

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЛИСТОВОЙ ПРОКАТКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КИНЕМАТИЧЕСКИ ВОЗМОЖНЫХ ПОЛЕЙ СКОРОСТЕЙ

Соколов П.Ю.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования “Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»”

В работе предложено оценивать технологические параметры процесса листовой прокатки с использованием инженерных формул, полученных на основе кинематически возможного поля скоростей и баланса мощности, записанного для движения сплошной среды в сходящемся канале.

Для построения кинематически возможного поля скоростей (КВ-поле), позволяющего определить параметры течения сплошной несжи-

маемой среды при листовой прокатке, заменим дугу захвата хордой, как это показано на рисунке 1.

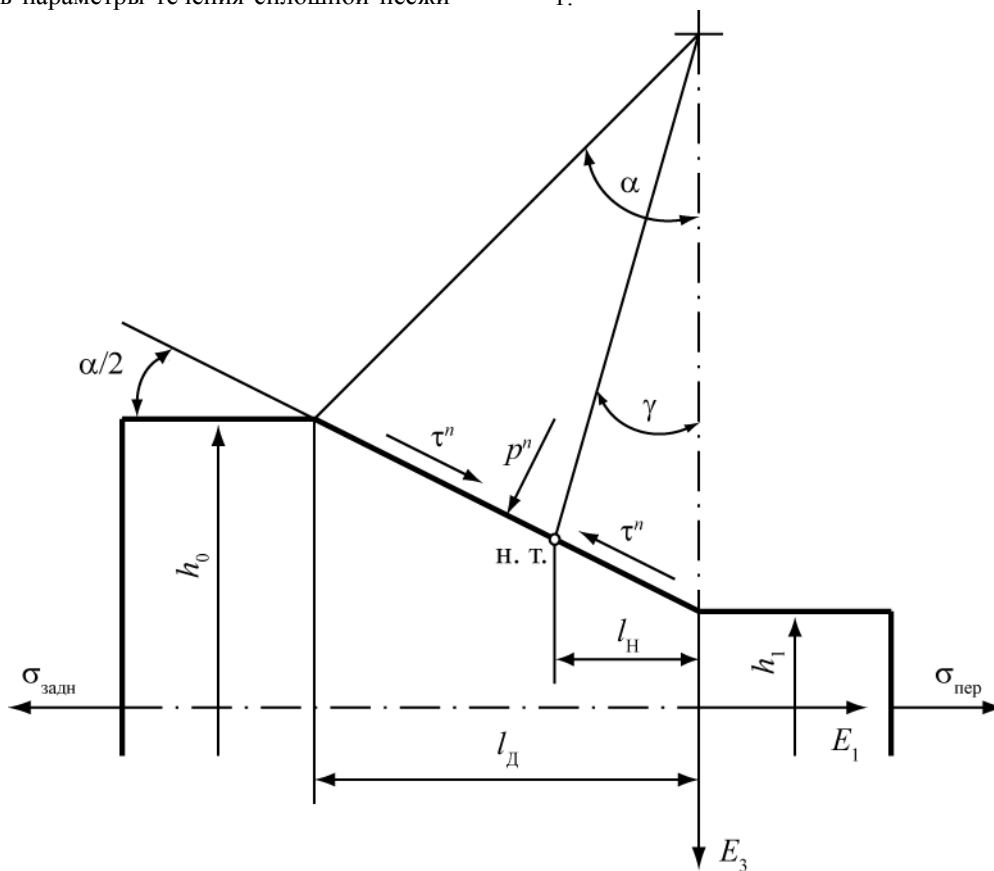


Рис. 1. Схема очага деформации при листовой прокатке

Компоненты вектора скорости такого течения будут иметь следующий вид:

$$v_1 = v_0 \frac{h_0}{h}; \quad v_3 = -2v_0 \frac{h_0 E_3}{h^2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \quad (1)$$

где v_0 – скорость входа металла в валки; h_0, h_1 – высота полосы до и после деформации, соответственно; h – текущая высота проката; α – угол захвата.

Текущая высота h полосы линейно зависит от эйлеровой координаты E_1 :

$$h = h_1 - 2E_1 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \quad (2)$$

тангенс половины угла захвата связан с геометрическими параметрами процесса прокатки

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{l_d}, \quad (3)$$

где Δh – абсолютное обжатие; l_d – длина дуги захвата.

По формуле Дж. Стокса [1] определим компоненты тензора скоростей деформаций:

$$\xi_{11} = -\xi_{33} = -2v_0 \frac{h_0}{h^2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2};$$

$$\xi_{13} = \xi_{31} = -4v_0 \frac{h_0 E_3}{h^3} \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}, \quad (4)$$

которые при плоской деформации несжимаемых сред позволяют определить интенсивность сдвиговых скоростей деформаций:

$$H = 4v_0 \frac{h_0}{h^2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \sqrt{1 + \frac{4E_3^2}{h^2} \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}. \quad (5)$$

Составим баланс мощности всех действующих на движущуюся среду поверхностных и

$$\begin{aligned} & \tau_\tau \int_{-\frac{l_\alpha h}{2}}^0 \int_0^0 H dE_1 dE_3 + \tau^n \left(\int_{S_{\text{он}}} v^\tau dS_{\text{он}} - \int_{S_{\text{от}}} v^\tau dS_{\text{от}} \right) + \\ & + \tau_\tau \left(\int_{\frac{h_0}{2}}^0 \Delta v_{\text{I-II}}^\tau dE_3 + \int_{\frac{h}{2}}^0 \Delta v_{\text{II-III}}^\tau dE_3 \right) - \frac{v_0 h_0}{2} (\sigma_{\text{пер}} - \sigma_{\text{задн}}) = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь первое слагаемое с учётом (5) есть мощность внутренних сил

$$\tau_\tau \int_{-\frac{l_\alpha h}{2}}^0 \int_0^0 H dE_1 dE_3 = \tau_\tau \frac{v_0 h_0}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} \left[K \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \ln \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + K \right) \right] \ln \frac{h_0}{h_1}, \quad (7)$$

$$\text{где } K = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

внутренних сил с учётом заднего $\sigma_{\text{задн}}$ и переднего $\sigma_{\text{пер}}$ натяжений и уравнения равновесия. Полагая, что среда является идеальной и жёсткопластичной ($\Gamma = \tau_\tau = \text{const}$)

Второму слагаемому в (6) соответствует мощность поверхностных сил в зонах опережения ($S_{\text{он}}$) и отставания ($S_{\text{от}}$)

$$\tau^n \left(\int_{S_{\text{он}}} v^\tau dS_{\text{он}} - \int_{S_{\text{от}}} v^\tau dS_{\text{от}} \right) = \tau^n \frac{v_0 h_0 \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \right)}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} \ln \frac{h_n^2}{h_0 h_1}, \quad (8)$$

где высота полосы в нейтральном сечении h_n получается из баланса всех поверхностных сил (уравнения равновесия)

$$h_n = h_1 + \frac{\Delta h}{2} \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{\mu_p} \right) + \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} (\sigma_{\text{пер}} h_1 - \sigma_{\text{задн}} h_0)}{2 \tau^n}, \quad (9)$$

где μ_p – коэффициент трения по нормальному давлению.

Третьему слагаемому в (6) соответствуют мощности разрыва вектора скорости (1) на грани-

$$\Delta v_{\text{I-II}}^\tau = 2v_0 \frac{E_3}{h_0} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}; \quad \Delta v_{\text{II-III}}^\tau = 2v_0 \frac{E_3}{h_1} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}. \quad (10)$$

цах зон I, II и III (рисунок 2) за счёт касательной составляющей v_3

Тогда соответствующее слагаемое баланса мощности (6)

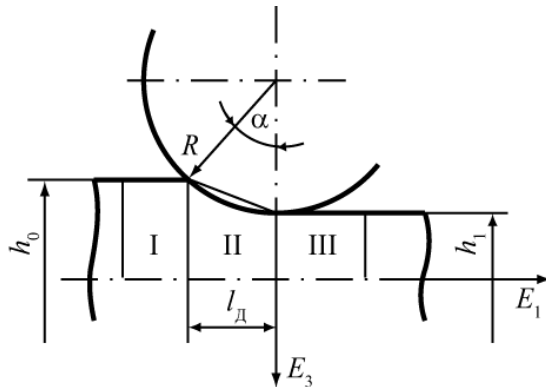


Рис. 2. Разбиение очага деформации на зоны I, II и III

$$\tau_r \left(\int_{\frac{h_0}{2}}^0 \Delta v_{I-II}^\tau dE_3 + \int_{\frac{h_1}{2}}^0 \Delta v_{II-III}^\tau dE_3 \right) = \tau_r v_0 h_0 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}. \quad (11)$$

Теперь из баланса мощности (6) с учётом (7), (8) и (11) получаем значение касательного контактного напряжения

$$\tau^n = \frac{\tau_r \left(\left[K \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \ln \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + K \right) \right] \ln \frac{h_0}{h_1} + \left[1 + \frac{1}{\lambda} \right] \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \right) + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} (\sigma_{\text{пер}} - \sigma_{\text{задн}})}{K^2 \ln \frac{h_0 h_1}{h_n^2}}. \quad (12)$$

В работе [2] показано, что формула (12), без учёта переднего и заднего натяжения может быть представлена в виде:

$$\tau^n = \frac{\tau_r \left(2 \ln \frac{h_0}{h_1} + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)}{\left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \right) \ln \frac{h_0 h_1}{h_n^2}} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}. \quad (13)$$

При известном значении касательного контактного напряжения (12) или (13) легко рассчитать момент активных сил трения на поверхности вала радиуса R в зоне отставания

$$M = (\alpha - \gamma) R^2 b_{\text{cp}} \tau^n, \quad (14)$$

где b_{cp} – средняя ширина проката; γ – нейтральный угол:

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{2l_n}{2R - h_n + h_1}; \quad (15)$$

длина очага деформации в зоне опережения

$$l_n = \frac{h_n - h_1}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}. \quad (16)$$

Касательное контактное напряжение, определяемое по формуле (12) или (13), при известном коэффициенте трения μ_p позволяет оценить значение нормального давления на поверхности рабочего вала

$$p^n = \frac{\tau^n}{\mu_p} \quad (17)$$

и силу, действующую на валок радиуса R при прокатке,

$$P = \alpha R b_{\text{cp}} p^n. \quad (18)$$

Таким образом, новый подход к определению касательного контактного напряжения позволяет получить инженерные формулы для расчёта технологических параметров процесса листовой прокатки.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Кучеряев Б.В. Механика сплошных сред. (Теоретические основы обработки давлением композитных металлов с задачами и решениями, примерами и упражнениями). Учебник для вузов. М.: МИСИС, 2006. 604 с.

2. Кучеряев Б.В., Соколов П.Ю. Допустимые упрощения при оценке технологических параметров листовой прокатки // Производство проката, 2012, № 1, с. 2–5.