назначения. Отдельного изучения требуют вопросы, связанные с возможностью наиболее полного раскрытия динамических свойств системы в аспекте внутреннего развития понятийного аппарата языка когнитивного агента.

ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАКОНЫ КОНТРАПОЗИЦИИ ВЕКТОРНЫХ БИНАРНЫХ ОПЕРАЦИЙ «ИМПЛИКАЦИЯ» И «КОРРЕКЦИЯ»

В. О. Лобовиков

доктор философских наук, профессор кафедры онтологии и теории познания Департамента философии Института социальных и политических наук Уральского федерального университета имени первого Президента России Б. Н. Ельцина, г. Екатеринбург

> And yet the question: *What is the «proper» meaning of «implies»*? – remains peculiarly difficult.
> C. I. Lewis «A Survey of Symbolic logic»[176]

1. Материальная импликация, следование и релевантная логика

В течение длительного времени *векторный* характер некоторых величин в теоретической физике не осознавался и в строгие определения понятий и точные формулировки законов физики не включался (в явной форме), хотя часто неявно подразумевался.

Аналогичное положение, по моему мнению, имеет место в логике вообще и в отношении бинарных операций «импликация» (материальная импликация) и «коррекция» в особенности. Коррекцией в классической символической логике иногда называется бинарная логическая операция, являющаяся математически двойственной по отношению к импликации (материальной), и в настоящей статье слово «коррекция» используется именно в таком значении. На языке символической логики определение коррекции можно дать следующим образом.

$$(C \Leftarrow B) \equiv (C \supset B)^* \equiv \neg(\neg C \supset \neg B) \equiv (\neg C \,\&\, B).$$

Здесь: С, В, А суть логические формулы; символы $\Leftarrow$, $\supset$, $\neg$, & обозначают логические операции «коррекция», «импликация (материальная)», «отрицание», «конъюнкция», соответственно; символ $\equiv$ обозначает логическую равносильность формул; а А* – формула, математически двойственная формуле А.

[176] Lewis C. I. A Survey of Symbolic logic. Berkeley: University of California Press, 1918. P. 325.

В естественном языке коррекция ($C \Leftarrow B$) представлена выражением «не С, а В». Именно такое выражение часто используют для представления в естественном языке *исправления* (чего) А на (что) В, поэтому, название «коррекция» в отношении к операции ($C \Leftarrow B$), на мой взгляд, вполне естественно.

В профессиональной среде философов и особенно логиков общеизвестно, что со времен античной древности и средних веков классическая бинарная операция «импликация» (называемая иногда «материальной импликацией») рассматривалась как парадоксальная. Имелась в виду очевидная странность точного определения (истинностно-функционального) смысла импликации с помощью следующей истинностной таблицы.

Таблица 1.

«Импликация» и «коррекция» в классической алгебре логики

C	B	$C \supset B$	$C \Leftarrow B$
и	и	и	л
и	л	л	л
л	и	и	и
л	л	и	л

Парадоксами (материальной) импликации в этой таблице являются две нижние строки. Если согласиться с адекватностью (точностью) определения смысла логического следования вышеприведенной истинностной таблицей, то необходимо будет согласиться также и с истинностью следующих двух высказываний.

(1) Если 2+2=33, то ректор Массачуссетского технологического института – опоссум.

(2) Если ректор Массачуссетского технологического института – опоссум, то 2+2=4.

Очень многим эти высказывания могут показаться, бесспорно, неадекватными – оскорбительными, смешными, ложными, но вопреки этому, факт, что вышеприведенная табличная дефиниция импликации – необходимый элемент классической логической культуры человечества – классической теории следования. Ситуация очень странная, и такая ситуация существует уже не одно тысячелетие.

В таком случае вполне естественно ожидать, что, вероятно, в истории человечества вообще и его логико-философской культуры в особенности, были неоднократные попытки дать следованию такую более адекватную (более точную) дефиницию, которая не сводит весь смысл следования к ценностно-функциональному смыслу классической (материальной) импликации. Да, естественно, так и было. Такого рода попыток было много, начиная с античности (Диодор Кронос), и они были самыми разными (Льюис[177]; Льюис и Лэнгфорд[178]; Андерсон[179]; Белнап[180]; Войшвилло[181]; Данн[182]; Зайцев[183]; Марес[184]; Муйер[185]; Раутлей[186]; Рестэл[187]; Сидоренко[188];

---

[177] Там же.

[178] Lewis C. I. and Langford C. H. Symbolic logic New York, London: The Century Co, 1932. 503 p.

[179] Anderson A. R. Some Nasty Problems in the Formal Logic of Ethics. Nous, 1967. Vol. 1. Pp. 354–360; Anderson A. R., Belnap N. D. Entailment: The logic of relevance and necessity. Vol. 1. Princeton, N. J.: Princeton University Press, 1976. 578 p.; Anderson A. R., Belnap N. D., and Dunn, J. M. Entailment: The logic of relevance and necessity. Vol. 2, Princeton, N. J.: Princeton University Press, 1992. 615 p.

[180] Там же.

[181] Войшвилло Е. К. Философско-методологические аспекты релевантной логики. М.: Изд-во МГУ, 1988. 139 с.; Войшвилло Е. К. Символическая логика (классическая и релевантная). Философско-методологические аспекты. М.: Высшая школа, 1989. 150 с.

[182] Anderson A. R., Belnap N. D., and Dunn J. M. Entailment: The logic of relevance and necessity. Vol. 2. Princeton N. J.: Princeton University Press, 1992. 615 p.; Dunn J. M. «Relevance Logic and Entailment» // F. Guenthner and D. Gabbay (Eds.) Handbook of Philosophical Logic. Vol. 3. Dordrecht: Reidel, 1986. Pp. 117–124.

[183] Зайцев Д. В. Теория релевантного следования I: Аксиоматика // Логические исследования. 1998. Вып. 5. С. 119–128; Зайцев Д. В. Теория релевантного следования II: Семантика // Логические исследования. 1999. Вып.6. С. 109–115; Зайцев Д. В. Теория релевантного следования III: Семантика // Логические исследования. 2001. Вып. 8. С. 38–50; Зайцев Д. В. Обобщенная релевантная логика и модели рассуждений. М.: Креативная экономика, 2010. 312 с; Зайцев Д. В., Сидоренко Е. А. Релевантная логика // Новая философская энциклопедия. М.: Мысль, 2001. С. 434–435.

[184] Mares E. D. Relevant Logic and the Theory of Information // Synthese, 1997. Vol. 109. Pp. 345–360; Mares E. D. and Fuhrmann A. A Relevant Theory of Conditionals // Journal of Philosophical Logic. 1995. Vol. 24. Pp. 645–665.

[185] Раутлей Р., Муйер Р. Семантика следования // Семантика модальных и интенсиональных логик. М.: Прогресс, 1981. С. 363–423; Meyer R. K. Entailment and relevant implication // Logique et analyse, 1968. Vol. 11. Pp. 472–479; Meyer R. K. Entailment // The journal of philosophy. 1971. Vol. 68. Pp. 808–818; Meyer R. K. Entailment is not strict implication // Australasian journal of philosophy. 1974. Vol. 52. Pp. 212–231.

[186] Раутлей Р., Муйер Р. Семантика следования // Семантика модальных и интенсиональных логик. М.: Прогресс, 1981. С. 363–423; Routley R. and Meyer R. K. Semantics of entailment Hugues Leblanc (Ed.). Truth Syntax and Modality. North Holland, 1973. Pp. 194–243.

[187] Restall G. “Information Flow and Relevant Logics”. In: J. Seligman and D. Westerstahl (Eds.). Logic, Language and Computation. 1996. Vol. 1. Pp. 463–478.

[188] Зайцев Д. В., Сидоренко Е. А. Релевантная логика // Новая философская энциклопедия. М.: Мысль, 2001. С. 434–435; Сидоренко Е. А. Логическое следование и условные высказывания. М.: Наука, 1983. 173 с.; Сидоренко Е. А. Релевантная логика (предпосылки, исчисления, семантика). М.: ИФРАН, 2000. 243 с.

Смирнов[189]; Целищев[190]). В частности, критики классической теории формально-логического следования указывали на такой ее недостаток как *принципиальное игнорирование (преднамеренное отсутствие учета) связи между содержанием антецедента и консеквента импликации* в ее классической дефиниции[191]. Именно этот недостаток, согласно упомянутым критикам, и проявился в приведенных выше двух конкретных примерах обсуждаемого парадокса. Упомянутые критики предлагали заложить и развить качественно новое научное направление в логике, ставящее своей задачей *осознанное представление (преднамеренный учет) связи между содержанием антецедента и консеквента в следовании* в его адекватной (и, поэтому, *неклассической*) дефиниции. Поиском точной формулировки такой дефиниции *неклассического* следования занимались многие логики. В результате возникло и продолжает развиваться целое научное направление *неклассической* логики – релевантная логика. Вполне репрезентативными примерами плодотворного научного творчества в этой области могут служить работы вышеупомянутых зарубежных и отечественных логиков.

2. Векторная импликация (или импликация как векторная величина) и еще один (ранее не предлагавшийся и не обсуждавшийся) возможный вариант определения логического следования

Если речь идет о логических формах истинных или ложных высказываний C, B, (C ⊃ B) как о *только скалярных* логических формах (функциях), истинностные значения которых полностью детерминированы *скалярными* величинами истинности (истинностными значениями: «истинно»; «ложно»), то в классической логике импликация (следование) полностью определяется вышеприведенной *Таблицей 1*. В предыдущем разделе статьи уже отмечалось, что многие философы и логики таким определением не удовлетворены. Многие из них согласны признать, что *Таблица 1* есть *необходимое* условие адекватного определения следования, но не согласны признать ее *достаточность*. По их мнению, дефиниция материальной импликации *недостаточна* для полного и точного определения следования в логике: она верна лишь приблизительно; приемлема лишь в первом приближении (к истине). Поэтому К. И. Льюис и К. Лэнгфорд предложили трактовать следование

[189] Смирнов В. А. Так называемые парадоксы материальной импликации и логические системы с понятием сильного вывода // Исследования логических систем. М.: Наука, 1970. С. 122–136.

[190] Целищев В. В. Нормативность дедуктивного дискурса: феноменология логических констант. Новосибирск: Нонпарель, 2003. 340 с.

[191] Lewis C. I. A Survey of Symbolic logic. Berkeley: University of California Press, 1918. P. 324–339.

в логике как «строгую импликацию»[192]. Бинарная логическая операция «С строго имплицирует В» была определена ими следующим образом.

(С строго имплицирует В) $\equiv \Box$ (С $\supset$ В),

где символ $\Box$ обозначает алетическую модальность «необходимо»[193]. Тем самым Льюис и Лэнгфорд намеревались уточнить, дополнить определения понятий «следование» и «логическое следование»[194], доведя их до идеала. Но в результате разрешения старых проблем (парадоксов) появились новые[195]. Их преодолению и обсуждению темы на качественно новом уровне посвящена обширная литература. В данной небольшой статье систематический аналитический обзор этой литературы осуществляться не будет, так как весь объем статьи посвящен точной формулировке и обсуждению еще одного (ранее не предлагавшегося) возможного варианта разрешения парадоксов материальной импликации.

Предлагается рассматривать следование как *векторную* логическую форму, т. е. дополнить импликацию (С $\supset$ В) *вектором следования* (от чего к чему), точно указывающим на существование *направленности движения содержания мысли*; из каких посылок исходим и к какому заключению приходим. Обозначим векторную импликацию («из С следует В») символом $\overrightarrow{(C \supset B)}$. В этом составном знаке символ (С $\supset$ В) обозначает *скалярный* аспект следования В из С, точно определенный выше *Таблицей 1*, а «верхняя стрелка слева направо» обозначает *векторный* аспект следования содержания В из содержания С. Вектор в данном случае представляет собой форму (способ) *учета связи между содержанием* В из С в условиях систематического абстрагирования от их конкретного содержания. Такое абстрагирование является необходимой фундаментальной процедурой, без осуществления которой собственно логический (=формально-логический) анализ мышления и речи невозможен.

[192] Lewis C. I. A Survey of Symbolic logic. Berkeley: University of California Press, 1918. 407 p.; Lewis C. I. and Langford C. H. Symbolic logic. New York, London: The Century Co, 1932. 503 p.

[193] Иными словами определение строгой импликации можно сформулировать следующим образом: (p строго имплицирует q) $\equiv$ (невозможно, что (p истинно & q ложно)) (Lewis C. I. A Survey of Symbolic logic. Berkeley: University of California Press, 1918. P. 293).

[194] Вообще говоря, понятия «следование» и «логическое следование» не эквивалентны. В классической логике «следование В из С» есть материальная импликация (С $\supset$ В). При этом, по определению, «логическое следование В из С» имеет место, если и только если импликация (С $\supset$ В) является тождественно истинной, т. е. тавтологией.

[195] Зайцев Д. В., Сидоренко Е. А. Релевантная логика // Новая философская энциклопедия. М.: Мысль, 2001. С. 434–435.

От конкретного содержания антецедента и консеквента нужно абстрагироваться. Но при этом от *вектора* движения от одного конкретного содержания мысли к другому конкретному содержанию мысли абстрагироваться нет необходимости. Есть ли в действительности такой вектор или его на самом-то деле нет – для адекватного мышления очень важно.

Рассмотрим еще раз, приведенный выше парадокс материальной импликации – «Если 2+2=33, то ректор Массачуссетского технологического института – опоссум». С точки зрения *чисто скалярного* определения следования, тождественного импликации в классической логике, в обсуждаемом парадоксальном условном суждении все нормально: следование есть (хотя это и смешно и очень странно с точки зрения любого нормального человека. Но если сопоставить обсуждаемое парадоксальное условное суждение с предложенным выше *векторным* определением следования, то результат будет отрицательным, так как *вектора, т. е. направленности движения, содержания мысли* от «2+2=33» к «ректор Массачуссетского технологического института – опоссум» на самом-то деле нет. А раз нет такого вектора, то нет и следования, так как наличие такого вектора следования – *необходимое* условие истинности векторной импликации.

Поскольку бинарная логическая операция «коррекция» тесно связана с импликацией, постольку сказанное выше о векторном характере импликации не может не проявиться и в связи с коррекцией. Пусть символ $\overleftarrow{(C \Leftarrow B)}$. обозначает «векторную коррекцию», *необходимым* аспектом которой является *вектор – направленность исправления* содержания мысли (что замещается чем). Используя введенные ранее обозначения и дефиниции, «векторную коррекцию» можно определить следующим образом.

$$\overleftarrow{(C \Leftarrow B)} \equiv (\overrightarrow{(C \supset B)})^* \equiv \overleftarrow{(\neg C \,\&\, B)}.$$

Теперь, с учетом вышесказанного можно дать следующее модифицированное определение понятия «логическое следование». По определению, «логическое следование В из С» имеет место, если и только если 1) импликация (С ⊃ В) является тождественно истинной, т. е. тавтологией, и 2) имеет место вектор (направление) движения мысли от содержания С к содержанию В.

3. От закона контрапозиции материальной (скалярной) импликации к закону контрапозиции векторной импликации: обобщенная формулировка закона контрапозиции любых бинарных операций (как векторных, так и чисто скалярных) в любой алгебре и, в частности, в алгебре логики

Законом (принципом) контрапозиции в двузначной алгебре классической логики называется, например, формально-логическая равносильность

$$(C \supset B) \equiv (\neg B \supset \neg C).$$

Ее модификации в классической логике – логически эквивалентные ей равносильности

$$(\neg C \supset B) \equiv (\neg B \supset C),\ (C \supset \neg B) \equiv (B \supset \neg C)$$

имеют то же самое название. Однако никакого собственно *векторного* аспекта в этих (формально-логических) законах нет. («Истина» и «ложь» в классической логике – вполне *скалярные* величины.) Хотя, по моему мнению, некая важная *предпосылка векторности* принципа контрапозиции существует уже и здесь, а именно, – *изменение упорядоченности* множества {антецедент, консеквент}.

В отношении вышеупомянутой бинарной логической операции «коррекция» $(C \Leftarrow B)$ в двузначной алгебре классической логики также имеет место закон (принцип) контрапозиции

$(C \Leftarrow B) \equiv (\neg B \Leftarrow \neg C)$ и его модификации:

$$(\neg C \Leftarrow B) \equiv (\neg B \Leftarrow C),\ (C \Leftarrow \neg B) \equiv (B \Leftarrow \neg C).$$

В отношении импликации принцип контрапозиции общеизвестен и в комментариях не нуждается, а вот в отношении «коррекции» он известен мало. Читатель может убедиться в его обоснованности или непосредственно путем «вычисления» истинностных таблиц или опосредованно – с помощью общеизвестного *принципа двойственности*, так как $(C \supset B)$ и $(C \Leftarrow B)$ математически двойственны друг другу.

Учитывая вышесказанное, вполне естественно и целесообразно, на мой взгляд, предложить следующее обобщение формулировки закона (принципа) контрапозиции, дав его индуктивное определение в самом общем виде. Дадим этому индуктивному определению имя «Def-Con-Vect».

1. Если речь идет *только о скалярных* величинах a, b, Wab, то закон контрапозиции бинарной алгебраической операции Wab есть эквивалентность $WNab \Leftrightarrow WNba$, где «$\Leftrightarrow$» обозначает некую (любую) эквивалентность, W – некую (любую) *бинарную* алгебраическую операцию, а Na – некую (любую) *унарную* алгебраическую операцию, представляющую собой *инверсию* скалярного значения a.

2. Если речь идет *не только о скалярных* величинах a, b, но и о *векторной* величине $\overleftarrow{Wab}$, то закон контрапозиции

бинарной алгебраической операции $\overleftarrow{Wab}$ есть эквивалентность ($\overleftarrow{WNab}$) ⇔ Y($\overrightarrow{WNab}$), где «⇔» обозначает некую (любую) эквивалентность, $\overleftarrow{W}$ – некую (любую) *бинарную* алгебраическую операцию, имеющую векторный аспект, *Na* – некую (любую) *унарную* алгебраическую операцию, представляющую собой инверсию скалярного значения (чего) *a*, а Yω – инверсию вектора или векторного аспекта (чего) ω. Стрелка сверху (чего) ω обозначает вектор (чего) ω, являющийся в данном случае существенным, а Y – *инверсия* вектора, т. е. обращение его вспять. Иначе говоря, Yω обозначает направление прямо противоположное направлению ω.

3. Кроме предусмотренных пунктами 1 и 2 данного определения, других законов контрапозиции нет.

В том частном случае, когда векторный характер величин не является существенным, например, в классической логике, дефиниция Def-Con-Vect «вырождается» в хорошо знакомую логическую эквивалентность: *WNab* ↔ *WNba*, где *a* и *b* высказывания, N – классическое отрицание, а символ ↔ обозначает классическую логическую эквивалентность. Если в эквивалентности *WNab* ↔ *WNba* интерпретировать *W* как классическую импликацию, то мы получим общеизвестный закон контрапозиции (материальной) импликации в классической логике. Если же интерпретировать *W* (в эквивалентности *WNab* ↔ *WNba*) как коррекцию, то мы получим вышеупомянутый закон контрапозиции коррекции в классической логике.

Но это – скромные частные случаи значительно более общего и фундаментального понятия «закон контрапозиции», точно определенного выше дефиницией Def-Con-Vect.

В КАКОМ СМЫСЛЕ СИЛЛОГИСТИКА БОЛЬЦАНО ЯВЛЯЕТСЯ НЕАРИСТОТЕЛЕВСКОЙ?

Т. С. Козьякова

магистрантка 2 курса направления «Интеллектуальные системы в гуманитарной сфере» Департамента философии Института социальных и политических наук Уральского федерального университета имени первого Президента России Б. Н. Ельцина, г. Екатеринбург

Силлогистика Бернарда Больцано является одной из неаристотелевских силлогистических теорий, наряду с системами, предложенными Г. В. Лейбницем и Л. Кэрроллом. Как правило, под термином «неаристотелевских» силлогистик понимают системы, в которых ряд силлогистических утверждений, принимаемых