

**МАЗУРОВ ВЛ. Д.,
д.ф.-т.н, профессор,
профессор Уральского федерального университета
им. первого Президента РФ Б.Н. Ельцина,
г. Екатеринбург**

РАВНОВЕСИЕ, УСТОЙЧИВОСТЬ И ЦИКЛЫ

Системный анализ природы и человека предложил В.И. Вернадский и продолжил в 1970 – х годах Н.Н. Моисеев. Среди основных принципов системного анализа - порядок и симметрия. См. также работы Б.В. Раушенбаха.

Профессор МГУ В.А. Копчик в книге о симметрии заметил: появляется всё больше данных, говорящих о том, что биологическую эволюцию можно воспринимать как процесс разворачивания форм упорядочения.

Нами установлены некоторые методы упорядочения объектов – на материале точных математических исследований. Это сделано в результате работ по оптимизации и распознаванию образов, по искусственным нейронным сетям. Нейронная сеть состоит из множества формальных нейронов и связей между ними. В нейронной сети действует демократия: выбор решений производится на основе мнений нейронов. Каждый нейрон – некоторый эксперт, и нейронная сеть вырабатывает коллективное решение по данным экспертов. Это грубая модель работы мозга.

А именно, что же установлено: К. Эрроу доказал теорему о невозможности демократий для упорядочения альтернатив. Я доказал теорему о возможности демократий для диагностики объектов и ситуаций. Общий вывод таков, что вместо прямого упорядочения вариантов решений надо использовать упорядочение классов однородных ситуаций.

Всё это связано, в свою очередь, с принципами симметрии. Частный случай симметрии – золотое сечение, которое применяется в архитектуре, в искусстве и в биологии.

Есть такая область как биосимметрия. Здесь установлена, например, связь морфологических симметрий с рядом чисел Фибоначчи, а числа Фибоначчи связаны с золотым сечением.

ПОЗНАНИЕ, ГАРМОНИЯ И ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Мы уже привыкли не удивляться, что математика играет фундаментальную роль в жизни людей. Но особенно удивительно, что самое простое геометрическое построение – такое как золотое сечение, выдвинутое ещё древними греками, так важно в исследовании сущности человека. Да, простое построение, доступное школьникам шестого класса. Но многие ветви анализа, вплоть до синергетики, его используют.

Однако необходимо сразу отсеять псевдонаучные спекуляции вокруг золотого сечения (отринуть такие, например, предрассудки, что золотое сечение можно использовать в «лечебных пирамидах»): здесь у нас речь идёт только о научно обоснованных математических моделях и методах, о позитивных результатах. Многими поколениями естествоиспытателей (начиная с Древней Греции) установлено следующее...

Вопрос о золотом сечении связан с сущностью человека.

Вопрос о самоорганизации живого, о правильном соединении его частей в целостный организм фундаментален. Речь можно вести и о математическом моделировании в биологии и экологии, и о золотом сечении – это понятие близко к теме моделирования. Пропорции золотого сечения близки идее гармонического строения объектов, изобретённой в древней Греции.

Золотое сечение - одно из направлений в исследовании симметрии. Симметрия важна в науках о человеке, в искусстве, в естественных науках – см.: А.В. Шубник, В. А. Копцик. «Симметрия в науке и искусстве».

В основе симметрии – понятие равенства по признаку или по системе признаков.

Итак, что есть золотое сечение. Если $a > 0$, то разложение этого числа на два положительных слагаемых x и $a - x$ называется золотым сечением числа a ,

если x есть среднее геометрическое чисел a и $a - x$. Из этого определения следует: $x = \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)a = 0.618... * a$. Среднее геометрическое чисел y, z : \sqrt{yz} .

Всем известно фундаментальное значение числа π (Пифагор), числа e (Эйлер), но есть ещё важные числа ϕ (число Фидия) и F . Это золотое сечение и число Фибоначчи. Золотое сечение (золотая пропорция, деление в крайнем и среднем отношении, гармоническое деление, число Фидия) – деление непрерывной величины на части в таком отношении, при котором большая часть так относится к средней, как вся величина – к большей. Впервые оно встречается в «Началах» Евклида.

В искусстве нет правильных квадратов. Даже «Чёрный квадрат» Малевича – не совсем квадрат.

Йоханн Кеплер сказал: «Геометрия таит в себе два великих сокровища. Одно из них - теорема Пифагора, другое – разделение отрезка на две части в крайнем и среднем отношении. Первое подобно слитку золота, второе же – драгоценному камню».

Второе – это и есть золотое сечение – число ϕ (число Фидия). Фидий (V век до н. э.) – скульптор периода высокой классики. Приблизённо $\phi = 0.618034$.

В XIV веке Фибоначчи нашёл связь между числами Фибоначчи и золотым сечением. Леонардо да Винчи в XV веке использовал в своём искусстве золотое сечение.

Леонардо да Винчи написал «Трактат о живописи», где рассказал и о пропорциях. В эпоху Возрождения золотое сечение считалось главным эстетическим принципом. По художественному канону да Винчи золотая пропорция получается при делении тела на две неравные части линией талии: отношение большей части к меньшей равно 1.618. Под влиянием да Винчи математик Лука Паччоли написал книгу «О божественной пропорции».

Свойства: $\phi > 0$, ϕ – иррациональное число. Число ϕ можно найти эмпирически, опросив большое число людей, какое соотношение отрезков кажется им наиболее гармоничным. Леонардо да Винчи критиковал интеллектуалов, которые любят витать в заоблачных высях, вместо того чтобы искать её через экс-

перименты и математические исследования. Физик лорд Кельвин говорил, что учёный должен быть точным, «когда вы можете измерить то, что говорите, и выразить это в числах, вы хоть что-то и только в этом случае узнаете нечто существенное об этом».

Теперь – о числах Фибоначчи. Фибоначчи (перевод: «сын простака») – прозвище Леонардо Пизанского. Последовательность Фибоначчи начинается с двух единиц, а каждый последующий её член равен сумме двух непосредственно предшествующих её членов. Получаем ряд:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots$$

(интерпретация: задача о кроликах). Если продолжить такую последовательность влево, допустив существование отрицательных членов, то получится ряд, бесконечный в обоих направлениях:

$$\dots -21, 13, -8, 5-3, 2-1, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots$$

Задача о кроликах такова. Одна пара ещё незрелых кроликов помещается в ограниченное пространство. Кролики должны взростеть два месяца, прежде чем они начнут размножаться. Пара взрослых кроликов должна объединиться, чтобы воспроизводить одну новую пару каждый месяц. Потомки впоследствии должны взростеть два месяца, прежде чем они начнут размножаться. Кролики не поступают больше извне и не покидают данное помещение. Получаются поколения кроликов с численностями, даваемыми рядом Фибоначчи. Теория чисел Фибоначчи даёт примеры пифагоровых целочисленных треугольников.

Первым, кто установил связь чисел Фибоначчи с золотой пропорцией, был выдающийся математик и астроном Йоханн Кеплер. А именно: предел (при n , стремящемся к бесконечности) величины F_n/F_{n-1} равен $(1 + \sqrt{5})/2$.

Моделирование природных систем, многофакторный анализ – один из основных методов познания закономерностей.

В биологии важны инварианты и симметрия. И таксономия связана с симметрией. С равенством.

Задача моделирования процедур сравнения объектов и ситуаций, конкретно – например территорий, составит важное направление исследований в

рамках указанной проблемы.

В биологии и медицине важны инварианты в задачах диагностики и прогнозирования.

Генетические матрицы тоже связаны с золотым сечением.

С этим связаны также пропорции человека, строение и рост тела.

ОСОБАЯ ЗАДАЧА – ФИЗИОЛОГИЯ ЗРЕНИЯ

Как мозг узнаёт предметы? Он их распознаёт в разных положениях, при разном освещении и удалении. Математики обнаружили (в частности, Р. Лунебург в 1949 году), что человек оперирует двумя пространствами – $S_{phys} = R^3$ и $S_{percept}$. Причём $S_{percept}$ – неевклидово. Геометрия перцептивного пространства формируется под влиянием механизмов константности. Константность в психологии – явление относительного постоянства восприятия признаков объекта (величина, форма, цвет и т. д.). Преобразования формы объекта образуют группу. Зрение – формирование инвариантов.

Используются соответствующие индикаторы и признаки, а также решающие правила для анализа сходства и различия территорий и их элементарных единиц, прогнозирования их локальной динамики в системе всего кластера. В целом все это представляет собой математический, модельный и программный инструментарий для специалистов в области экологии.

КРАСОТА И ЗОЛОТАЯ ПРОПОРЦИЯ

Соразмерность частей Парфенона основана на золотой пропорции.

Эталон красоты человеческого тела - в творениях греческих скульпторов: Фидия, Поликлета, Праксителя. Они использовали принцип золотой пропорции.

Идея «божественной пропорции» широко использовалась в эпоху Возрождения. Достаточно назвать картину Микельанджело «Святое семейство» и Рафаэля «Распятие». Йохан Кеплер сказал: «Главной целью всех исследований внешнего мира должно быть открытие рационального порядка и гармонии, ко-

торые Бог ниспослал миру и открыл нам на языке математики».

Знаменитый математик Лука Пачоли написал великую книгу «Божественная пропорция». В ней излагается теория золотого сечения и её приложения к архитектуре.

Ритмы экономики, её взлёты и падения исследовал в 1930-х годах Эллиотт. Он моделировал волны фондового рынка с помощью золотой пропорции.

Наиболее древние проявления гармонии в архитектуре – в Древнем Египте. Пирамида Хуфу вписывается в золотой прямоугольник. Площадь основания a , общая площадь четырёх сторон b ; $b/a = \phi$. Это золотая пирамида.

ЗОЛОТАЯ ПРОПОРЦИЯ В ПРИРОДЕ

В природе проявления золотой пропорции – спирали (улитки, а в космических масштабах – спиралевидные галактики).

Спирали связаны с прямоугольниками Фибоначчи. Рассмотрим ряд Фибоначчи: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,... Возьмём два маленьких квадрата со стороной, равной 1, и сложим их вместе. В результате имеем прямоугольник 2×1 – двойной квадрат. Затем на большей стороне двойного квадрата построим новый квадрат 2×2 . В результате имеем прямоугольник 3×2 . На большей стороне прямоугольника построим квадрат 3×3 , в результате имеем прямоугольник 5×3 . И т. д. Такие прямоугольники называются прямоугольниками Фибоначчи.

Теперь в каждом из квадратов, образующих прямоугольники Фибоначчи, проведём дугу – четверть окружности. Соединяя эти дуги, получим спираль Фибоначчи.

Расположение листьев на стеблях имеет математический характер, это явление называется филлотаксисом. Винтовая симметрия тоже связана с числами Фибоначчи. Вообще естествоиспытателями интенсивно изучается роль симметрий в живой природе. Выяснена роль неевклидовой геометрии живого, в частности, проективной геометрии.

ТЕОРИЯ ИЗМЕРЕНИЙ И ЗОЛОТАЯ ПРОПОРЦИЯ

Это всё древняя история. А вот - совсем свежая. В 1977 году украинский профессор А.П. Стахов представил «Введение в алгоритмическую теорию измерения». В 1989 году Стахов представил на заседании Президиума наук Украины на этой основе разработку компьютеров Фибоначчи. Академику Ю. Митропольскому работа Стахова показалась перспективной, он считает, что создана математика гармонии и что заполнен разрыв между высшей и элементарной математикой. Это дало повод к разработке проекта по реформе математического образования. Это имеет значение и для физики. Так, Даном Шехтманом открыты квазикристаллы. Интересное открытие о природе формообразования биологических объектов сделано Олегом Боднаром в начале 90-х годов, он создал новую теорию филлотаксиса.

Конечно, более сильный аппарат для познания симметрии – это теория групп. Но это уже другой разговор.

Золотое сечение в анатомии человека... В XX веке Ле Корбюзье создал модульную графику, иллюстрирующую части человеческого тела. Золотая пропорция всё время появляется в графике: отношение высоты головы к высоте пупка и т. д.

Теперь поговорим о якобы бесформенном. Странно, что в природе очень часто мы обнаруживаем логарифмические спирали, а в рисунках и живописи – не встречаем. Логарифмическая спираль возникает из золотого прямоугольника. В формах ионических колонн, в женских украшениях античности есть формы, напоминающие закрученные рога барана. Вихревые рисунки можно увидеть в формах облаков.

Золотое сечение применяется также в системах, применяющих новые (не десятичные) системы счисления.

ПИФАГОРЕЙЦЫ

Вернёмся к эстетическому значению золотого сечения. В элементарной математике это небольшая глава, изложенная с изяществом, но в ней нет ничего

чудесного. Чудесное появилось при философском толковании математических форм; оно встречалось у вавилонян и египтян, а у пифагорейцев стало руководящим принципом в понимании мира. Это понимание связано с пентаграммой, а пентаграмма связана с золотым сечением.

У Платона в «Тимее» рассказано, почему именно золотое сечение представилось наиболее совершенным для гармонии природных форм. Он рассуждал так. Как могут две части составить целое? Возьмём два прямолинейных отрезка, соединённых в один. То, что составит отрезок, ещё Платону не доказывает, что части действительно соединяются в целое. Это произойдёт лишь тогда, когда отношение частей друг к другу вторично получается в виде отношения одной из частей к целому.

В тесной связи науки пифагорейцев о числе находится их объяснение звуковой гармонии. Пифагорейцы утверждали, что число есть основа и сущность всякого бытия. Они подтверждали это тем, что звуковая гармония связана с определенными числовыми соотношениями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Газале М. Гномон: от фараонов до фракталов. Москва – Ижевск, 2002.
2. Стахов А. Код да Винчи и ряды Фибоначчи. СПб.: Питер, 2006.
3. Аталай Б. Математика и Мона Лиза. М.: Техносфера, 2007.
4. Пенроуз Р. Тени разума. Москва – Ижевск, 2005.
5. Платон. Тимей.
6. Тимердинг Г.Е.. Золотое сечение. М.: URSS, 2009.
7. Шубников А.В., Копчик А.А. Симметрия в науке и искусстве. Москва – Ижевск, 2004.
8. Раушенбах Б.В. Постскриптум. М.: Аграф, 2001.