫ В ТЕОРИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА. ДИАГРАММАТИКА

Общее количество часов (трудоемкость) – 54, в том числе лекций – 36, практических занятий – 18.

Отчетность – зачет в 9-м семестре.

Курс основан на детальном рассмотрении полевыми методами целого ряда конкретных задач электронной теории твердого тела (электрон-электронное и электрон-фононное взаимодействие, микроскопическая теория ферми-жидкости, электроны в неупорядоченных системах, сверхпроводимость, переходы металл – диэлектрик и т. д.). При этом большое внимание уделяется именно практическим приемам вычислений, используемым при решении этих задач, которые плохо отражены в существующей учебной и монографической литературе. Кроме того, достаточно подробно рассматриваются и качественные (физические) аспекты рассматриваемых задач, которые еще сравнительно недавно были (а частично и остаются) предметом специальных исследований.

© М. В. Садовский, 2005

**Цель курса** – обучить студентов методам практических вычислений в современной теории конденсированного состояния, основанным на суммировании бесконечных рядов фейнмановских диаграмм.

### Тема 1. Электрон-электронное взаимодействие

Правила диаграммной техники. Электронный газ с кулоновским взаимодействием. Поляризационный оператор для газа свободных электронов. Диэлектрическая проницаемость электронного газа. Собственно энергетическая часть, эффективная масса и затухание квазичастиц. Эффект Рудермана – Киттеля. Линейный отклик. Микроскопические основы теории ферми-жидкости. Взаимодействие квазичастиц в ферми-жидкости. Нефермижидкостное поведение.

### Тема 2. Электрон-фононное взаимодействие

Правила диаграммной техники. Собственно энергетическая часть электрона. Теорема Мигдала. Собственно энергетическая часть и спектр фонона. Плазменная модель металла.

### Тема 3. Электроны в неупорядоченных системах

Диаграммная техника для рассеяния на «примесях». Одноэлектронная функция Грина. Модель Келдыша. Проводимость и двухчастичная функция Грина. Уравнение Бете – Солпитера, понятия «диффузон» и «куперон».

Квантовые поправки, самосогласованная теория и переход Андерсона. Роль электрон-электронного взаимодействия.

### Тема 4. Сверхпроводимость

Феномен Купера. Уравнения Горькова. Сверхпроводимость в неупорядоченном металле. Разложение Гинзбурга – Ландау.

### Тема 5. Электронные неустойчивости

#### и фазовые переходы металл – диэлектрик

Пайерлсовский переход. Псевдощель. CDW и SDW в многомерных системах. Экситонный изолятор. Сильно коррелированные системы.

## Список литературы

- Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. М., 1963; 1998.
- Боголюбов Н. Н. Квазисредние в задачах статистической механики // Избр. тр. Т. 3. М., 1971. Препринт ОИЯИ Р-1451 (1963).
- Левитов Л. С., Шитов А. В. Функции Грина (в задачах и примерах). М., 2003.
- Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Статистическая физика. Ч. 2. М., 1978.
- Маттук Р. Фейнмановские диаграммы в проблеме многих тел. М., 1969.
- Мигдал А. Б. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М., 1983.
- Проблема высокотемпературной сверхпроводимости / Под ред. В. Л. Гинзбурга и Д. А. Киржница. М., 1977.
- Шриффер Дж. Теория сверхпроводимости. М., 1970.
- Altshuler B. L., Aronov A. G. Electron-Electron Interaction in Disordered Conductors // Electron-Electron Interactions in Disordered Systems / Ed. by A. L. Efros, M. Pollak. Elsevier, 1985.
- Khomsikii D. I. Quantum Theory of Solids (Lecture Notes) / Univ. of Groningen. Groningen, 1999.
- Mahan G. D. Many – Particle Physics. N. Y., 1981.
- Mattuck R. D. Quantum Theory of Phase Transitions in Fermi Systems // Adv. Phys. 17, 509 (1968).
- Nozieres P. Theory of Interacting Fermi Systems, N. Y., 1964.
- Sadovskii M. V. Superconductivity and Localization. Singapore, 2000.

## ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Общее количество часов (трудоемкость) – 36, в том числе лекций – 36. Отчетность – зачет в 9-м семестре.

**Цель курса** – ознакомить студентов с основными понятиями, уравнениями и методами общей теории относительности.

### Тема 1. Введение.

© А. В. Урсулов, 2005

### Тема 2. Физические основы общей теории относительности (ОТО)

Классическая теория гравитации. Равенство инертной и гравитационной масс. Принцип эквивалентности. Геометризация гравитации. Общий принцип относительности.

### Тема 3. Элементы математического аппарата ОТО

Ковариантные и контравариантные тензоры. Строгая теорема частного. Ковариантное дифференцирование. Связность. Тензор кручения. Локально геодезическая система координат. Параллельный перенос. Геодезические линии. Тензор кривизны. Метрический тензор. Псевдориманово пространство. Свойства определителя метрического тензора. Элемент объема и объем в псевдоримановом пространстве. Тензорные плотности. Касательное пространство. Согласование метрики со связностью. Соприкасающееся пространство.

### Тема 4. Движение частиц и распространение света в гравитационном поле

Уравнение движения частиц. Импульс. Уравнение Гамильтона – Якоби. Условие сохранения компонент импульса. Ньютоновское приближение. Распространение лучей света в гравитационном поле. Уравнение эйконала. Замедление хода часов и смещение спектральных линий в постоянном гравитационном поле.

### Тема 5. Уравнение гравитационного поля

Принцип наименьшего действия. Действие для гравитационного поля. Действие для материи. Тензор энергии-импульса. Уравнения гравитационного поля. Космологическая постоянная. Нерелятивистский предел.

### Тема 6. Основные эффекты ОТО

Центрально-симметричное гравитационное поле. Решение Шварцшильда. Движение частицы в центрально-симметричном гравитационном поле. Вращение планетарных орбит. Распространение лучей света в центрально-симметричном гравитационном

поле. Гравитационная линза. Гравитационный коллапс. Черные дыры. Гравитационные волны. Космология.

#### Тема 7. Альтернативные теории гравитации.

##### Список литературы

*Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т.* Современная геометрия. М., 1979.

*Зельманов А. Л., Агаков В. Г.* Элементы общей теории относительности. М., 1989.

*Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. М., 1988.

*Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж.* Гравитация. Т. 1–3. М., 1977.

*Рашиевский П. К.* Риманова геометрия и тензорный анализ. М., 1967.

*Фок В. А.* Теория пространства, времени и тяготения. М., 1961.

## ПРОГРАММА ФАКУЛЬТАТИВНЫХ СПЕЦИАЛЬНЫХ КУРСОВ

### ТЕОРИЯ ОБОБЩЕННЫХ ФУНКЦИЙ

Общее количество часов (трудоемкость) – 36, в том числе лекций – 36.

Обобщенные функции (ОФ) составляют фундамент современных методов в математической физике. Они находят широкое применение в квантовой механике и электродинамике, при решении задачи Коши и т. д.

**Цель курса** – ознакомить студентов с теорией ОФ, ее важнейшими применениями, обосновать свойства ОФ, которые используются в различных разделах теоретической физики, дать строгий вывод формул, которые обычно используются физиками на интуитивном уровне.

#### Темы

Исторические замечания. Физические и математические идеи, мотивирующие необходимость введения понятия ОФ. Пространства основных и обобщенных функций. ОФ-линейный непрерывный функционал. Регулярные и сингулярные ОФ. Носители основных и обобщенных функций.

Действия с ОФ. Линейная замена переменных. Умножение на бесконечно дифференцируемую функцию. Дифференцирование ОФ.

Свойства дельта-функции Дирака. Формулы Сохоцкого. Формула суммирования Пуассона.

Фундаментальные решения (ФР) дифференциальных операторов. ФР обыкновенных ДУ с постоянными коэффициентами. ФР операторов Лапласа, Гельмгольца, Даламбера, теплопроводности.

Свертка ОФ. Определение. Условие существования. Свойство свертки ОФ.

Постановка обобщенной задачи Коши для волнового уравнения. Решение обобщенной задачи и классической задачи Коши. Физическая интерпретация решений.

Постановка обобщенной задачи Коши для уравнения теплопроводности. Решение обобщенной задачи и классической задачи Коши. Физическая интерпретация решения.

Преобразования Фурье ОФ. ОФ медленного роста. Свойства преобразования Фурье основных и обобщенных функций. Преобразование Фурье свертки. Построение ФР методом преобразования Фурье.

### Список литературы

*Владимиров В. С., Жорин В. В.* Уравнения математической физики. М., 2000.

*Владимиров В. С.* Обобщенные функции в математической физике. М., 1974.

*Шварц Л.* Математические методы для физических наук. М., 1965.

## ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН

Общее количество часов (трудоемкость) – 36, в том числе лекций – 36.

**Цель курса** – ознакомить студентов с основными понятиями, уравнениями и методами теории нелинейных волн в диспергирующих и диссипативных средах.

### Тема 1. Введение

Основные понятия теории волн.

### Тема 2. Нелинейные волны

#### в диспергирующих и диссипативных средах

Временная эволюция нелинейного возмущения (на примере уравнения с гидродинамической нелинейностью). Простые волны. Опрокидывание. Градиентная катастрофа. Метод характеристик.

© А. В. Урсулов, 2005

Ударные волны в средах без диссипации. Обобщенные решения. Разрывы. Формула Гюгонио – Ренкина. Геометрический способ построения разрывов.

Нелинейные волны в диссипативных средах. Уравнение Бюргера. Решения в виде стационарных ударных волн. Подстановка Коула – Хопфа. Задача Коши.

Нелинейные волны в диспергирующих средах. Уравнение Уизема. Исследование линеаризованного уравнения. Метод стационарной фазы.

Интегралы движения уравнения Уизема. Полиномиальные и кинематические интегралы движения.

Решения уравнения Уизема в виде уединенных бегущих волн. Предельная амплитуда волны. Заострение гребня волны.

Уравнение Кортевега – де Вриза (КДВ). Связь КДВ с уравнением Уизема. Каноническая форма КДВ.

Интегралы движения уравнения Кортевега – де Вриза. Преобразование Гарднера – Миуры.

Стационарные решения КДВ. Эллиптические функции. Кноидальные волны. Солитоны.

Механическая аналогия для КДВ. Общие свойства солитонов.

### Тема 2. Солитоны в атомных цепочках

Вариационный формализм для одномерных распределенных систем. Вариационная производная. Уравнения Лагранжа и Гамильтона для одномерных распределенных систем.

Ангармоническая атомная цепочка. Уравнение Буссинеска. Солитонные решения. Кинк.

Нелинейное уравнение Клейна – Гордона. Модель  $u^4$ . Динамические и топологические солитоны.

### Список литературы

*Бхатнагар П.* Нелинейные волны в одномерных дисперсных системах. М., 1983

*Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П.* Теория волн. М., 1990.

*Габов С. А.* Введение в теорию нелинейных волн. М., 1988.

*Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж. и др.* Солитоны и нелинейные волновые уравнения. М., 1988.

Заславский Г. М., Сагдеев Р. З. Введение в нелинейную физику. М., 1988.  
Карпман В. И. Нелинейные волны в диспергирующих средах. М., 1983.  
Косевич А. М., Ковалев А. С. Введение в нелинейную физическую механику. Киев, 1979.

Рабинович М. И., Трубецков Д. И. Введение в теорию колебаний и волн. М., 1992.

Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М., 1977.

## ТЕОРИЯ КРИТИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

Общее количество часов (трудоемкость) – 36, в том числе лекций – 36.

**Цель курса** – ознакомить студентов с основными понятиями теории критических явлений и методами ренормализационной группы.

### Темы

Феноменологическое описание фазовых переходов второго рода. Теория среднего поля Ландау. Критические точки, параметры порядка. Термодинамические свойства и критические показатели. Флуктуации параметра порядка. Параметр  $\eta$ . Теория среднего поля.

Преобразование Каданова. Блочные гамильтонианы. Классические модели ячеечных гамильтонианов. Модель Изинга на треугольной решетке.

Вильсоновская ренормализационная группа, неподвижные точки, критические поверхности, критические индексы. Определение ренормализационной группы. Неподвижная точка и ее окрестность. Топология преобразований ренормализационной группы. Поведение  $R_s$  при больших  $s$  и критические показатели. Случай нескольких неподвижных точек. Области и универсальность.

Эпсилон( $\epsilon$ )-разложение теории  $\phi^4$ . Вычисление критических показателей с помощью фейнмановских диаграмм.

© А. С. Овчинников, 2005

Универсальные отношения и скейлинговые функции. Сингулярности скейлинговых функций. Гипотеза подобия. Корреляционная длина. Масштабное преобразование и анализ размерностей.

Ренормализационная группа в реальном пространстве. Блочные преобразования, прореживание, приближение Мигдала – Каданова. Определение РГ для дискретных спинов. Особенности квантовых гамильтонианов. Численное исследование двумерных гайзенберговских систем в рамках РГ-подхода.

Топологические дефекты в XY-модели. Вихри в XY-модели. Пространство параметра порядка и топология. Вихри и спиновая жесткость. Переход Костерлица – Таулесса (КТ). Рекурсивные РГ-соотношения для перехода КТ. Интегрирование рекурсионных соотношений. Модель Вилана и решеточного кулоновского газа.

### Список литературы

Вильсон К., Когут Дж. Ренормализационная группа и эпсилон-разложение. М., 1975.

Доценко В. С. // УФН. 1995. Т. 165. С. 481–528.

Ма Ш. Современная теория критических явлений. М., 1980.

Паташинский А. З., Покровский В. Л. Флуктуационная теория фазовых переходов. М., 1982.

Chaikin P. M., Lubensky T. C. Principles of condensed matter physics. Cambridge, 1995.

Kosterlitz J. M. // J. Phys. 1974. 1046. P. 7.

## СПИНОВЫЕ МОДЕЛИ В ТЕОРИИ КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

Общее количество часов (трудоемкость) – 36, в том числе лекций 36.

**Цель курса** – дать детальное описание спиновых и псевдоспиновых гамильтонианов типа Гейзенберга и Изинга и соответству-

© А. С. Москвин, 2005

ющих моделей, широко используемых в различных разделах теории конденсированного состояния.

### Темы

1. Элементы теории свободного атома,  $SL$ - и  $SLJ$ -связь.
2. Метод эквивалентных операторов. Псевдоспиновые операторы.
3. Эффективные гамильтонианы взаимодействия атомов в кристаллах. Гамильтониан кристаллического поля для  $3d$ - и  $4f$ -ионов. Обменное взаимодействие и спин-гамильтониан Гейзенберга. Одно- и двухионная анизотропия. Антисимметричный обмен Дзялошинского – Мория. Биквадратичный обмен.
4.  $XYZ$ -,  $XU$ - и  $XU$ -модели.
5. Квантовое и классическое описание спин-систем. Приближение молекулярного поля. (Псевдо)спиновые волны.
6. Топологические дефекты в (псевдо)спиновых системах. Плоские и неплоские вихри, скирмионы. Доменные границы.
7. Особенности  $s = 1/2$  и  $S = 1$  спиновых систем.
8. Двухкомпонентные спиновые модели. Синглет-триплетная модель.
9. Псевдоспиновое описание классического решеточного газа.
10. Модель Изинга и бинарные сплавы типа  $A_{1-x}B_x$ .
11. Модель Изинга в сегнетоэлектриках типа «порядок/беспорядок».
12. Псевдоспиновый формализм для систем со смешанной валентностью.
13. Квантовый решеточный газ Бозе.
14. Псевдоспиновые модели описания кооперативных эффектов в биологических системах.
15. Спиновые модели нейронных сетей.

## МЕТОД НЕПРИВОДИМЫХ ТЕНЗОРНЫХ ОПЕРАТОРОВ В ТЕОРИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Общее количество часов (трудоемкость) – 36, в том числе лекций – 36.

*Цель курса* – дать более детальное и полное (по сравнению с основным курсом теории групп) описание группы трехмерных вращений и точечных групп, углубить знакомство с аппаратом неприводимых тензорных операторов, на примерах свободного атома и атома в сильном кристаллическом поле познакомить с теорией генеалогических коэффициентов.

### Тема 1. Группа трехмерных вращений

Сферические гармоники.  $D$ -функции Вигнера. Коэффициенты Клебша – Гордана.  $6j$ -символы.  $9j$ -символы. Неприводимые тензорные операторы. Матричные элементы неприводимых тензорных операторов. Теорема Вигнера – Экарта. Суммы произведений коэффициентов Вигнера. Диаграммная техника.

### Тема 2. Метод неприводимых тензорных операторов группы вращений

Тензорные свойства операторов вторичного квантования. Многоэлектронные волновые функции. Генеалогические коэффициенты. Матричные элементы симметричных операторов. Операторы аддитивного типа в представлении вторичного квантования.

### Тема 3. Точечные группы

Построение базисных функций неприводимых представлений.  $D^{\Gamma}$ -матрицы точечной группы. Коэффициенты Клебша – Гордана.  $6\Gamma$ - и  $9\Gamma$ -символы точечных групп. Неприводимые тензорные операторы точечной группы. Теорема Вигнера – Экарта для точечной  $SR$ -группы.

© А. С. Москвин, И. Г. Бострем, 2005

#### Тема 4. Метод неприводимых тензорных операторов точечных групп

Операторы вторичного квантования. Генеалогические коэффициенты точечных групп. Эквивалентные электроны. Генеалогические коэффициенты точечных групп для конфигурации с несколькими оболочками. Расчет матричных элементов двойных неприводимых тензорных операторов (случай двух подоболочек). Матричные элементы бесспинового оператора. Спин-орбитальное взаимодействие в сильном кристаллическом поле. Сверхобменное взаимодействие.

#### Список литературы

*Батарунас И. В., Левинсон И. Б.* О коэффициентах Клебша – Гордана точечных групп // Тр. АН Лит. ССР. Сер. Б. Вып. 2(22). Вильнюс, 1960. С. 15–23.

*Варшалович Д. А., Москалев А. Н., Херсонский В. К.* Квантовая теория углового момента. Л., 1975.

*Джадд Б.* Вторичное квантование и атомная спектроскопия. М., 1970.

*Леушин А. М.* Таблицы функций, преобразующихся по неприводимым представлениям кристаллографических точечных групп. М., 1968.

*Мауза Э. В., Шатино Б. И., Батарунас И. В.* Генеалогические коэффициенты точечных групп // Лит. физ. сб. Вып. 1. Вильнюс, 1961. С. 3005.

*Москвин А. С., Бострем И. Г.* Метод неприводимых тензорных операторов точечных групп: Учеб. пособие. Екатеринбург, 1998.

*Сидоров А. А.* Теория обменного взаимодействия слабоделокализованных многоэлектронных систем: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Свердловск, 1974.

*Собельман И. И.* Введение в теорию атомных спектров. М., 1963.

*Эль-Баз Э., Кастель Б.* Графические методы алгебры спинов. М., 1974.

#### ЭФФЕКТ ЯНА – ТЕЛЛЕРА. ВИБРОННЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В МОЛЕКУЛАХ И КРИСТАЛЛАХ

Общее количество часов (трудоемкость) – 36, в том числе лекций – 36.

Курс посвящен теории вибронных взаимодействий в молекулярных системах и кристаллах. Под вибронными эффектами понимаются явления, обусловленные смешиванием электронных состояний ядерными смещениями, и при их описании необходимо отказаться от отдельного описания движения электронов и ядер.

**Цель курса** – рассмотреть различные схемы адиабатического приближения, теорему Яна – Теллера, основные вибронные задачи и методы их решения, проявления особенностей вибронных систем в спектроскопии и магнитном резонансе, кооперативный эффект Яна – Теллера и его проявления.

#### Темы

1. Адиабатическое приближение. Критерии адиабатичности системы. Приближение Борна – Оппенгеймера.

2. Операторы неадиабатичности и геометрическая фаза.

3. Точечные группы симметрии и теорема Вигнера – Экарта – Костера. Вибронный гамильтониан. Теорема Яна – Теллера и теорема Реннера. Симметрия основного вибронного состояния. Основные линейные вибронные гамильтонианы.

4. Адиабатические потенциалы ян-теллеровских систем. Орбитальный дублет:  $E-e$ -задача и  $E-b_1-b_2$ -задача. Метод Опики – Прайса. Качественное рассмотрение влияния давления и внешних полей на вибронную систему.

5. Слабая вибронная связь. Теория возмущений для вибронного гамильтониана.

6. Сильная вибронная связь.  $E-e$ -задача: свободное вращение деформаций. Полуцелые значения орбитального момента вибронной системы и геометрическая фаза. Учет квадратичных членов

вибронного гамильтониана и заторможенное вращение деформаций. Вариационный метод обобщенного сдвига.

7. Псевдоантеллеровские системы. Одномерная псевдоантеллеровская  $GU$ -задача. Туннельное расщепление.

8. Численное решение вибронных уравнений.

9. Факторы вибронной редукции физических величин. Многомодовый эффект Яна – Теллера.

10. Спектроскопические проявления вибронных эффектов: форма оптических полос электронно-колебательных переходов с участием вырожденных электронных термов, расщепление бесфононных линий оптического поглощения.

11. Проявления эффекта Яна – Теллера в спектрах магнитного резонанса.

12. Кооперативный эффект Яна – Теллера. Упорядочение искажений в кристаллах. Орбитальное упорядочение в кристаллах.

13. Псевдоантеллеровский механизм спонтанной поляризации. Вибронная теория сегнетоэлектричества.

### Список литературы

*Берсукер И. Б., Полингер В. З.* Вибронные взаимодействия в молекулах и кристаллах. М., 1983.

*Кугель К. И., Хомский Д. И.* Эффект Яна – Теллера и магнетизм // УФН. 1982. Т. 136, вып. 4. С. 621–664.

*Лонге-Хиггинс Г.* Современные достижения теории энергетических уровней молекул // УФН. 1964. Т. 83, вып. 1. С. 137–170.

*Перлин Ю. Е., Цукерблат Б. С.* Эффекты электронно-колебательного взаимодействия в оптических спектрах примесных парамагнитных ионов. Кишинев, 1974.

*Gehring G. A., Gehring K. A.* Co-operative Jahn-Teller effects // Rep. Prog. Phys. 1975. Vol. 38. P. 1.

## ФИЗИЧЕСКИЕ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Общее количество часов (трудоемкость) – 36, в том числе лекций – 36.

*Цель курса* – ознакомить студентов с современными нейросетевыми технологиями решения различных прикладных задач. Показать возможности использования методов теории неупорядоченных сред для моделирования процессов в нейронных сетях.

### Темы

1. Искусственные нейронные сети. Введение. Искусственный нейрон.

2. Однослойные нейронные сети.

3. Обучение сети. Обучение с учителем. Обучение без учителя. Алгоритм Хейбба.

4. Пространство признаков. Проблема информативности признаков. Ультраматрица. Математическая постановка задачи классификации. Решающая функция.

5. Перцептрон. Линейная делимость.

6. Преодоление линейной делимости. Двухслойные нейронные сети. Трехслойная сеть.

7. Процедура обратного распространения.

8. Подстройка весов скрытого слоя.

9. Обучение порогов.

10. Стохастические методы обучения.

11. Сеть Кохонена.

12. Распознавание правил.

13. Сеть Хопфилда. Устойчивость сети Хопфилда.

14. Ассоциативная память.

### Список литературы

*Уоссермен Ф.* Нейрокомпьютерная техника. М., 1992.

Итоги науки и техники. М., 1990. (Сер. Физические и математические модели нейронных сетей).

© Е. В. Сеницын, 2005



## ФИЗИЧЕСКОЕ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ БИОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Общее количество часов (трудоемкость) – 36, в том числе лекций – 36.

*Цель курса* – дать описание физических и математических моделей, широко используемых в биофизике клетки и математической физиологии.

### Темы

1. Введение в биофизику сложных систем.
2. Общие принципы описания поведения биологических систем.
3. Простейшие модели биологических процессов.
4. Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии.
5. Качественные методы исследования типичных систем дифференциальных уравнений.
6. Типы динамического поведения биологических систем.
7. Вероятностные модели в биофизике.
8. Линейная и нелинейная термодинамика биологических процессов.
9. Элементы молекулярной биофизики.
10. Модели молекулярной динамики белков.
11. Электронные свойства биополимеров.
12. Электронно-конформационные модели белков.
13. Моделирование электрических и механических процессов в сердце.
14. Ионные каналы и динамика ионов в сердечной клетке.
15. Псевдоспиновые модели описания кооперативных эффектов в биологических системах.
16. Спиновые модели нейронных сетей.

## НИЗКОТЕМПЕРАТУРНЫЕ КВАНТОВЫЕ ОСЦИЛЛЯЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ В МЕТАЛЛАХ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Общее количество часов (трудоемкость) – 36, в том числе лекций – 36.

*Цель курса* – более детально и полно (по сравнению с основным курсом теории твердого тела) ознакомить с магнитными свойствами электронной жидкости нормальных металлов, в частности с эффектом де Гааза – ван Альфена и родственными эффектами; продемонстрировать возможности этих эффектов для получения информации об электронной системе металлов; обучить методике теоретического рассмотрения квантовых осцилляционных явлений.

### Тема 1. Магнитная восприимчивость электронного газа в слабом магнитном поле

Парамагнетизм Паули: спиновый и магнитный моменты электрона; парамагнитная восприимчивость Паули вырожденного электронного газа. Диамагнетизм Ландау: электрон в магнитном поле; квантование орбитального движения; диамагнитная восприимчивость вырожденного электронного газа.

Сложный закон дисперсии носителей заряда в реальных твердых телах и его проявление в магнитной восприимчивости в слабом поле.

Межэлектронное взаимодействие в металлах и его описание в модели вырожденной электронной жидкости. Влияние межэлектронного взаимодействия на парамагнитную и диамагнитную восприимчивости.

### Тема 2. Квантовые осцилляции намагниченности и магнитной восприимчивости при низких температурах в магнитном поле (эффект де Гааза – ван Альфена)

Намагниченность и магнитная восприимчивость электронного газа, в квантующем магнитном поле. Методика расчета кванто-

вых осцилляций. Характер осцилляций при относительно высоких температурах и при предельно низких температурах.

Спиновое расщепление энергетических уровней и его влияние на квантовые осцилляции.

Квантовые осцилляции в случае сложного закона дисперсии. Восстановление формы поверхности Ферми с помощью эффекта де Гааза – ван Альфена.

Температурная зависимость амплитуды осцилляций и определение эффективных масс носителей заряда. Влияние столкновений электронов на квантовые осцилляции. Зависимость амплитуды осцилляций от магнитного поля и определение времени релаксации.

Влияние зависимости химического потенциала от магнитного поля на квантовые осцилляции магнитной восприимчивости.

Низкотемпературные квантовые осцилляции.

### **Тема 3. Квантовые осцилляции других термодинамических характеристик металлов**

Квантовые осцилляции температуры адиабатически изолированного образца (магнитотермические осцилляции). Квантовые осцилляции химического потенциала. Квантовая магнитострикция.

Возможность наблюдения осцилляций химического потенциала и квантовой магнитострикции по току перезарядки конденсатора из исследуемых образцов. Квантовые осцилляции коэффициента теплового расширения и теплоемкости.

### **Тема 4. Неустойчивости намагниченности (эффект Шенберга)**

Условие устойчивости намагниченности и его нарушение в пиках квантовых осцилляций (эффект Шенберга). Низкотемпературные неустойчивости намагниченности в сильном магнитном поле. Квантовые осцилляции различных величин в условиях эффекта Шенберга.

### **Тема 5. Влияние межэлектронного взаимодействия на магнитные квантовые осцилляции**

Статистическая термодинамика электронной жидкости металлов в квантующем магнитном поле.

Влияние межэлектронного взаимодействия на квантовые осцилляции термодинамических характеристик электронной жидкости металлов:

- эффект де Гааза – ван Альфена;
- магнитотермические осцилляции;
- магнитострикция;
- модуль упругости;
- коэффициент теплового расширения;
- химический потенциал.

Новые низкотемпературные неустойчивости намагниченности, обусловленные межэлектронным взаимодействием.

### **Список литературы**

- Абрикосов А. А.* Основы электронной теории металлов. М., 1987.  
*Ашкрофт Н., Мермин Н.* Физика твердого тела. Т. 1–2. М., 1979.  
*Крэкнелл Ф., Уонг К.* Поверхность Ферми. М., 1978.  
*Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Статистическая физика. М., 1976.  
*Лифшиц И. М., Каганов М. И., Азбель М. Я.* Электронная теория металлов. М., 1971.  
*Лифшиц И. М., Косевич А. М.* К теории эффекта де Гааза – ван Альфена для частиц с произвольным законом дисперсии // Тр. ДАН СССР. 1954. Т. 96, вып. 5. С. 963–966.  
*Окулов В. И., Памятных Е. А.* Низкотемпературные магнитные квантовые осцилляции в металлах. Екатеринбург, 2004.  
*Питтсд А.* Металлические электроны в магнитном поле // Физика металлов. Ч. 1. Электроны / Под ред. Дж. Займана. М., 1972. С. 173–184.  
*Шенберг Д.* Магнитные осцилляции в металлах. М., 1986.

## **ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОННОЙ ЖИДКОСТИ МЕТАЛЛОВ**

Общее количество часов (трудоемкость) – 36, в том числе лекций – 36.

*Цель курса* – более детально и полно (по сравнению с основным курсом теории твердого тела) ознакомить с ферми-жидкостным описанием электронной системы металлов и явлениями, в которых проявляется межэлектронное взаимодействие; обучить мето-

дике теоретического рассмотрения термодинамических и кинетических характеристик нормальной и заряженной ферми-жидкостей и различных физических явлений в них.

### Тема 1. **Нормальная ферми-жидкость**

Невзаимодействующий ферми-газ. Элементарные возбуждения. Квазичастицы. Основные положения теории ферми-жидкости.

Равновесные свойства: сжимаемость; спиновая восприимчивость. Неравновесные свойства: коллективные возбуждения; нулевой звук; затухание Ландау; спиновые волны.

### Тема 2. **Заряженная электронная жидкость металлов**

Экранирование в заряженных системах. Плазменные колебания. Кинетическое уравнение для заряженной электронной жидкости. Спиновые волны в нормальных металлах.

### Тема 3. **Диэлектрический формализм**

#### **для описания электронной системы**

Функция диэлектрической реакции. Экранирование. Плазменные колебания. Электрон-фононное взаимодействие. Самосогласованное описание связанных электрон-фононных систем.

### Тема 4. **Микроскопическое описание ферми-жидкости**

Приближение Хартри – Фока. Приближение хаотических фаз. Обобщенное приближение хаотических фаз. Связь функции взаимодействия квазичастиц с амплитудой рассеяния.

### Тема 5. **Электронная жидкость металлов**

#### **в квантующем магнитном поле**

Электронная жидкость с квантованным энергетическим спектром электронов. Коллективные возбуждения в электронной жидкости в квантующем магнитном поле. Эффект де Гааза – ван Альфена и родственные эффекты в электронной жидкости.

### Тема 6. **Ферромагнитная ферми-жидкость**

Основные положения теории ферромагнитной ферми-жидкости. Уравнение для энергии спинового расщепления. Условие ферромагнетизма. Спиновые волны в ферромагнитной ферми-жидкости.

## **Список литературы**

- Абрикосов А. А.* Основы электронной теории металлов. М., 1987.
- Бычков Ю. А., Горьков Л. П.* Квантовые осцилляции термодинамических величин для металла в магнитном поле в модели ферми-жидкости // ЖЭТФ. Т. 41, вып. 5. С. 1592–1605.
- Зырянова Н. П., Окулов В. И., Силин В. П.* Волны в квантовой плазме металла // Проблемы физики твердого тела: Сб. Свердловск, 1975. С. 38–86.
- Кондратьев А. С., Кучма А. Е.* Лекции по теории квантовых жидкостей. Л., 1989.
- Кондратьев А. С., Уздин В. М.* Электронная жидкость магнитоупорядоченных кристаллов. Л., 1988.
- Ландау Л. Д.* Теория ферми-жидкости // ЖЭТФ. 1956. Т. 30, вып. 6. С. 1053–1064.
- Ландау Л. Д.* Колебания ферми-жидкости // ЖЭТФ. 1957. Т. 32. С. 59.
- Ландау Л. Д.* К теории ферми-жидкости // ЖЭТФ. 1958. Т. 35. С. 97.
- Ландау Л. Д., Лифшиц И. М.* Статистическая физика. М., 1976.
- Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Статистическая физика. Ч. 2. Теория конденсированного состояния. М., 1978. С. 448.
- Лифшиц И. М., Каганов М. И., Азбель М. Я.* Электронная теория металлов. М., 1971.
- Мигдал А. Б.* Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М., 1965.
- Окулов В. И., Памятных Е. А.* Низкотемпературные магнитные квантовые осцилляции в металлах. Екатеринбург, 2004.
- Окулов В. И., Памятных Е. А.* Орбитальная магнитная восприимчивость электронной жидкости металла и аномалии ее температурной зависимости // ФММ. 1990. Т. 90, вып. 8. С. 5–13.
- Пайнс Д.* Элементарные возбуждения в твердых телах. М., 1965.
- Пайнс Д., Нозьер Ф.* Теория квантовых жидкостей. М., 1967.
- Платцман Ф., Вольф П.* Волны и взаимодействия в плазме твердого тела. М., 1975.
- Силин В. П.* Спиновые волны в неферромагнитных металлах // Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В. Спиновые волны. М., 1967.
- Уайт Р. М.* Квантовая теория магнетизма. М., 1972.
- Okulov V. I., Pamyatnykh E. A.* On the quantum theory of spin waves in an electron liquid // Phys. st. sol. 1973. Vol. 60, nr 2. P. 771–782.

## ТЕМЫ КУРСОВЫХ И ДИПЛОМНЫХ РАБОТ

### Кафедра теоретической физики

1. Топологические дефекты в одно- и двумерных квантовых системах. Руководитель проф. А. С. Москвин.
2. Теория электронно-дырочной бозе-жидкости. Руководитель проф. А. С. Москвин.
3. Теория сильнокоррелированных систем и природа высокотемпературной сверхпроводимости. Руководитель проф. А. С. Москвин.
4. Теория оптических и магнитных свойств сильнокоррелированных оксидов на основе  $3d$ -элементов. Руководитель проф. А. С. Москвин.
5. Физическое и математическое моделирование сердечной клетки. Руководитель проф. А. С. Москвин, доц. О. Э. Соловьева.
6. Электронно-конформационная теория ионных каналов в сердечной клетке. Руководитель проф. А. С. Москвин.
7. Металлы и полупроводники в сильном магнитном поле при низких температурах. Квантовые осцилляционные явления. Руководитель проф. Е. А. Памятных.
8. Эффект Яна – Теллера. Руководитель доц. Ю. Д. Панов.
9. Магнитная симметрия. Руководитель доц. А. В. Кузнецов.
10. Случайные блуждания и электропроводность. Руководитель доц. А. В. Кузнецов.
11. Нелинейные возбуждения в атомных цепочках. Руководитель доц. А. В. Урсулов.
12. Теория  $RVB$ -состояний. Руководитель доц. А. С. Овчинников.
13. Расчет коэффициентов Клебша – Гордана методом решения задачи на собственные значения. Руководитель доц. И. Г. Бострем.
14. Групповой анализ ДУ. Руководитель доц. Р. Ф. Егоров.
15. Расчет колебательных спектров диселенидов титана. Руководитель асс. И. Л. Аввакумов.

### Институт электрофизики УрО РАН (лаборатория теоретической физики, тел. 267-87-86)

1. Точно решаемые модели псевдощелевого состояния. Руководитель академик М. В. Садовский.
2. Фазовый переход металл – диэлектрик в неупорядоченных системах и теория квантовых критических явлений. Руководитель академик М. В. Садовский.
3. Фазовые переходы и квантовое поведение в гранулярных магнетиках. Руководитель докт. физ.-мат. наук М. В. Медведев.
4. Сверхпроводимость в псевдощелевом состоянии. Руководитель канд. физ.-мат. наук Э. З. Кучинский.

### Институт физики металлов УрО РАН (филиал кафедры теоретической физики Уральского университета, тел. 374-52-53. Окулов Всеволод Игоревич, E-mail: okulov@imp.uran.ru)

1. Фотонные кристаллы. Руководитель докт. физ.-мат. наук В. В. Гребенников.
2. Компьютерные расчеты магнитной анизотропии редкоземельных металлов. Руководитель проф. Ю. П. Ирхин.
3. Обменные взаимодействия в мультислойных пленках. Руководитель проф. Ю. П. Ирхин.
4. Магнетизм многослойных металлических пленок. Компьютерное моделирование магнитной структуры. Руководитель канд. физ.-мат. наук Н. С. Ярцева.
5. Теоретические проблемы физики железо-никелевых инваров: учет динамических спиновых флуктуаций, расчет температурных зависимостей магнитных свойств. Руководитель канд. физ.-мат. наук Б. И. Резер.
6. Теоретическое исследование новых типов солитонов и интегрируемых моделей в магнитных и упругих системах. Руководитель проф. А. Б. Борисов.
7. Проводимость и магнетизм при резонансном рассеянии электронов в полупроводниках. Эффект де Гааза – ван Альфена в двумерных системах. Руководители проф. Е. А. Памятных и докт. физ.-мат. наук В. И. Окулов.

Кафедра физики магнитных явлений  
(тел. 261-68-23)

1. Анализ поведения «свободного» спирального динамического магнитного домена. Руководители проф. Г. С. Кандаурова, доц. М. Н. Мальцев.

2. Моделирование «пучков» полосовых динамических магнитных доменов. Руководители проф. Г. С. Кандаурова, доц. М. Н. Мальцев.

Образец оформления титульной страницы  
курсовой, дипломной, выпускной работ

---

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. А. М. ГОРЬКОГО  
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

## ТЕОРИЯ АКУСТИЧЕСКОЙ МОДЫ В УЗКОЙ ЗОНЕ

**Курсовая работа**  
**студента 3-го курса**  
И. И. Иванова

**Допустить к защите:**  
Заведующий кафедрой  
докт. физ.-мат. наук, профессор  
А. С. Москвин

**Научный руководитель**  
канд. физ.-мат. наук, доцент  
С. С. Сидоров

Екатеринбург  
2005

---

## СОДЕРЖАНИЕ

ОТ СОСТАВИТЕЛЯ .....	3
УЧЕБНЫЕ ПЛАНЫ .....	4
ОБЩАЯ СТРУКТУРА ОБЯЗАТЕЛЬНЫХ И ФАКУЛЬТАТИВНЫХ СПЕЦКУРСОВ .....	6
ПРОГРАММА ОБЯЗАТЕЛЬНЫХ СПЕЦИАЛЬНЫХ КУРСОВ .....	8
Методы теории групп в физике .....	8
Подготовка научных публикаций и презентаций .....	10
Механика сплошных сред .....	11
Введение в физику твердого тела .....	13
Симметрия уравнений математической физики .....	17
Теория твердого тела .....	19
Часть 1. Динамика кристаллической решетки .....	19
Часть 2. Металлы .....	21
Спецлаборатория по теории твердого тела .....	23
Часть 1. Свойства кристаллов .....	23
Часть 2. Электронные свойства .....	28
Квантовая теория магнетизма .....	45
Теория солитонов (метод обратной задачи рассеяния) .....	48
Физическая кинетика .....	50
Полевые методы в теории твердого тела .....	52
Метод функций Грина в теории конденсированного состояния .....	55
Компьютерное моделирование в физике .....	57
Квантовая теория поля и элементарных частиц .....	59
Теория сверхпроводимости .....	61
Полевые методы в теории твердого тела. Диаграмматика .....	64
Общая теория относительности .....	66
ПРОГРАММА ФАКУЛЬТАТИВНЫХ СПЕЦИАЛЬНЫХ КУРСОВ .....	69
Теория обобщенных функций .....	69
Введение в теорию нелинейных волн .....	70
Теория критических явлений .....	72
Спиновые модели в теории конденсированного состояния .....	73
Метод неприводимых тензорных операторов в теории твердого тела .....	75
Эффект Яна – Теллера. Вибронные взаимодействия в молекулах и кристаллах .....	77
Физические и математические модели нейронных сетей .....	79
Физическое и математическое моделирование сложных биологических систем .....	80
Низкотемпературные квантовые осцилляционные явления в металлах в магнитном поле .....	81
Теория электронной жидкости металлов .....	83
<i>Темы курсовых и дипломных работ .....</i>	<i>86</i>
<i>Образец оформления титульной страницы курсовой, дипломной, выпускной работ ...</i>	<i>89</i>

Учебное издание

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Учебные материалы по специализации  
для студентов 3–6-х курсов физического факультета

Составитель  
Бострем Ирина Геннадьевна

Под общей редакцией А. С. Москвина

Редактор и корректор      Р. Н. Кислых  
Компьютерная верстка      Н. В. Комардина

Оригинал-макет подготовлен  
редакционно-издательским отделом университета

Темплан 2005 г., поз. 25. Подписано в печать 24.11.2005.  
Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага офсетная. Гарнитура Times.  
Уч.-изд. л. 4,77. Усл. печ. л. 5,35. Тираж 100 экз. Заказ

Издательство Уральского университета. 620083, Екатеринбург, пр. Ленина, 51.

Отпечатано в ИПЦ «Издательство УрГУ». 620083, Екатеринбург, ул. Тургенева, 4.