

Рощева Татьяна Анатольевна, канд. физ.-мат. наук, доцент  
Уральский федеральный университет  
им. первого Президента России Б.Н. Ельцина  
Доцент кафедры теоретической механики  
tatyana.rosheva@mail.ru  
г. Екатеринбург, Россия

Митюшов Евгений Александрович, д-р физ.-мат. наук, профессор  
Уральский федеральный университет  
им. первого Президента России Б.Н. Ельцина  
Профессор кафедры теоретической механики  
mityushov-e@mail.ru  
г. Екатеринбург, Россия

Берестова Светлана Александровна, д-р физ.-мат. наук, доцент  
Уральский федеральный университет  
им. первого Президента России Б.Н. Ельцина  
Завкафедрой теоретической механики  
s.a.berestova@urfu.ru  
г. Екатеринбург, Россия

Мисюра Наталья Евгеньевна  
Уральский федеральный университет  
им. первого Президента России Б.Н. Ельцина  
Старший преподаватель кафедры теоретической механики  
n\_misura@mail.ru  
г. Екатеринбург, Россия

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ – ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ТАКТИКА ОБЩЕИНЖЕНЕРНОЙ ПОДГОТОВКИ**

**Аннотация:** При всеобщем сокращении времени на изложение лекционного материала необходимо повышать информативную емкость лекционного материала. Проблема современного образования в определении побудительных мотивов к более активной самостоятельной работе студентов. Ведь от активности слушателей напрямую зависит усвояемость лекционного материала. В качестве современного подхода к образовательному процессу предлагаем студентам рождающееся на их глазах и при их участии маленькое открытие. На примере раскрытия секрета патента Стевана Дивника, Now how «Spiral Wishing Well» показано сюжетное развитие лекций по теоретической механике. Контрольно-оценочные процедуры показали увеличение процента сохранения информации в долговременной памяти. Включение в лекцию демонстраций реальных объектов позволяет формировать у студентов так называемое подвижное мышление. Подбор и структурирование учебного материала такого рода требуют широкого кругозора и готовности преподавателей. Необходимость быстрого ориентирования во все возрастающих потоках информации требуется не только обучающимся, но и обучающим.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, верификация моделей, базовое инженерное образование.

Любые образовательные стратегии в качестве одной из основных форм передачи учебной информации рассматривают лекцию, коэффициент полезного действия которой прямо пропорционален активности слушателей. Устойчивая

тенденция сокращения учебных часов заставляют увеличивать информативную емкость лекционного материала. Независимо от содержательного наполнения лекции ее материалы, как правило, завершаются примерами использования предлагаемой системы теоретических положений и знаний. Это может быть разбор решения задачи, некоторый вычислительный алгоритм, который студенты затем должны механически наполнить индивидуальными данными. А если предложить студентам рождающееся на их глазах и при их участии маленькое открытие? Это, безусловно, послужит закреплению теоретической части курса и станет побудительным мотивом к более активной самостоятельной работе.

Специализированные аудитории вуза, оснащенные компьютерной техникой и доступом в Интернет, позволяют предлагать слушателям не только готовые модели. Как показывает опыт преподавателей кафедры теоретической механики Уральского федерального университета большой интерес аудитории вызывают лекционные примеры, непосредственно в процессе лекций моделирующие реальные процессы и явления. Завораживающие движения монет в *Spiral Wishing Well* [1], изображенной на рисунке 1, и диска Эйлера [2], изображенного на рисунке 2, несмотря на сложность их полного математического описания, при некоторых допущениях и внимательном рассмотрении основных эффектов доступны объяснению и не специалистам. В обоих движениях удивляет их длительность при постоянно увеличивающейся скорости, и мгновенная остановка диска во втором примере при занятии им горизонтального положения.

Опыт и интуиция наблюдателя, основной источник математического моделирования, подсказывают, что характерное движение монет в воронке будет присуще и шарикам, если ими заменить монеты, а также материальным точкам, движущимся по гладкой поверхности той же формы. Именно форма воронки определяет движение тел, о которой, несмотря на пространные рассуждения и графики, ни на сайте изобретателя Стевана Дивника [3], ни в его патенте (рис. 3) ничего не говорится – это *Now how!*



Рис. 1. Spiral Wishing Well



Рис. 2. Диск Эйлера

Попытки описать форму воронки сводятся к экспериментальным методам, либо к подборам некоей функции, приблизительно описывающей форму воронки.

Определившись с физической моделью (в дальнейшем рассматриваем движение материальной точки по гладкой поверхности), построим математическую модель ее движения для определения формы воронки. То есть найдем такую поверхность вращения, двигаясь по которой с постоянной заданной скоростью, материальная точка во все время движения оставалась бы на одном уровне. В реальном аттракционе скорость монете сообщается путем ее запуска со специальной разгонной площадке – пандуса, а диссипативные силы, которыми пренебрегаем, приводят к медленному вертикальному движению монеты.

Рассматривая движение материальной точки на поверхности вращения в цилиндрической системе координат, ось  $Oz$  которой вертикальна, запишем уравнения ее движения в проекциях на естественные оси

$$m \frac{dv_\tau}{dt} = 0, \quad m \frac{v_\tau^2}{r} = N \sin \theta, \quad 0 = N \cos \theta - mg.$$

Откуда  $v_0^2 = r g \operatorname{tg} \theta$ , где  $N$  – нормальная реакция гладкой поверхности,  $\theta$  – угол между направлением реакции и осью  $Oz$ . Так как  $\operatorname{tg} \theta = dz/dr$ , то уравнение образующей поверхности вращения находится путем интегрирования следующего уравнения:  $\frac{v_0^2 dr}{r} = g dz$ . Откуда  $z = \frac{v_0^2}{g} \ln \frac{r}{r_B}$ .

**United States Patent** [19]

**Divnick**

[11] **Patent Number: Des. 289,218**

[45] **Date of Patent: \*\* Apr. 7, 1987**

- [54] **COIN COLLECTOR**
- [75] **Inventor:** Stevan M. Divnick, Spring Valley, Ohio
- [73] **Assignee:** Divnick International, Inc., Spring Valley, Ohio
- [\*\*] **Term:** 14 Years
- [21] **Appl. No.:** 821,300
- [22] **Filed:** Jan. 22, 1986
- [52] **U.S. Cl. ....** D99/34; D21/8; D99/35
- [58] **Field of Search ....** D99/34, 28, 35, 99, D99/43, 36-42; D21/8, 12, 240; 273/120 R, 126 R, 129 Q; 232/4 R, 9, 12, 7, 1 D, 55; 446/8, 10, 11, 168; 133/3 A, 3 C

- [56] **References Cited**
- U.S. PATENT DOCUMENTS**
- |            |         |          |       |         |
|------------|---------|----------|-------|---------|
| D. 233,057 | 10/1974 | Irvine   | ..... | D21/8   |
| D. 238,891 | 2/1976  | Smith    | ..... | D21/12  |
| 269,195    | 12/1882 | Golding  | ..... | 232/7   |
| 433,736    | 8/1890  | Lockwood | ..... | 446/8   |
| 3,092,928  | 6/1963  | Geiser   | ..... | 446/168 |

3,559,990 2/1971 Philpot ..... 273/120 X

**FOREIGN PATENT DOCUMENTS**

1137884 10/1962 Fed. Rep. of Germany ..... 133/3 A  
 2507963 8/1975 Fed. Rep. of Germany ..... 133/3 A  
 64495 2/1942 Norway ..... 232/1 D

*Primary Examiner*—Winifred E. Herrmann  
*Attorney, Agent, or Firm*—Biebel, French & Nauman

[57] **CLAIM**

The ornamental design for a coin collector, as shown and described.

**DESCRIPTION**

FIG. 1 is a perspective view as seen from the top, front and right side of a coin collector showing my new design;  
 FIG. 2 is a top plan view thereof;  
 FIG. 3 is a front elevational view thereof;  
 FIG. 4 is a cross-sectional view taken along line 4—4 in FIG. 2; and  
 FIGS. 5 and 6 are elevational views taken from the right and left sides, respectively, of FIG. 3, and fragmented to omit the lower part of the base for convenience of illustration.

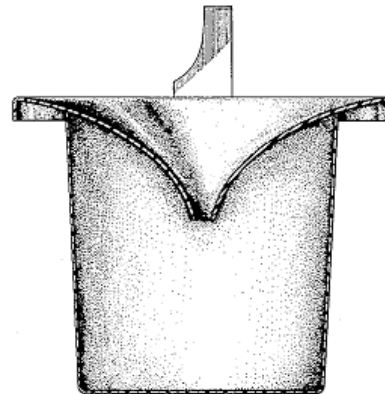
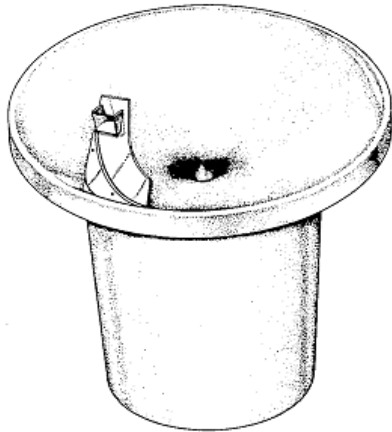


Рис. 3. Выдержка из патента Стевана Дивника

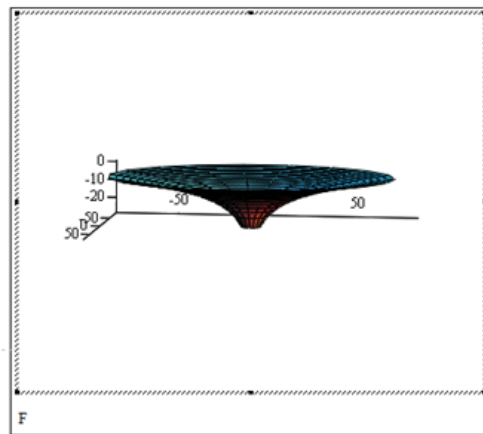
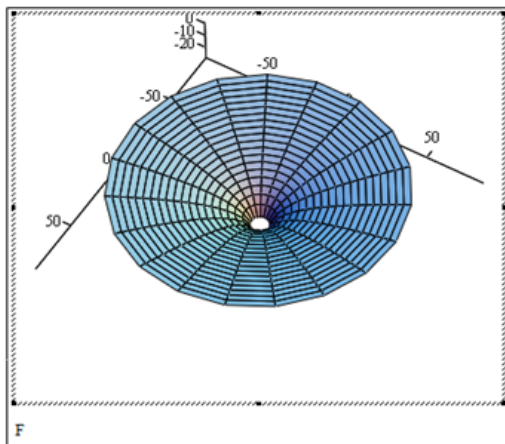


Рис. 4. 3D-модель воронки Spiral Wishing Well, выполненная студентом Уральского федерального университета в пакете MathCAD

Параметрами математической модели воронки являются начальная скорость, определяемая высотой пандуса, максимальный радиус воронки  $r_0$  и радиус выходного  $r_B$  отверстия, который связан с высотой воронки  $h$  соотношением:

$$h = \frac{v_0^2}{g} \ln \frac{r_0}{r_B}. \text{ Подобные примеры подталкивают студентов к действию (рис. 4).}$$

Сравним полученную форму образующей воронки с приведенной в Интернете [4] формулой Keith Mirenberg  $y = -1/|x|$ . Как видно из рисунка 5 форма, полученная в данной работе, более точно отражает форму воронки из патента.

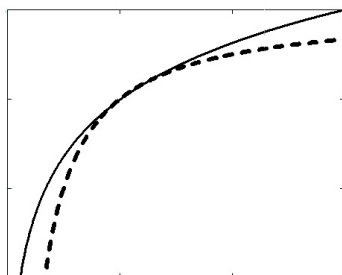


Рис. 5. Пунктиром изображена образующая по формуле Keith Mirenberg, сплошная линия – по формуле, полученной в работе

Движение тяжелой точки по заданной поверхности вращения рассматривалась П. Аппелем [5], но требуемая из условий движения форма поверхности не определялась.

Как показали контрольно-оценочные процедуры, такая подача лекционного материала увеличивает процент сохранения информации в долговременной памяти. Действительно, при восприятии таких примеров включаются все виды памяти – зрительная, слуховая, логическая и даже, быть может, эмоциональная. Кроме того, включение в лекцию рассмотренных демонстраций позволяют формировать у студентов так называемое подвижное мышление.

Естественно, подбор и структурирование учебного материала такого рода требуют широкого кругозора и готовности к новизне от преподавателей. Необходимость быстрого ориентирования во все возрастающих потоках информации требуется не только обучающимся, но и обучающим.

### Библиографический список

1. [http://www.youtube.com/watch?feature=player\\_embedded&v=rfNpjrPTYzU#](http://www.youtube.com/watch?feature=player_embedded&v=rfNpjrPTYzU#).

2. <https://www.youtube.com/watch?v=ug2bKCG4gZY>.
3. <http://www.spiralwishingwells.com>.
4. <http://www.spiralwishingwells.com/guide/physics.html>.
5. Аппель, П. Теоретическая механика / П. Аппель. – Т.І. – М. : Изд-во ФМ, 1960. – 515 с.

Roshcheva Tatyana Anatolievna,  
 candidate of physics and mathematics, associate professor  
 Ural Federal University  
 named after the first President of Russia B.N. Yeltsin  
 Associate professor of Department of Theoretical Mechanics  
 tatyana.rosheva@mail.ru  
 Ekaterinburg, Russia

Mityushov Evgenii Alexandrovich,  
 doctor of physics and mathematics, professor  
 Ural Federal University  
 named after the first President of Russia B.N. Yeltsin  
 Professor of Department of Theoretical Mechanics  
 mityushov-e@mail.ru  
 Ekaterinburg, Russia

Berestova Svetlana Alexandrovna,  
 doctor of physics and mathematics, associate professor  
 Ural Federal University  
 named after the first President of Russia B.N. Yeltsin  
 Head of Department of Theoretical Mechanics  
 s.a.berestova@urfu.ru  
 Ekaterinburg, Russia

Misyura Natalya Evgenievna  
 Ural Federal University  
 named after the first President of Russia B.N. Yeltsin  
 Senior Lecturer of Department of Theoretical Mechanics  
 n\_misura@mail.ru  
 Ekaterinburg, Russia

## **MATHEMATICAL MODELING OF REAL PROCESSES AS THE EDUCATIONAL TACTICS FOR GENERAL ENGINEERING TRAINING**

**Abstract:** Assimilation of lecture material depends on the activity of the audience. How to encourage students for active independent work? As a modern approach to education we offer students to make a small discovery that is born with their participation. Real objects are demonstrated in the lectures. It is shown the plot development of the lectures on theoretical mechanics. As an example, the authors revealed the secret of the Stevan Divnic’s patent “Spiral Wishing Well”. The control showed the retention of information in long term memory. Moving the thinking of students is formed in this approach. Teachers must possess the necessary skill of selecting and structuring the learning material of this kind. This requires a broad Outlook. Students and teachers must quickly navigate the flow of information.

**Keywords:** mathematical modeling, verification of models, basic engineering education