

верхний предел критической силы ограничивается антисимметричной формой потери устойчивости (с расчетной длиной ветви, равной половине высоты опоры). Шпренгельные затяжки следует устанавливать с предварительным напряжением и с таким расчетом, чтобы после приложения к опоре полной расчетной нагрузки остаточные напряжения в затяжках были не меньше 10...15 МПа.

## УРАВНЕНИЕ ИЗГИБА ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛАСТИН ПЕРЕМЕННОЙ ЖЁСТКОСТИ

*проф. В.И.АНДРЕЕВ, М.Л.ЛЕВИНА*

Московский государственный строительный университет

В работе приводится вывод дифференциального уравнения изгиба прямоугольных пластин переменной жесткости с учетом строгого выполнения граничных условий на торцевых (лицевых) поверхностях пластинки. Рассматривается тонкая прямоугольная пластина, толщина ( $2h$ ) и механические характеристики которой ( $E, \nu$ ) в общем случае являются функциями от  $x$  и  $y$ .

Предполагается, что пластинка симметрична относительно срединной плоскости, при этом к верхней поверхности приложена распределенная нагрузка  $q(x,y)$ , а нижняя поверхность свободна от нагрузки.

Для напряжений  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  справедливы классические соотношения [1]:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot (\epsilon_x + \nu\epsilon_y) = -\frac{E_z}{1-\nu^2} \cdot \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot (\epsilon_y + \nu\epsilon_x) = -\frac{E_z}{1-\nu^2} \cdot \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (2)$$

$$\tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} = -\frac{E_z}{1+\nu} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (3)$$

Для определения касательных напряжений  $\tau_{xz}$  и  $\tau_{yz}$  можно использовать дифференциальные уравнения равновесия Навье без учета объемных сил. Например, для  $\tau_{xz}$  имеем:

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = -\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}$$

Подставив в это уравнение выражения для напряжений  $\sigma_x$  и  $\tau_{xy}$  из (1), (3) и производя замену

$$A = \frac{3D}{2h^3} = \frac{E}{1-\nu^2}, \text{ получим:}$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = z \cdot B_1 \quad (4)$$

$$\text{где: } B_1 = \frac{\partial A}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial A}{\partial y} (1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + A \left( \frac{\partial \nabla^2 w}{\partial x} + \frac{\partial \nu}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial \nu}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (5)$$

Интегрируя (4), приходим к равенству:

$$\tau_{xz} = B_1 \frac{z^2}{2} + f_1(x,y) \quad (6)$$

Произвольную функцию  $f_1(x,y)$  можно найти из граничных условий на торцевых поверхностях:

$$\text{При } z = -h \quad p_{xv} = 0 \quad p_{yv} = 0; \quad p_{zv} = q(x,y) \quad (7)$$

$$\text{При } z = h \quad p_{xv} = 0 \quad p_{yv} = 0; \quad p_{zv} = 0 \quad (8)$$

Здесь  $p_{xv}, p_{yv}, p_{zv}$  – составляющие внешней поверхностной нагрузки, связанные с напряжениями формулами:

$$\begin{aligned} p_{xv} &= \sigma_x l + \tau_{xy} m + \tau_{xz} n \\ p_{yv} &= \tau_{xy} l + \sigma_y m + \tau_{yz} n \\ p_{zv} &= \tau_{xz} l + \tau_{yz} m + \sigma_z n \end{aligned}$$

Учитывая симметрию пластинки относительно срединной плоскости, введем обозначения направляющих косинусов на верхней и нижней поверхностях пластины:

$$z = -h \quad l_1 = l \quad m_1 = m \quad n_1 = n; \quad (10)$$

$$z = h \quad l_2 = l \quad m_2 = m \quad n_2 = -n; \quad (11)$$

Подставляя в первые равенства (7) и (8) соответствующие формулы для напряжений, с учетом (9) (10) и (11) получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} Ah \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \cdot l + Ah(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \cdot m + \left( \frac{B_1 h^2}{2} + f_1(x, y) \right) \cdot n &= 0 \\ -Ah \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \cdot l - Ah(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \cdot m - \left( \frac{B_1 h^2}{2} + f_1(x, y) \right) \cdot n &= 0 \end{aligned}$$

Вычитая одно равенство из другого, определяем неизвестную функцию  $f_1(x, y)$  и, подставляя ее в (6), найдем:

$$\tau_{xz} = \frac{B_1}{2}(z^2 - h^2) + C_1 \quad (12)$$

$$\text{где } C_1 = -A \frac{hl}{n} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - A \frac{hm}{n} (1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (13)$$

Аналогично можно найти напряжение  $\tau_{yz}$  из второго дифференциального уравнения равновесия:

$$\tau_{yz} = \frac{B_2}{2}(z^2 - h^2) + C_2 \quad (14)$$

где

$$B_2 = \frac{\partial A}{\partial y} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial A}{\partial x} (1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + A \left( \frac{\partial \nabla^2 w}{\partial y} + \frac{\partial \nu}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \nu}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (15)$$

$$C_2 = -A \frac{hm}{n} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - A \frac{hl}{n} (1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (16)$$

Для определения  $\sigma_z$  используем третье дифференциальное уравнение равновесия:

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = -\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}$$

Подставляя в это уравнение формулы (12) и (14), найдем:

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial B_1}{\partial x} + \frac{\partial B_2}{\partial y} \right) (z^2 - h^2) - D \quad (17)$$

$$\text{где } D = -B_1 h \frac{\partial h}{\partial x} - B_2 h \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial C_1}{\partial x} + \frac{\partial C_2}{\partial y} \quad (18)$$

Интегрируя (17), приходим к равенству:

$$\sigma_z = z \left[ \left( \frac{h^2}{2} - \frac{z^2}{6} \right) \left( \frac{\partial B_1}{\partial x} + \frac{\partial B_2}{\partial y} \right) - D \right] + f_2(x, y) \quad (19)$$

Подставляя (12), (14) и (19) в третьи уравнения (7) и (8) с учетом (9) — (11), получим систему уравнений:

$$C_1 \cdot l + C_2 \cdot m - \frac{h^3}{3} \left( \frac{\partial B_1}{\partial x} + \frac{\partial B_2}{\partial y} \right) \cdot n + hD \cdot n + f_2(x, y) \cdot n = q(x, y)$$

$$C_1 \cdot l + C_2 \cdot m - \frac{h^3}{3} \left( \frac{\partial B_1}{\partial x} + \frac{\partial B_2}{\partial y} \right) \cdot n + hD \cdot n - f_2(x, y) \cdot n = 0$$

Складывая эти равенства, приходим к дифференциальному уравнению, описывающему изгиб тонких пластин переменной жесткости:

$$2C_1 \cdot l + 2C_2 \cdot m - \frac{2h^3}{3} \left( \frac{\partial B_1}{\partial x} + \frac{\partial B_2}{\partial y} \right) \cdot n + 2hD \cdot n = q(x, y)$$

Полученное уравнение существенно отличается от приведенного в [1] уравнения для пластин переменной толщины, которое было выведено без учета выполнения граничных условий на торцевых поверхностях пластинки.

#### Библиографический список

1. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. - М.: Гос. изд-во физико-математической литературы, 1963. - 635 с.

### ИССЛЕДОВАНИЯ ПРЕДЕЛА ОГНЕСТОЙКОСТИ СТЕНОВОГО ОГРАЖДЕНИЯ ЗДАНИЯ ИЗ ПЕНОПОЛИСТИРОЛЬНЫХ БЛОКОВ

*проф. Ф.Ф.ТАМПЛОН, инж. Н.А.БРАГИНА*

Уральский государственный технический университет

В настоящее время в мировой строительной практике и, в частности, в Германии [1] (система ISORAST) и Франции [2,3] (фирмами "ISBA", "Termatube" и "Keps Ets PATURLE" [2,3] появились здания из пенополистирольных блоков. Первые здания типа коттеджей с применением этих блоков и с использованием зарубежного опыта возведены и в России акционерным обществом "АВИСМА-ТЕРМОДОМ" (г.Березники) и НПП "Наука" (г.Екатеринбург).

Здания из пенополистирольных блоков обладают очень высокими теплотехническими свойствами (стены и покрытия имеют сопротивление теплопередачи от 3 до 6 м<sup>2</sup>·°С/Вт, нетрудоемкие в монтаже и изготовлении, долговечные и экологически чистые.

В условиях необходимости экономии энергетических ресурсов строительство таких зданий является одним из основных направлений технического прогресса в 2000-е годы.

Стеновые блоки, например, системы ISORAST, имеют размеры 750 (1250) x 250x250 (312,5) (рис.) и выполняют функции опалубки при строительстве и утеплителя при эксплуатации.

Однако применению этой системы в нашей стране препятствует недостаточная изученность огнестойкости и следовательно области ее применения в соответствии с отечественными строительными нормами /СНиП 21-01-97 "Пожарная безопасность зданий и сооружений".

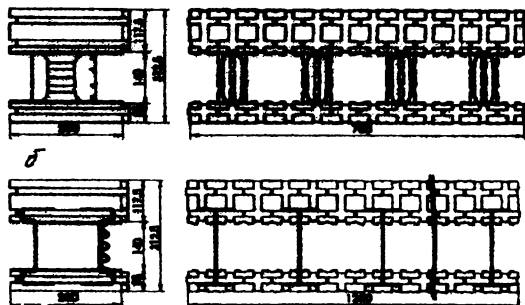


Рис. Полистирольные стеновые блоки системы ISORAST с перемычками: а - из пенопласта, б - из стали

Исследования предела огнестойкости стенового ограждения здания из пенополистирольных блоков выполнены с использованием результатов наиболее фундаментальных исследований огнестойкости строительных конструкций, выполненных д.т.н. А.И.Яковлевым [4]. Кроме того, использованы работы М.Я.Ройтмана, Н.И.Зенкова, А.Ф.Милованова, И.Г.Романенко и В.Н.Зигерн-Корна. Температурный режим при огневом воздействии при-