На правах рукописи

Здобнова Светлана Владимировна

АБСТРАКТНАЯ СТОХАСТИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА КОШИ С ГЕНЕРАТОРОМ ПОЛУГРУППЫ КЛАССА $(1, A)$ И С ГЕНЕРАТОРОМ K-КОНВОЛЮЦИОННОЙ ПОЛУГРУППЫ

01.01.01 — математический анализ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Екатеринбург — 2007

Работа выполнена на кафедре математического анализа и теории функций Уральского государственного университета им. А.М.Горького

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук, профессор
Мельникова Ирина Валерьяновна

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор
Данилин Алексей Руфимович
кандидат физико-математических наук, доцент
Альшанский Максим Алексеевич

Ведущая организация:

Институт математики СОРАН

Защита диссертации состоится «......» .... 2007 г. в ...... на заседании диссертационного совета К 212.286.01 по присуждению ученой степени кандидата физико-математических наук при Уральском государственном университете им. А.М.Горького по адресу:

620083, г. Екатеринбург, пр. Ленина, 51, комн. 248.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Уральского государственного университета им. А.М.Горького.

Автореферат разослан «......» .... 2007 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
доктор физико-математических наук,
профессор

В.Г.Пименов

I. Общая характеристика работы

В диссертации изучается абстрактная стохастическая задача Коши с генератором полугруппы класса $(1, A)$ и с генератором K-конволюционной полугруппы.

Актуальность темы. При построении моделей реальных систем наряду с детерминированными факторами все чаще стремятся учитывать и воздействие различных случайных факторов. Это приводит к созданию стохастических моделей, а при обращении к абстрактной задаче Коши, основному объекту диссертационного исследования, — к стохастическим задачам со случайными процессами в бесконечномерных пространствах.

Пусть $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ — вероятностное пространство с заданной на нем системой σ-алгебр $\{\mathcal{F}_t |\ t \geq 0\}$ — фильтрацией, U, H — (сепарабельные) гильбертовы пространства.

Рассматривается стохастическая задача Коши, записанная в виде интегрального уравнения

$$X(t) = \xi + \int_0^t AX(s)\ ds + BW(t), \quad t \in [0, \tau), \tau \leq \infty, \qquad (1)$$

где $A : D(A) \subset H \to H$ — замкнутый линейный оператор, $B \in L(U, H)$, случайная функция $W(t)$ — обобщение винеровского процесса на бесконечномерный случай — Q-винеровский процесс относительно фильтрации, $\xi = X(0)$ — H-значная, $\mathcal{F}_0$-измеримая случайная величина.

Подход, используемый в диссертации для исследования этого уравнения, основан на полугрупповой технике.

Первые теоремы существования решений задачи Коши $u' = Au$ с неограниченным оператором A в банаховом пространстве в терминах теории полугрупп операторов были сформулированы Хилле в конце 40-х годов XX века. Большой вклад в полугрупповую теорию и в теорию абстрактной задачи Коши внесли Феллер, Миядера, Филлипс, Иосида, Като и другие известные математики. Сегодня полугрупповая техника прочно занимает важное место в арсенале эффективных методов исследования абстрактной задачи Коши.

Первые применения полугрупповой техники к абстрактным стохастическим уравнениям появились в работах Балакришнана, Куртайн и Фальб, Метивиер и Пистоне.

Результаты по применению полугрупповой техники к абстрактным стохастическим уравнениям, непосредственным продолжением которых стали исследования диссертации, содержатся в работах Да Прато и Забчика, И.В. Мельниковой и ее учеников.

В работах Да Прато и Забчика [4, 5] исследована абстрактная стохастическая задача Коши с генератором сильно непрерывной на $[0,+\infty)$ полугруппы класса C_0. Последнее условие является необходимым для равномерной корректности неоднородной задачи.

Однако, оператор A абстрактной задачи Коши, моделирующей реальную систему, далеко не всегда порождает семейство операторов, обладающее всем набором свойств полугрупп класса C_0. В теории детерминированной абстрактной задачи Коши накоплен обширный материал по работе с такими семействами операторов. И когда в модель реальной системы вводится учет стохастического фактора, совершенно оправдано стремление привлечь к рассмотрению уже наработанный материал. В работах [6, 7] И.В. Мельниковой и ее учеников делается шаг в этом направлении: изучается стохастическая задача с генератором интегрированной полугруппы.

Полугруппы операторов класса $(1, A)$ стоят следующими за полугруппами класса C_0 в ряду классических полугрупп теории Хилле-Иосиды в направлении возрастающей общности. Для полугрупп класса $(1, A)$ ослаблено требование непрерывности в нуле. При этом, именно отсутствие сильной непрерывности в нуле у семейств операторов решения многих важных для приложения дифференциальных задач и создает трудности при их исследовании.

Интегрированные же полугруппы являются частным случаем K-конволюционных полугрупп. K-конволюционные полугруппы относятся к более поздним разделам теории полугрупп и не являются полугруппами в классическом понимании. Появляются они на пути применения к исследованию абстрактных задач, не являющихся равномерно корректными, подхода содержащего в своей основе построение определенным образом исправленного решения. Понятие K-конволюционной полугруппы введено И. Чиоранеску и Г. Люмером в работах [1, 2, 3]. В названии этого семейства операторов отражена идея построения исправленного решения в соответствующей ситуации: исправленное — K-конволюционное — решение строится как свертка решения (если бы оно существовало) с некоторой гладкой экспоненциально ограниченной вещественной функцией $K(t)$, определенной на положительной полуоси (для интегрированных полугрупп $K(t) = t$). Задача, в которой строится K-конволюционное решение, по отношению к исходной задаче называется K-конволюционной.

Таким образом, актуальность темы обусловлена естественным ходом развития теории.

Цель и задачи работы. Для абстрактной стохастической задачи Коши с генератором полугруппы класса C_0 в работах [4, 5] построено проинтегрированное решение в слабой форме. Для задачи с генератором интегрированной полугруппы в работах [6, 7] построено слабое проинтегрированное решение K-конволюционной (интегрированной) стохастической задачи Коши. Под слабым проинтегрированным решением понимается процесс $X(t)$, удовлетворяющий каждому уравнению вида

$$\langle X(t), y\rangle = \langle \xi, y\rangle + \langle \int_0^t X(s)ds, A^*y\rangle + \langle \int_0^t BdW(s), y\rangle, \quad y \in D(A^*).$$

В рамках темы диссертации целью работы явилось построение слабого проинтегрированного решения абстрактной стохастической задачи Коши с генератором полугруппы класса $(1, A)$ и K-конволюционной задачи по отношению к задаче с генератором K-конволюционной полугруппы, а также изучение вопроса единственности слабого проинтегрированного решения.

В соответствии с целью, были поставлены следующие задачи:

◇ изучить свойства указанных полугрупп, а также свойства сопряженных к полугруппам семейств, на предмет их связи с абстрактной задачей Коши;
◇ при благоприятных результатах решения первой из поставленных задач найти условия существования и выполнить построение слабого проинтегрированного решения и слабого проинтегрированного K-конволюционного решения для стохастической абстрактной задачи Коши с генераторами соответствующих полугрупп указанных классов.

Методы исследования. Вопросы существования и единственности решения абстрактной задачи Коши изучались методами функционального анализа.

Исследованию подлежали задачи, выделенные из общего числа по двум направлениям: наличие связи с указанными полугруппами и стохастическая неоднородность. Полугрупповая специфика позволила в качестве основных методов исследования использовать методы теории полугрупп, а стохастическая специфика задач потребовала применения методов стохастического анализа.

Научная новизна. Результаты диссертационного исследования:

○ Построено слабое проинтегрированное решение абстрактной стохастической задачи Коши с генератором полугруппы класса $(1, A)$. Доказана единственность предсказуемого слабого проинтегрированного решения стохастической задачи с генератором полугруппы класса $(1, A)$.
○ Построено слабое проинтегрированное K-конволюционное решение абстрактной стохастической задачи Коши с генератором K-конволюционной полугруппы. Доказана единственность предсказуемого слабого проинтегрированного решения стохастической задачи с генератором K-конволюционной полугруппы.

Теоретическая и практическая ценность работы. Работа носит теоретический характер. Полученные результаты вносят вклад в развитие теории абстрактных уравнений, в частности, стохастических, и могут быть использованы при дальнейшем изучении абстрактной задачи Коши со случайными помехами.

Апробация результатов. Результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на семинаре по дифференциально-операторным уравнениям кафедры математического анализа и теории функций УрГУ (руководитель — доктор физ.-мат. наук, профессор И.В. Мельникова) в 2003–2006 гг., на семинаре кафедры математического анализа и теории функций УрГУ (руководитель — доктор физ.-мат. наук, профессор В.В. Арестов) в 2006 г. Были сделаны доклады на XXVIII Конференции молодых ученых механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова (Москва, 2006), на Воронежской зимней математической школе С.Г. Крейна - 2006 (Воронеж, 2006), на 63-ей научно-технической конференции по итогам научно-исследовательских работ за 2003–2004 гг. (Магнитогорск, 2004).

Публикации по теме исследования. Основные результаты диссертационного исследования опубликованы, список из 7 публикаций автора приводится в конце автореферата.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, двух глав и списка литературы. Главы разбиты на параграфы, разделенные на пункты. Нумерация формул сквозная. Нумерация предложений тройная и сообщает главу, параграф, номер предложения этого вида. Общий объем работы составляет 100 страниц. Список литературы содержит 70 наименований.

II. Краткое содержание диссертации

Распределение материала по разделам. Во введении ставится задача, обосновывается ее актуальность, определяется методологическая база исследований, составляется план изучения. Кроме того, во введении приводится структура изложения и обзор результатов диссертации.

Основная часть состоит из двух глав. Первая глава посвящена семействам операторов: полугруппам класса $(0,A),(1,A),(C_0)$ и K-конволюционным полугруппам, а также их связи с абстрактной задачей. Вторая — стохастической теории и стохастической задаче.

Обзор основных результатов диссертации. Результаты по теории полугрупп операторов содержатся **в первой главе**. Глава разбита на два параграфа.

§ 1. С корректной задачей Коши

$$\frac{du(t)}{dt} = Au(t), \quad t > 0, \quad u(0) = x, \quad \lim_{t\to 0} \|u(t) - x\| = 0, \qquad (2)$$

где A — замкнутый линейный оператор в банаховом пространстве E, связаны сильно непрерывные при $t > 0$ семейства ограниченных операторов, обладающие полугрупповым свойством, при этом замкнутый и плотно определенный оператор A, порождающий корректную задачу, может быть расширен до производящего оператора семейства.

Полугруппы класса C_0 теснейшим образом связаны с самой сильной корректностью задачи — с равномерной. А именно, равномерная корректность задачи равносильна тому, что ее оператор A порождает полугруппу класса C_0. Для последнего же есть четкий критерий: оператор A является генератором полугруппы класса C_0 тогда и только тогда, когда резольвента $R_A(\lambda) = (\lambda I - A)^{-1}$ определена в некоторой правой полуплоскости комплексной плоскости и удовлетворяет оценкам Миядеры-Феллера-Филлипса-Хилле-Иосиды (МФФХИ):

$$\exists\, \omega \in \mathbf{R},\ C > 0\ : \|R_A^k(\lambda)\| \leq \frac{C}{(Re\lambda - \omega)^k}, \quad Re\lambda > \omega, \quad k \in \mathbb{N}.$$

В разделе 1.1.1 диссертации доказаны "разреженные" условия равномерной корректности, эквивалентные условиям МФФХИ.

Теорема 1 (Разреженные условия равномерной корректности). *Если плотно определенный в E линейный* *оператор A имеет при достаточно больших $\lambda > 0$ резольвенту $R_A(\lambda)$, и для некоторого $\omega \in \mathbb{R}$*

$$\exists l \in \mathbb{N}, M > 0 \ : \ \|R_A^{lk}(\lambda)\| \leq \frac{M}{(\lambda - \omega)^{lk}}, \quad \forall k \in \mathbb{N} \ , \lambda > \omega,$$

то задача (2) для оператора A равномерно корректна.

Класс $(0, A)$ полугрупп операторов является более широким, чем класс $(1, A)$, и первоначально была сделана попытка выполнить построения диссертации для этого класса полугрупп. Классическое определение Хилле и Филлипса полугрупп класса $(0, A)$ формулируется следующим образом.

Определение 1. Семейство $U = \{U(t) \mid t \geq 0\}$ линейных ограниченных операторов, действующих пространстве E, сильно непрерывное при $t > 0$, удовлетворяющее условиям:

1) $\overline{X_0} = E$, где X_0 — наименьшее линейное подпространство, содержащее области значений операторов $U(t)$ семейства U;
2) $\forall h, t \geq 0 : U(h)U(t) = U(h + t)$;
3) $\int_0^1 \|U(t)x\| \, dt < \infty, \quad x \in E$;
4) $\lim_{\lambda \to \infty} \lambda \int_0^{+\infty} e^{-\lambda t} U(t)x \, dt = x$ (сходимость в смысле Абеля);
5) $U(0) = I$;

называется *полугруппой класса* $(0, A)$.

В п. 1.1.2 введена в рассмотрение пара объектов: оператор A и семейство операторов U, удовлетворяющая следующему определению.

Определение 2. Семейство $U = \{U(t) \mid t \geq 0\}$ линейных ограниченных операторов, действующих пространстве E, сильно непрерывное при $t > 0$, удовлетворяющее условиям:

1) $U(0) = I$;
2) $\int_0^1 \|U(t)x\| \, dt < \infty, \quad x \in E$;
3) $\|U(t)\| \leq e^{\omega_0 t}$ для некоторого $\omega_0 \in \mathbb{R}$;

4) существует такой замкнутый линейный оператор A, что

$$\forall x \in E,\ t \geq 0:\ A\int_0^t U(s)x\,ds = U(t)x - x,$$

$$\forall x \in D(A),\ t \geq 0:\ \int_0^t U(s)Ax\,ds = U(t)x - x,$$

назовем *семейством, порожденным оператором* A.

Далее доказано совпадение множества семейств и операторов, удовлетворяющих определению 2, и множества полугрупп класса $(0, A)$, то есть понятие семейства, порожденного оператором A, эквивалентно понятию полугруппы класса $(0, A)$ с генератором A, и в этом смысле справедлива

Теорема 2. *Определение 2 является определением полугруппы класса* $(0, A)$ *эквивалентным определению 1.*

Итак, наряду с классическим определением Хилле и Филлипса класс $(0, A)$ может быть эквивалентным образом определен через связь с абстрактной задачей Коши (2), для которой операторы полугруппы такого класса выступают в роли операторов проинтегрированного решения. Таким образом, всякая полугруппа класса $(0, A)$, а значит, и $(1, A)$, уже по своей природе является проинтегрированным решением однородной задачи.

Чтобы сохранить возможность работы с проинтегрированным решением и на сопряженном пространстве, рассматриваемый класс полугрупп операторов был сужен до класса $(1, A)$. Семейства операторов, сопряженных к операторам полугрупп класса $(1, A)$, также являются полугруппами (исследование ведется в гильбертовых пространствах) класса $(1, A)$, про семейства, сопряженные к полугруппам класса $(0, A)$, этого сказать нельзя. Сужение класса $(0, A)$ до класса $(1, A)$ происходит заменой третьего условия определения 1 полугруппы класса $(0, A)$ более сильным условием $\int_0^1 \|U(t)\|\,dt < \infty$.

В разделе 1.1.3 построено слабое проинтегрированное решение неоднородной детерминированной задачи с генератором полугруппы класса $(1, A)$.

Теорема 3. *Пусть оператор A является генератором полугруппы S класса $(1, A)$. Тогда функция*

$$u(t) = S(t)x + \int_0^t S(t-s)f(s)\ ds,$$

где $f \in C([0, +\infty) \to E)$, $x \in E$, является решением уравнения

$$u(t) = x + A\int_0^t u(s)\ ds + \int_0^t f(s)\ ds, \quad t \geq 0.$$

§ 2. В разделе 1.2.2 для неоднородной задачи с оператором, порождающим K-конволюционную полугруппу, построено проинтегрированное решение K-конволюционной задачи.

Теорема 4. *Пусть оператор A порождает K-конволюционную полугруппу S_K. Тогда функция*

$$v(t) = S_K(t)x + \int_0^t S_K(t-s)f(s)\ ds,$$

где $f \in C([0, \tau) \to E), x \in E$, является решением уравнения

$$v(t) = A\int_0^t v(s)\ ds + \int_0^t K(s)x\ ds + \int_0^t \int_0^{t-s} K(r)\ dr f(s)\ ds.$$

Для случая, когда порождающий полугруппу оператор A плотно определен, в разделе 1.2.3 доказано, что сопряженное семейство также является K-конволюционной полугруппой.

Теорема 5. *Пусть $S_K = \{S_K(t) \mid t \in [0, \tau), \tau < \infty\}$ — K-конволюционная полугруппа в гильбертовом пространстве H, порождающий ее оператор A плотно определен. Тогда семейство операторов $S_K^* = \{S_K^*(t) \mid t \in [0, \tau), \tau < \infty\}$ также является K-конволюционной полугруппой, при этом оператор A^* — генератор этой полугруппы.*

Результаты по вопросам существования и единственности решения абстрактной стохастической задачи Коши содержатся в третьем и четвертом параграфах **второй главы**.

Пусть $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ — вероятностное пространство с заданной на нем фильтрацией $\{\mathcal{F}_t |\ t \geq 0\}$, U, H — (сепарабельные) гильбертовы пространства.

Рассматривается абстрактная стохастическая задача Коши (1).

§ 3. В этом параграфе оператор A задачи (1) является генератором полугруппы $S = \{S(t) \mid t \geq 0\}$ операторов в H класса $(1, A)$. Построено слабое проинтегрированное решение абстрактной стохастической задачи Коши с генератором полугруппы класса $(1, A)$.

Предложение 1. *Пусть полугруппа* $\{S(t)|\ t \geq 0\}$ *класса* $(1, A)$ *удовлетворяет условию* $\int_0^T \|S(r)BQ^{1/2}\|_{GS}^2 dr < \infty$, *где* $\|S(r)BQ^{1/2}\|_{GS}^2 = \sum_{j=1}^{\infty} \|S(r)BQ^{1/2}e_j\|^2, \{e_j\}$ *— ортонормированный базис в* U, $j \in \mathbb{N}$.
Тогда процесс $\mathbb{W} = \{\mathbb{W}(t) = \int_0^t S(t-s)B\ dW(s)|\ t \geq 0\}$ *— стохастическая свертка — корректно определен.*

Доказано, что построенная свертка обладает следующими свойствами.

Свойство 1. *Стохастическая свертка* $\mathbb{W}$ *является среднеквадратически непрерывным процессом:*

$$\lim_{t \to s} E\|\mathbb{W}(t) - \mathbb{W}(s)\|^2 = 0.$$

Свойство 2. *Стохастическая свертка имеет предсказуемые версии.*

Операторнозначная функция Φ называется *предсказуемым процессом*, если она является $\mathcal{P}_\infty|\mathcal{B}(L(U,H))$- или $\mathcal{P}_T|\mathcal{B}(L(U,H))$-измеримой. Здесь $\mathcal{P}_\infty$ — σ-алгебра, введенная на множестве $\Omega_\infty = [0, \infty) \times \Omega$ и порожденная множествами вида $(t, s] \times F$, где $F \in \mathcal{F}_t$, $0 \leq t < s < \infty$, и $\{0\} \times F$, где $F \in \mathcal{F}_0$, а $\mathcal{P}_T$ — сужение σ-алгебры $\mathcal{P}_\infty$ на множество $\Omega_T = [0, T] \times \Omega$.

Теорема 6. *В условиях предложения 1 случайный процесс* $\{X(t)|\ t \geq 0\}$, *такой что*

$$X(t) = S(t)\xi + \int_0^t S(t-s)B\ dW(s),\ t \geq 0,$$

является слабым проинтегрированным решением задачи (1).

Доказана, кроме того, единственность предсказуемого слабого проинтегрированного решения стохастической задачи с генератором полугруппы класса $(1, A)$.

Теорема 7. *В условиях предложения 1 существует только один предсказуемый процесс, являющийся слабым проинтегрированным решением задачи (1).*

§ 4. В этом параграфе оператор A задачи (1) плотно определен и является генератором K-конволюционной полугруппы $S_K = \{S_K(t) \mid t \in [0, \tau)\}$.

K-конволюционная по отношению к задаче (1) стохастическая задача записывается для $t \in [0, \tau)$ интегральным уравнением

$$X(t) = \int_0^t K(s)\xi\ ds + \int_0^t AX(s)\ ds + \int_0^t \int_0^{t-s} K(r) dr B\ dW(s). \quad (3)$$

Построено слабое проинтегрированное K-конволюционное решение абстрактной стохастической задачи Коши с генератором K-конволюционной полугруппы.

Предложение 2. *Пусть K-конволюционная полугруппа* $S_K = \{S_K(t)|\ t \in [0, \tau)\}$ *ограниченных операторов в* H *удовлетворяет условию* $\int_0^\tau \|S_K(t)BQ^{1/2}\|^2_{GS} dt < \infty$, *где для ортонормированного базиса* $\{e_j\} \subset U$ $\|S_K(t)BQ^{1/2}\|^2_{GS} = \sum_{j=1}^\infty \|S_K(t)BQ^{\frac{1}{2}} e_j\|^2$, *тогда процесс* $\mathbb{W}_K = \{\mathbb{W}_K(t) = \int_0^t S_K(t-s)B\ dW(s)|\ t \in [0, \tau\}$ *— K-конволюционная стохастическая свертка — корректно определен.*

Свертка $\mathbb{W}_K$, определенная для операторов K-конволюционной полугруппы S_K, обладает теми же свойствами, что и свертка $\mathbb{W}$ для операторов полугруппы класса $(1, A)$.

Теорема 8. *В условиях предложения 2 случайный процесс* $X = \{X(t)|\ t \in [0, \tau)\}$, *такой что*

$$X(t) = S_K(t)\xi + \int_0^t S_K(t-s)B\ dW(s),\ t \in [0, \tau).$$

является слабым проинтегрированным K-конволюционным решением задачи (1).

Доказана также единственность предсказуемого слабого проинтегрированного K-конволюционного решения стохастической задачи с генератором K-конволюционной полугруппы.

Теорема 9. *В условиях предложения 2 существует только один предсказуемый процесс, являющийся слабым проинтегрированным K-конволюционным решением задачи (1).*

III. Список цитированной литературы

[1] *Cioranescu I.* Local convoluted semigroups // Lecture Notes in Pure and Applied Math. Evolution Equations (Baton Rouge, LA, 1992). — Marcel Dekker Inc., 1995. — V. 168. — P. 107–122.

[2] *Cioranescu I. and Lumer G.* Regularization of evolution equations via kernels $K(t)$, K-evolution operators and convoluted semigroups, generation theorems, Seminar Notes in Func. Anal. and PDEs, 1993–1994, Louisiana State Univ., Baton Rouge. — 1994. — P. 45–52.

[3] *Cioranescu I. and Lumer G.* On $K(t)$-convoluted semigroups, Pitman Research Notes in Mathematics — 1995. — V. 324. — P. 86–93.

[4] *Da Prato G., Zabczyk J.* Stochastic Equations in Infinite Dimensions // Encycl. Math. and Appl. — V. 44. — Pisa-Warsaw, 1992.

[5] *Da Prato G.* Stochastic Evolution Equations by Semigroup Methods // Center de Recerca Matematica, Barselona, 1997.

[6] *Filinkov A., Maizurna I.* Integrated Solutions of Stochastic Evolution Equation with Additive Noise // Bull. Austral.Math. Soc. — 2001. — Vol. 64. — P. 281–290.

[7] *Melnikova I. V., Filinkov A. I., Anufrieva U. A.*Abstract Stochastic Equations. I. Classical and Distributional Solutions // Journal of Mathematical Sciences. — 2002. — Vol. 111. – №2. — P. 3430–3475.

[8] *Melnikova I. V., Filinkov A. I.* Abstract Cauchy Problems: Three approaches.: Monographs and Surveys in Pare and Applied Mathematics, 120. — Boca, Raton, London, New York, Washington: Chapman & Hall CRC, 2002.

IV. Список публикаций

1. Здобнова С.В. Абстрактная стохастическая задача Коши с генератором полугруппы класса $(1, C_1)$ или $(1, A)$ // Дифференц. уравнения. – 2007. – Т. 43. – №1. – С. 28–35.
2. Здобнова С.В. «Разреженные» условия равномерной корректности абстрактной задачи Коши // Вестник МаГУ. Математика. – Вып.6. – Магнитогорск: МаГУ, 2004. – С. 4–10.
3. Здобнова С.В. Условия равномерной корректности абстрактной задачи Коши // Материалы 63-ей научно-технической конференции по итогам научно-исследовательских работ за 2003–2004 гг.: Сб. докладов. Т.2. – Магнитогорск: МГТУ, 2004. — С. 216–219.
4. Здобнова С.В. Достаточные условия равномерной корректности абстрактной задачи Коши // Математика. Приложение математики в экономических, технических и педагогических исследованиях: Сб. науч. трудов. Вып.2. – Магнитогорск: МГТУ, 2004. – С. 43–54.

5. Здобнова С.В. Конволюционное решение абстрактной стохастической задачи Коши // Математика. Приложение математики в экономических, технических и педагогических исследованиях: Сб. науч. трудов. Вып.3. – Магнитогорск: МГТУ, 2005. – С. 14–19.

6. Здобнова С.В. Абстрактная стохастическая задача Коши с генератором полугруппы класса $(1, A)$ // Воронежская зимняя математическая школа С.Г.Крейна - 2006: Тезисы докладов. – Воронеж: ВорГУ, 2006. – С. 43–44.

7. Здобнова С.В. Функция вида $u(t) = U(t)x + (U * f)(t)$ как решение абстрактной задачи Коши с генератором полугруппы класса $(1, A)$ или K-конволюционной полугруппы // XXVIII Конференция молодых ученых механико-математического факультета МГУ им. М.В.Ломоносова: Сб. докладов. – М.: Изд-во ЦПИ МГУ, 2006. – С. 69–75.